

Ing. FRANCISCO L. SINGER

TRATADO DE  
ELECTRICIDAD



BONOFILIO

EDITORIAL HISPANO AMERICANA S. A. H. A. S. A.



# TRATADO DE ELECTRICIDAD



FRANCISCO L. SINGER

Ingeniero Mecánico y Electricista

# TRATADO DE ELECTRICIDAD

TOMO I

ADAPTADO AL PROGRAMA DE ESTUDIOS  
DE LAS ESCUELAS INDUSTRIALES Y  
ESCUELAS FABRICAS DE LA NACION

SEPTIMA EDICION



EDITORIAL HISPANO AMERICANA S. A.

ALSINA 731

BUENOS AIRES



Hecho el depósito que marca la ley  
Copyright by Editorial Hispano-Americana Soc. Anón. (H. A. S. A.)

IMPRESO EN LA ARGENTINA  
OBRA DIDACTICA DE ENSEÑANZA INDUSTRIAL



## PRÓLOGO DE LA PRIMERA EDICIÓN

*Este libro fué escrito para llenar un fin determinado. Se adapta al programa de estudios de un establecimiento oficial, en el cual el que escribe ejerce la cátedra hace varios años. Las observaciones recogidas a diario entre el alumnado, han permitido desarrollar el tema en la forma que parece ser la más indicada para poner al alcance de los jóvenes estudiantes los oscuros misterios de la electricidad.*

*Con ese criterio se encaran los temas de electrización, del transporte de grandes masas de electrones y de los efectos de la electricidad, de acuerdo con las teorías modernas, que si bien requieren profundizar un poco más el problema, tienen la ventaja de no falsear los hechos con comparaciones que predisponen al lector a graves confusiones de concepto. El estudiante de esta materia debe entenderla tal como es, comprender sus fenómenos en la forma como realmente se producen y siempre sin recurrir al injerto comparativo de otras leyes físicas que forman la barrera intelectual entre los que saben y los que creen saber.*

*No se asombre el lector, entonces, si en las páginas que siguen no encuentra las agradables referencias al movimiento de los líquidos, que es el más cómodo y usado recurso didáctico. El autor ha preferido intentar abordar el problema directamente, y este es el momento en que espera comprobar los resultados, que recogerá posiblemente en las mismas aulas que le plantearon la necesidad de escribir este libro.*

**EL AUTOR.**



PARTE PRIMERA

# **ELECTROSTATICA**

MATERIA Y ELECTRICIDAD — CAMPO ELECTRICO  
CAPACIDAD ELECTRICA

## CAPÍTULO I

# MATERIA Y ELECTRICIDAD

### § 1) Definiciones.

Desde el punto de vista físico, puede definirse la *materia*, diciendo que es todo lo tangible capaz de impresionar nuestros sentidos, o, si se quiere, todo aquello ponderable. Vulgarizando más la definición, diríamos que la materia puede verse, o medirse, o tocarse, o pesarse, etc. y, en general, es susceptible de ser comprobada su existencia por sí misma.

Afecta variados aspectos, pues ya se presenta en forma sólida, líquida o gaseosa, ya pasa de uno a otro de esos estados con mayor o menor facilidad. En alguno de ellos puede perder su propiedad de visibilidad, pero nunca deja de poderse verificar su existencia real.

Una cierta cantidad de materia reunida forma un *cuerpo*, y él puede encontrarse en dos estados distintos: en reposo o en movimiento. Es sabido que para pasar de uno a otro es menester la acción de una fuerza. Así se define a esta última como al agente capaz de modificar cualquiera de los dos estados de movilidad o inmovilidad de un cuerpo.

La Física estudia las propiedades de la materia, y los efectos que sobre ella causan las fuerzas. La Química, en cambio, analiza su composición íntima. Las dos ciencias combinadas permiten el estudio completo de todas las propiedades de los cuerpos y los fenómenos que tienen lugar en ellos y entre ellos.

La *Electricidad*, en cambio, siendo también un agente físico, no puede ser percibida por sí misma por nuestros sentidos, sino que debemos contentarnos con observar sus efectos. La visualización debe ser reemplazada por la intuición, para admitir su existencia. Desde remotos tiempos los investigadores estudiaron sus

efectos y postularon que debía existir, suponiéndole algunas veces una estructura flúida, negándole otras toda estructuración.

Hoy se la estudia por medio de las acciones y fenómenos que produce, dándole el carácter de un ente que obedece a ciertas leyes inequívocas y reconociéndole una existencia real, ligada a la estructura íntima de la materia, de la que puede decirse que forma parte integrante. No otra cosa se deduce de los párrafos que siguen.

## § 2) Estructura íntima de la materia.

Los cuerpos presentan ante la vista un aspecto compacto, sin solución de continuidad, pero, mediante procedimientos físicos, pueden ser disgregados y reducidos a pequeñas porciones. Esto es más fácil de imaginar si se piensa en los sólidos, que en los otros dos estados físicos. Pero, aunque se pulverice finamente un cuerpo, cada grano seguirá siendo susceptible de ser subdividido en corpúsculos más pequeños aun, aunque no se pueda realizar la disgregación debido a la imperfección de los medios a nuestro alcance. La más pequeña porción del cuerpo que conserve todas las propiedades del aglomerado, se llama "molécula". La Química se encarga de demostrar que la molécula está formada, a su vez, por un conjunto de elementos simples, que ya no pueden ser subdivididos, y que se denominan "átomos".

Hay, en la Naturaleza, una serie de elementos simples, cuyos átomos se combinan entre sí para formar los cuerpos compuestos. Hasta hoy se han encontrado 92 elementos, con los que se pueden formar innumerables cuerpos complejos. El análisis químico revela, entonces, cuantos átomos de cada elemento simple hay en cada molécula, y cuales son los que intervienen de los 92 existentes.

Estudios posteriores demostraron, por vía teórica, puesto que es imposible la observación de partículas tan pequeñas (el diámetro del átomo es de 2 a 5 diez millonésimas de milímetro), que el átomo no es un sólido compacto, sino que es un complejo sistema de corpúsculos dotados de veloces movimientos. Para el estudio de la electricidad interesa sobremanera conocer la estructura del edificio atómico, de modo que nos detendremos en ello.

## § 3) Constitución de los átomos.

Una reunión de una cantidad fabulosa de átomos constituye un cuerpo, pero no están aglomerados formando una masa com-



pacta, sino que están separados entre sí, dejando espacios vacíos llamados inter-atómicos. Entre los átomos se desarrollan fuerzas de atracción que los mantienen en sus posiciones relativas, fuerzas que se llaman "de cohesión". Si la cohesión es grande, el cuerpo guarda su forma y toma el estado sólido; si no es tan grande, trata de extenderse sobre el lugar en que está ubicado, y tenemos los líquidos, y, finalmente, si la cohesión es muy pequeña, no es capaz de mantener los átomos cerca unos de otros, y tenemos los gases, que siempre se expanden, ocupando todo el recipiente que los contiene.

Los átomos están formados por una serie de corpúsculos de tres clases distintas. En la parte central hay una reunión de corpúsculos de esas tres clases, en la que está concentrada casi toda la masa del átomo. La denominación y posición relativa de los mismos puede verse en la figura 1.

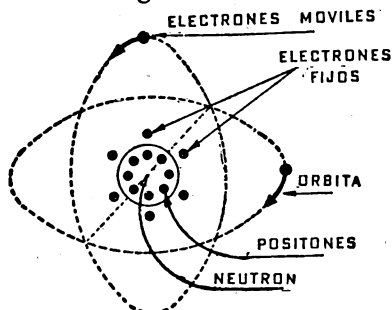


Fig. 1

El núcleo del átomo está formado por un neutrón, de gran masa, en el que están absorbidos una serie de corpúsculos llamados positones, porque son cargas eléctricas positivas. El conjunto formado por el neutrón y los positones se llama protón, y durante mucho tiempo se creyó que era un solo corpúsculo, hasta que en 1932 Anderson descubrió la existencia de los positones.

Algunos autores dicen que el neutrón es la reunión de un protón con un electrón, pero no se puede afirmar cual de las dos teorías es más exacta.

Junto al núcleo compuesto del neutrón con los positones se hallan corpúsculos de electricidad negativa, en número inferior al de positones, y que se llaman electrones. Están fijos, por lo que se les suele designar como electrones nucleares. Una cantidad de

electrones igual a la que falta para igualar el número de positones, están alejados del núcleo y giran a su alrededor con velocidad vertiginosa, describiendo órbitas planetarias. Son los electrones móviles de la figura 1.

Resumiendo, tenemos igual número de corpúsculos positivos o positones que negativos o electrones, pero en el núcleo están refundidos los positones con el neutrón, junto a ese conjunto están los electrones fijos y los restantes giran a su alrededor. Las órbitas son perpendiculares entre sí, y su número es igual al número de electrones móviles que tenga la substancia.

Los 92 cuerpos simples tienen distinta cantidad de electrones móviles, en cantidad que coincide con su colocación en la escala de pesos atómicos. Así, el hidrógeno tiene solo un electrón libre; el helio tiene 2, y así siguiendo, llegamos al uranio que tiene 92. Cuando hay muchos electrones móviles las órbitas se disponen concéntricas.

Hemos hablado ya de electricidad y aun de positiva y negativa. La introducción de la definición resulta un poco brusca, pero convendremos en admitir que el electrón es la más ínfima porción de electricidad negativa, y el positón de electricidad positiva. Como el átomo tiene igual cantidad de cargas positivas y negativas, queda neutralizado y carece de carga eléctrica en sus manifestaciones exteriores.

El agente o fenómeno físico que se llama "electricidad" está representado por corpúsculos de dos clases distintas, que se denominan positivos y negativos, entre los que se ejercen fuerzas de atracción que mantienen a los electrones móviles en el átomo, pese a que la fuerza centrífuga tiende a sacarlos de él.

#### § 4) Electrización del átomo.

Si por cualquier medio quitamos o agregamos electrones a un átomo, queda roto el equilibrio entre sus corpúsculos de electricidad, puesto que habrá entonces mayor número de electrones o de positones, o, lo que es lo mismo, la carga eléctrica total de un signo será mayor que la del otro. Habrá exceso de cantidad de electricidad positiva o negativa. El átomo queda electrizado y manifiesta propiedades eléctricas, tomando el nombre de "ion".

Si se le han quitado electrones, tendrá un exceso de positones, presenta carga positiva y se llama "cación"; viceversa, si se

le han agregado electrones, presenta carga negativa y se denomina "anión". El átomo ionizado tratará de recuperar el equilibrio, expulsando los electrones excedentes o incorporando los que le falten, dando origen, para ello, a fuerzas eléctricas de repulsión o de atracción.

Un conjunto de átomos ionizados forma un cuerpo electrizado, cuyas propiedades y efectos se estudian en Electroestática. La electrización puede tener cualquiera de los dos signos, según se haya producido por exceso o defecto de la cantidad de electrones de cada átomo.

Al quitar electrones a un átomo, quedan libres, y su acción y movimientos forman lo que se llama "electricidad pura", diferenciándose netamente de los átomos electrizados. También constituye un caso de electricidad pura el estado libre de positrones, o de protones, que dijimos eran neutrones con positrones refundidos en ellos, pero es muy poco frecuente que se encuentre esta clase de electricidad. La que se manifiesta comúnmente es la formada por el estado libre de electrones que han salido de sus órbitas, es decir, la electricidad negativa. En la práctica, ello constituye la *corriente eléctrica*.

Podemos pues, distinguir dos fenómenos distintos: el de los átomos electrizados, que forman los cuerpos electrizados, cuyo estudio pertenece al dominio de la Electroestática, y el movimiento de los electrones libres, que corresponde a la Electrodinámica. Estas dos partes de la Electrotecnia serán estudiadas al detalle, separadamente.

### § 5) Masa eléctrica.

En cuanto se define un agente físico, se estudian sus propiedades y efectos, y para valorarlo se debe introducir el concepto de cantidad. La materia, por ejemplo, como agente ponderable, tiene su definición de cantidad en el concepto de *masa*. Se puede decir, entonces, que *masa* equivale a cantidad de agente físico; así, la *masa material* es la cantidad de materia y todo cuerpo tiene su *masa*.

La electricidad tiene también su masa eléctrica, o carga eléctrica, que es la cantidad de electrones, puesto que hemos dicho que la electricidad no era más que el efecto de los electrones. Claro está que la *masa material* es susceptible de observación, mientras que la *masa eléctrica* no. Esto provoca una especie de



confusión cuando se trata de visualizar el fenómeno por medio de su masa, pero debe comprenderse que la concepción de "masa eléctrica" no tiene con la masa material más similitud que la que emana de la definición.

El estudio de los fenómenos que provoca un agente se hace en forma cualitativa, por observación, y cuantitativa, por medición. La idea de medición involucra la de comparar la cosa con otra de la misma naturaleza que se ha considerado como "unidad". Así, medir una distancia es determinar cuantas veces está contenida en ella una longitud básica tomada como unidad de medida, el metro, y diciendo después que esa distancia es de tantos metros.

La masa tiene también su unidad de medida o cantidad de ella que se toma como base. En el caso de la materia, la unidad de masa material es el gramo-masa y se define perfectamente en Física. En el caso de la masa eléctrica, se ha adoptado también una unidad, dada por una cierta cantidad de electricidad, que definiremos en seguida.

Partiendo de que la menor cantidad de electricidad posible es la que corresponde a un electrón, la cantidad de electricidad será siempre una cierta cantidad de electrones. Primitivamente se utilizó como unidad de masa eléctrica una cantidad de electricidad dada por:

$$2,1 \times 10^{10} \text{ electrones}$$

que se llamó unidad electrostática de carga eléctrica. Posteriormente, con la adopción de sistemas prácticos de unidades, la anterior resultó una cantidad muy pequeña, y se tomó otra, igual a:

$$6,29 \times 10^{18} \text{ electrones}$$

cantidad de electricidad que se llama "Coulomb" y que es la que se usa actualmente. Obsérvese la cantidad fabulosa de electrones que forman la unidad de masa eléctrica, pues el exponente de 10 convierte a ese número en un 1 seguido de 18 ceros.

Hemos dicho que la materia electrizada estaba formada por átomos ionizados, es decir, que han perdido o incorporado electrones. Si consideramos a la materia en su manifestación normal, es decir con todos sus átomos en estado de equilibrio, con igual cantidad de cargas eléctricas positivas y negativas, o, lo que es lo mismo, con igual cantidad de electrones y positones, decimos de ella que está en estado neutro. El estado neutro corresponde entonces al

caso de que todos los átomos tengan igual cantidad de cargas de los dos signos, que se neutralizan entre sí, no revelándose propiedad eléctrica exterior.

La electricidad existe en toda la materia, pero como hay igual cantidad positiva que negativa, todo sucede como si no estuviera presente. Este es el caso general, y cuando se sale de él, la materia misma trata de recuperar el equilibrio.

Cuando hay exceso de cargas positivas o negativas en algunos o en todos los átomos de un cuerpo, éste queda electrizado, con el signo que corresponde a ese exceso. Así, tendremos cuerpos cargados con electricidad positiva o con electricidad negativa. En el primer caso, los átomos han perdido electrones, y en el segundo los han incorporado en exceso. La masa material de los electrones es tan reducida (unas 1840 veces menor que el neutrón), que la adición o sustracción de electrones al átomo no implica una variación sensible de la masa del mismo. Esto significa que si se aprecia la masa de la materia en estado neutro o electrizada, no se apreciará diferencia alguna.

Sin embargo, la unidad de masa eléctrica representa una cantidad fabulosa de electrones, que dijimos era:

$$6,29 \times 10^{18} \text{ electrones}$$

y atendiendo a la masa de un electrón, que es:

$$0,9 \times 10^{-27} \text{ gramos-masa}$$

resulta evidente que un Coulomb significa una masa material en movimiento de:

$$5,7 \times 10^{-9} \text{ gramos-masa}$$

que, como se ve, resulta absolutamente imponderable.

## § 6) Aptitud de la materia para conducir la electricidad.

Si la materia se electriza, y ya veremos cómo se logra ello (§ 7), recupera lenta o rápidamente el estado neutro, dependiendo la velocidad del cuerpo mismo. Es decir, que las distintas sustancias se comportan diferentemente en la conducción de las cargas eléctricas. Unas permiten la circulación de los electrones con más facilidad que otras, y a esa facilidad se le llama: conductibilidad eléctrica.

Tendremos, pues, cuerpos buenos y malos conductores de la electricidad, correspondiendo con la mayor o menor dificultad

que oponen al paso de los electrones por su interior. Es costumbre designar a los primeros "conductores" y a los segundos "aisladores". La propiedad conductora o aisladora no es absoluta, puesto que no hay cuerpos que no opongan ninguna dificultad a la circulación de cargas eléctricas, así como no hay tampoco cuerpos que impidan completamente ese pasaje.

La distinta conductibilidad eléctrica de los cuerpos origina interesantes fenómenos al ser electrizados. Si se electriza un conductor en una zona de su superficie, la carga eléctrica se desplazará inmediatamente a todas las otras zonas, quedando todo el cuerpo electrizado. Si se toma un aislador, el fenómeno es distinto, pues debido a la mala conducción que presenta, la carga eléctrica queda en la zona en que se produjo, por lo menos durante un tiempo apreciable.

Es posible, entonces, obtener en un cuerpo mal conductor de la electricidad o aislador, zonas de electrización y zonas neutras, mientras que en los conductores, no se pueden conseguir esos estados separados en el mismo cuerpo.

Esto tiene importancia en Electrostática, pues al electrizar un cuerpo, se lo debe aislar perfectamente de todos los demás, sino la carga eléctrica se disipa rápidamente y no se pueden observar los fenómenos. El aire seco es un buen aislador, de modo que permite realizar experiencias con cuerpos cargados de electricidad y rodeados por él. Como nunca carece de humedad en absoluto, las cargas se disipan lentamente, y las observaciones deben hacerse rápidamente, antes que las cargas hayan desaparecido al ser conducidas por el aire a los cuerpos vecinos y especialmente a la tierra.

Para hacer una clasificación general de los cuerpos en conductores y aisladores, se puede establecer una regla práctica referida a las sustancias, según su origen:

**SUBSTANCIAS INORGÁNICAS:** conductores los metales y ácidos; aisladores los metaloides y óxidos.

**SUBSTANCIAS ORGÁNICAS:** conductores los de origen animal y aisladores los de origen vegetal.

En la práctica se utilizan como conductores el cobre, la plata, aluminio, hierro, níquel, estaño, plomo, mercurio, etc., en orden de conductibilidad eléctrica decreciente,

Como aisladores se emplean la porcelana, vidrio, parafina, ebonita, goma laca, bakelita, mármol, fibra, etc., en orden de conductibilidad creciente. El agua destilada es aislante, pero el mínimo contenido de sales minerales la vuelve conductora. Como en la Naturaleza se la encuentra con un importante dosaje salino se la debe considerar conductora, sin poderse especificar en qué grado lo será.

En las propiedades de conducción eléctrica, tiene importancia fundamental la constitución atómica de los cuerpos. Basta observar, para demostrarlo, que los metales tienen todos un número elevado de electrones móviles, pues su colocación en la escala de pesos atómicos es la de los cuerpos pesados, y, por otra parte, son buenos conductores de la electricidad. Esto no debe tomarse como una regla, pues el aluminio es de igual peso específico que el mármol, y es conductor, mientras que éste es aislador.

### § 7) Electrización por frotamiento.

Cuando se frotan dos cuerpos entre sí, los átomos superficiales chocan bruscamente, produciéndose una agitación térmica que eleva la temperatura de las superficies en contacto. No es éste el único fenómeno, pues si los dos cuerpos tienen distinta composición, la fricción facilita el intercambio de electrones, ya que éstos pueden salir fácilmente de sus órbitas debido al aumento de la fuerza centrífuga que obra sobre ellos.

Uno de los cuerpos cede electrones al otro, con lo que los átomos perderán el estado eléctrico de equilibrio, quedando uno con electrones en exceso y el otro con defecto. Los cuerpos "se electrizan", de acuerdo con las consideraciones hechas anteriormente. Las cargas eléctricas que se forman tienen igual magnitud en ambos cuerpos, pero sentidos contrarios, pues el cuerpo que ha perdido electrones queda electrizado positivamente y el que los ha ganado, adquiere electricidad negativa.

De resultas de la aptitud de los cuerpos para conducir la electricidad, puede decirse que cuando se frotan dos cuerpos, el más conductor adquiere carga eléctrica negativa y el más aislador, carga positiva. La razón es evidente, puesto que los cuerpos conductores son más aptos para admitir electrones, y el exceso de ellos comunica al cuerpo electricidad negativa.

Así, si se frota una barra de vidrio contra un paño, aquélla se electrizará positivamente, por lo que se suele designar "electri-



cidad vítrea" a la positiva. Si, en cambio, se frota una barra de lacre o de ebonita contra un trapo de lana, adquiere electricidad negativa. Lo mismo pasa con la resina, por lo que se llamaba "electricidad resinosa" a la negativa.

Las consideraciones que anteceden valen para los cuerpos con la superficie en estado natural, pues cualquier alteración en la misma puede cambiar el carácter de la electrización. Así, si se frotan entre sí dos trozos de vidrio, uno con la superficie brillante y otro esmerilado, el primero se carga positivamente y el segundo negativamente.

Además del estado de la superficie, tiene influencia en la electrización la temperatura y humedad del medio ambiente. Sabemos también que el cuerpo conservará la carga eléctrica en la zona frotada, únicamente si es aislador, porque, en caso contrario, la misma se disipará rápidamente por toda su superficie. Es lo que sucede al frotar los metales. Y cómo para ello se los toma con la mano, las cargas pueden dirigirse a tierra a través del cuerpo, haciendo creer, erróneamente, que la barra no se ha electrizado.

La condición para que se note la electrización, es que el cuerpo esté bien aislado. Si ya él es aislador, conserva las cargas en el extremo frotado durante un tiempo suficiente para comprobar su existencia, lo que se hace en varias formas.

Más adelante, volveremos sobre esto, al describir algunas experiencias de Electrostática, que se realizan con el "péndulo eléctrico" y el "electroscopio" (§ 23).

## CAPÍTULO II

### CAMPO ELECTRICO

Hemos visto (§ 3) que en el átomo había corpúsculos elementales de electricidad de distintos signos, y que entre ellos se originaban fuerzas de atracción, puesto que los electrones móviles se mantenían en su órbita sin ser despedidos por la fuerza centrífuga.

Tales fuerzas se originan siempre entre cargas eléctricas, sean de igual o de distinto signo, por el solo hecho de estar ubicadas en una misma zona del espacio. Si tenemos dos átomos electrizados, por ejemplo, entre ellos se producirá una fuerza de atracción o de repulsión, según tengan cargas de distinto o igual signo, respectivamente. Puntualizando:

Cargas eléctricas de igual signo se repelen.

Cargas eléctricas de distinto signo se atraen.

Si colocamos entonces dos cargas eléctricas del mismo signo en una misma zona del espacio, y no hay nada que les impida el movimiento, la fuerza de repulsión las impulsará a alejarse una de otra. Viceversa, se acercarán si sus cargas son de signo contrario. La magnitud de la fuerza actuante está perfectamente determinada por la siguiente ley:

#### § 8) Ley de Coulomb.

Entre dos cargas eléctricas  $Q$  y  $Q'$ , colocadas a una distancia  $r$  una de la otra, se ejerce una fuerza directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

$$F = \frac{Q Q'}{r^2}$$

Expresión que da la magnitud de la fuerza en dinas, si se toma para las cargas la unidad electrostática, que era de  $2,1 \times 10^{10}$  electrones, y la distancia en cm. El sentido de la fuerza, es decir, la determinación de si será atractiva o repulsiva, resulta de asignar signo a las cargas; suponiendo positivas o negativas a las dos, la fuerza debe ser de repulsión, de modo que cuando la expresión anterior resulta de signo positivo la fuerza es repulsiva y cuando resulta con signo negativo, es decir cuando una de las cargas tiene signo negativo y la otra positivo, la fuerza es de atracción. Es común colocarle a la expresión de Coulomb un doble signo para resaltar la influencia que tiene la polaridad de las cargas en la fuerza resultante.

### § 9) Campo de fuerzas.

Desde el momento en que en una región del espacio se coloca una carga eléctrica, se originan fuerzas sobre todas las masas de esa región. Teóricamente, la zona de influencia de una carga se extiende hasta el infinito, pero prácticamente, como la fuerza que se puede ejercer sobre otra disminuye con el cuadrado de la distancia, la zona se limita a un entorno de dicha carga.

Toda la región del espacio en la que se manifiestan los efectos de la carga eléctrica se llama: "campo de fuerzas", y, especificando el origen de las mismas, "campo eléctrico".

Resulta de esto que si en un campo eléctrico se coloca una pequeña carga, sobre ella actuará una fuerza cuya dirección será la recta que la une con la carga que origina el campo (ver figura 2), su sentido será el que tiende a acercar o alejar esas dos cargas, según los signos, y la magnitud estará dada por la ley de Coulomb.

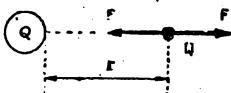


Fig. 2

Por esta razón se puede admitir que las fuerzas de un campo producido por una esfera electrizada positivamente, por ejemplo, son de dirección coincidente con los radios de la esfera, salen de ella y sus magnitudes van decreciendo con el cuadrado de la distancia a medida que se suponen puntos más y más alejados. De

idéntica manera se admite que las fuerzas en un campo producido por una esfera electrizada negativamente, convergen a ella con direcciones radiales.

### § 10) Líneas de fuerza.

Imaginemos una carga eléctrica colocada en una región del espacio. A su alrededor ubicamos una cantidad de pequeñas cargas libres, es decir, susceptibles de moverse impulsadas por las fuerzas del campo eléctrico. Sean esas pequeñas cargas de igual signo que la principal que produce el campo. Se originarán fuerzas de repulsión y todas las cargas serán repelidas en dirección de las fuerzas del campo, que dijimos eran radiales.

Las trayectorias seguidas por esas cargas se llaman "líneas de fuerza" y, de acuerdo con la convención anterior, serán salientes de las cargas positivas y entrantes en las negativas. Hay que resaltar que lo de saliente y entrante sólo se refiere al sentido de las fuerzas y no al hecho que penetren en las cargas, pues sólo se conciben fuerzas en el exterior de estas.

De acuerdo con lo que antecede, un campo eléctrico puede imaginarse representado por una serie de líneas de fuerza, que salen de una carga positiva, llegan a una negativa, o, más propiamente, se dirigen de una carga positiva hacia una negativa. La magnitud de la fuerza en cada punto está dado por la ley de Coulomb.

### § 11) Intensidad de campo.

Por definición, la intensidad del campo eléctrico en un punto determinado de él, es la fuerza que actúa sobre la unidad de carga o de cantidad de electricidad colocada en ese punto. Es decir, que si colocamos en un punto cualquiera del campo la unidad de carga eléctrica, sobre ella actuará una fuerza que representa precisamente la intensidad del campo en ese punto.

Si en la figura 2 hacemos la carga  $Q' = 1$ , y aplicamos la ley de Coulomb, resulta la intensidad de campo dada por:

$$H = \frac{Q}{r^2}$$

es decir que la intensidad de campo,  $H$ , en un punto que dista  $r$  de una carga eléctrica  $Q$ , está dada por el cociente entre el valor de la carga y el cuadrado de la distancia entre el punto y la carga.



De manera pues, que si consideramos el campo eléctrico producido por una carga, se ve que la intensidad del mismo decrece rápidamente a medida que nos alejamos de ella, y precisamente con el cuadrado de la distancia.

La definición de intensidad de campo nos permite expresar la fuerza actuante sobre una carga cualquiera, de otra manera. En efecto, si en la ley de Coulomb sustituimos el cociente:

$$\frac{Q}{r^2} \text{ por su equivalente } H$$

se tiene que sobre una carga  $Q'$  cualquiera, ubicada dentro de un campo, en un punto en el que la intensidad vale  $H$ , actuará una fuerza de valor:

$$F = H Q'$$

puesto que  $H$  es la fuerza que actúa sobre la carga unitaria, de modo que sobre una carga  $Q'$  actuará una fuerza  $Q'$  veces mayor.

## § 12) Influencia de la materia contenida en el campo eléctrico.

Hasta aquí hemos supuesto que en la zona ocupada por el campo eléctrico no había substancia alguna. Es fácil advertir que tales condiciones no son fáciles de conseguir en la experimentación, de manera que hay que considerar el efecto que produce la presencia de aquella en el campo eléctrico.

Por de pronto, a la materia o substancia que ocupa el campo eléctrico se la denomina: "*dieléctrico*" y dentro de ella actúan las fuerzas del campo.

Todo dieléctrico se caracteriza por ser más o menos permeable a las fuerzas del campo, comparándolo con el vacío o ausencia de materia en el cual hemos supuesto antes que se producía el campo eléctrico. No se debe confundir la permeabilidad de la substancia a las fuerzas del campo, con la conductibilidad eléctrica de la misma, pues esto último se refiere a la mayor o menor facilidad con que deja circular las cargas y no a las fuerzas que obran sobre las mismas.

Los cuerpos buenos conductores de la electricidad son poco permeables a las fuerzas del campo, y viceversa, los aisladores son más permeables. Esta regla es general, y no significa que las dos propiedades estén ligadas en forma alguna, pues no siem-

pre los mejores aisladores son, a su vez, los mejores dieléctricos. Los metales, por ejemplo, son impermeables a las fuerzas del campo, lo que explica su utilización como "blindajes" electrostáticos, para encerrar un campo eléctrico en una región determinada e impedir su influencia en zonas vecinas.

### § 13) Constante dieléctrica.

La permeabilidad de la materia a las fuerzas del campo se mide por un número, tomando el vacío como referencia o base de comparación. Así, el número de veces que una sustancia es más permeable que el vacío a las fuerzas del campo, se llama *permeabilidad dieléctrica*, *constante dieléctrica*, o, simplemente: *poder inductor específico*. Se la expresa con la letra  $\epsilon$ .

A título informativo, damos la constante dieléctrica de algunas sustancias, referidas al vacío, o, más generalmente, al aire, puesto que si éste está seco se comporta prácticamente igual que aquél, en lo que respecta a su permeabilidad dieléctrica.

Substancia	Constante dieléctrica	Substancia	Constante dieléctrica
Aire y gases	1,0	Ebonita	2,8
Aceite de ricino	4,6	Flint	6,6-9,9
Aceite mineral	2,7	Goma laca	3,1
Agua destilada	80,0	Ipertrólitul	2,5
Alcohol	15-30	Mármol	8,0
Bakelita	5,0	Mica	5,7-8,0
Calán	6,6	Micalex	8,0
Calit	6,5	Papel	1,5
Caucho	2,1-2,9	Papel parafinado	3,7
Celuloide	4,1	Parafina	2,1
Cera	1,8	Porcelana	5,7-6,8
Condensa	40-50	Resina	2,5
Cristal	5,8-7,6	Vaselina	2,2
Cuarzo	4,5	Vidrio	5,4-10,0

### § 14) Generalización de las expresiones referentes al campo.

Desde el momento que el dieléctrico tiene influencia en los efectos de las cargas colocadas en el campo eléctrico, es lógico pensar que las expresiones que dan la fuerza actuante y la intensidad del campo deben estar afectadas por la constante dieléctrica del medio.

Examinemos, por ejemplo, la expresión de la intensidad del campo eléctrico en un punto, para el vacío, dada anteriormente (§ 11):

$$H = \frac{Q}{r^2}$$

Si el dieléctrico tiene una constante que es diferente de 1, es decir, es más permeable que el vacío, todo pasa como si la carga eléctrica tuviera un valor  $\epsilon$  veces mayor, aunque en realidad no se ha alterado por el hecho de colocar un dieléctrico en el campo. Luego, la expresión debe considerarse afectada por el factor  $\epsilon$  en la siguiente forma:

$$\epsilon H = \frac{Q}{r^2}$$

o, lo que es lo mismo, afectando al segundo miembro:

$$H = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{r^2}$$

lo que equivale a decir que la intensidad del campo eléctrico en el interior de la substancia dieléctrica, es  $\epsilon$  veces menor que en el vacío.

En la misma forma resulta afectada la expresión de la ley de Coulomb (§ 8), puesto que sabemos que la fuerza que actúa sobre una carga  $Q'$ , será igual al producto de la intensidad de campo en el punto donde se halle la misma por el valor de la carga. Se tendrá, entonces:

$$F = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q Q'}{r^2}$$

De modo que la fuerza actuante entre dos cargas eléctricas es tanto menor cuanto mayor sea la constante dieléctrica de la substancia en la que se desarrolla el campo.

### § 15) Representación objetiva del campo eléctrico.

El campo eléctrico y el concepto de su intensidad puede ser visualizado mediante una convención ingeniosa propuesta por Faraday. Consiste en imaginar una cierta cantidad de líneas de fuerza que caracterizan al campo y que miden numéricamente su intensidad.

Aceptada la idea de que el campo puede suponerse formado por numerosas líneas de fuerza, que salen de las cargas positivas y llegan a las negativas, no es difícil imaginar una forma de apreciar la densidad de dicho campo. Basta suponer una superficie unitaria colocada de modo que las líneas de fuerza la atravesasen normalmente, y expresar la intensidad del campo por el número de líneas que pasen por ella.

La superficie unitaria considerada en el centímetro cuadrado, y un campo tendrá una intensidad igual a uno, cuando por esa superficie pase sólo una línea de fuerza, y, correlativamente, el número de líneas que atraviese un  $\text{cm}^2$  mide numéricamente la intensidad del campo en ese punto.

Supongamos querer determinar el número de líneas que sale o llega a una carga eléctrica colocada aislada en el espacio. Si se toma una esfera de radio  $r$  (ver fig. 3), su superficie será atravesada por todas las líneas que salen o llegan a la carga  $Q$ , y, como por cada centímetro cuadrado de la superficie de esa esfera debe pasar una cantidad de líneas dada por el número que mide la intensidad de campo, bastará multiplicar ese número por la superficie total de la esfera.

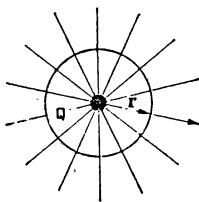


Fig. 3

La intensidad de campo eléctrico en cualquiera de los puntos de la superficie esférica, está dado por el cociente entre el valor de la carga  $Q$  y el cuadrado de la distancia entre ella y el punto, que es, precisamente, el radio de la esfera. Se tiene, pues:

$$\text{Intensidad de campo} = \frac{Q}{r^2}$$

$$\text{Superficie esférica} = 4 \pi r^2$$

$$\text{Número total de líneas de fuerza} = \frac{Q}{r^2} \cdot 4 \pi r^2 = 4 \pi Q$$

Que es la cantidad de líneas que salen o llegan a la carga  $Q$ ; salen si  $Q$  es positiva y llegan si es negativa, de acuerdo con lo dicho anteriormente.

### § 16) Flujo eléctrico.

Si se considera una superficie cualquiera contenida en el campo eléctrico y colocada perpendicularmente a las líneas de fuerza, se define el flujo eléctrico a través de ella como el producto de la intensidad de campo por el valor de la superficie.

Llamando  $S$  a la superficie normal a las líneas del campo y  $H$  a la intensidad, se tiene:

$$\Phi = HS$$

Es difícil visualizar el flujo atendiendo a su concepto físico, pero si nos referimos a la imagen objetiva del campo eléctrico, en la cual la intensidad del mismo estaba dada por la cantidad de líneas de fuerza que atraviesan un centímetro cuadrado de superficie normal a ellas, puede encontrarse rápidamente una representación visualizable.

En efecto, de acuerdo con la definición, el flujo es el producto de la intensidad, o sea el número de líneas que pasan por la unidad de superficie, por el valor de la superficie misma, es decir, que será numéricamente igual al total de líneas que atraviesan la sección considerada.

Así, si se toma una figura cerrada colocada perpendicularmente a las líneas del campo, la cantidad total de líneas que pasen por esa sección da el valor del flujo a través de ella.

Anteriormente se ha calculado el número total de líneas que salían de una carga eléctrica positiva, o el que llegaba a una carga negativa. Tal número no es otra cosa que el flujo eléctrico saliente o entrante a esa carga, respectivamente.

De manera pues, que el flujo eléctrico saliente de una carga eléctrica positiva de valor  $Q$ , está dado por:

$$\Phi = 4\pi Q$$

y si la carga fuera negativa, el flujo tendría el mismo valor numérico, pero sentido contrario, pues sería entrante.

## § 17). Potencial eléctrico.

Consideremos un campo eléctrico producido por una carga  $Q$  (ver fig. 4) y dentro de él tomemos un punto A, cualquiera, situado a una distancia  $r$  de la carga. Por definición, se llama

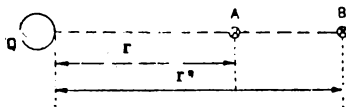


Fig. 4

potencial eléctrico del punto A; a la relación entre el valor de la carga y la distancia. Se designa con la letra  $V$  y está dado por:

$$V = \frac{Q}{r}$$

De modo que el potencial de otro punto cualquiera como el B, que dista  $r'$  de la carga  $Q$ , será igual a:

$$V' = \frac{Q}{r'}$$

Y, convencionalmente, se le hace corresponder un signo igual al de la carga, es decir que será positivo o negativo, según lo sea la carga.

La unidad práctica de potencial es el Volt, de modo que si consideramos un punto situado a un cm, de una carga eléctrica de un Coulomb, el potencial de ese punto será un Volt.

Si el campo no se desarrolla en el vacío sino que hay una substancia dieléctrica, habrá que afectar a la expresión del potencial por la constante dieléctrica del medio, en la misma forma que lo hicimos con las expresiones de intensidad de campo y fuerza actuante (§ 14). Se tendrá, pues:

$$V = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{r}$$

Haremos ahora algunas consideraciones referentes al desplazamiento de cargas en el campo eléctrico, para poner en evidencia el trabajo que se pone en juego. Supongamos que en la figura 4 la carga eléctrica vale  $Q$ , y en el punto A colocamos una carga unitaria.

Entre las dos cargas eléctricas se ejerce una fuerza, dada por la ley de Coulomb, en la que  $Q'$  será igual a la unidad; luego la fuerza vale:

$$F = \frac{Q}{r^2}$$

Nótese que esta expresión coincide con la de intensidad de campo eléctrico, ya que ésta es precisamente la fuerza que actúa sobre una carga eléctrica unitaria.

A la fuerza que actúa sobre la carga eléctrica unitaria colocada en A, multipliquémosla por la distancia  $r$  entre A y la carga Q:

$$\frac{Q}{r^2} r = \frac{Q}{r}$$

y obtendremos precisamente el valor del potencial en el punto A.

Como al multiplicar una fuerza por una distancia se obtiene un trabajo, de acuerdo con el concepto físico correspondiente, salta a la vista que el potencial tiene carácter de un cierto trabajo, o, más propiamente, una energía potencial.

Para aclarar lo dicho recordemos que la energía potencial de un cuerpo mide su capacidad de producir trabajo, aunque no lo esté realizando. Así, un peso  $P$  colocado sobre una mesa, distante  $h$  metros del suelo, tiene una cierta energía potencial, dada por el trabajo que realizaría si cayera, o el trabajo que se gastó para subirlo hasta esa altura  $h$ , dado, precisamente, por el producto  $P h$ .

En el caso de nuestra carga unitaria colocada en el punto A, tiene acumulada una energía potencial o, simplemente, se dice que tiene un potencial dado por el producto de la fuerza que actúa sobre ella por la distancia hasta la carga que produce el campo, cantidad que coincide con el cociente entre el valor de esta carga y esa distancia.

Ahora bien, para colocar la carga unitaria en el punto A, trayéndola desde el infinito o desde un lugar en el que el campo sea nulo, hemos tenido que hacer un trabajo, puesto que es menester vencer las fuerzas del campo que obran sobre esa carga unitaria. Podemos definir entonces al potencial eléctrico en el punto A, diciendo que es igual al trabajo que se ha necesitado gastar para llevar la carga eléctrica unitaria hasta ese punto.



Es evidente que para el punto B, más alejado de la carga Q que A, el trabajo gastado será menor, por lo que el potencial de B será menor que el de A, lo que se sabía por la definición y expresión de potencial dadas más arriba. En efecto, a mayor distancia de Q corresponde menor potencial, pues éste es inversamente proporcional a esa distancia.

De las consideraciones precedentes, sale inmediatamente el concepto de "*diferencia de potencial*" que tiene importancia fundamental en el estudio de electrodinámica. En efecto, considerando los dos puntos A y B de la figura 4, hemos dicho que el potencial de A era mayor que el de B. La diferencia entre ambos se denomina "diferencia de potencial entre A y B" y está dada por:

$$V_{A-B} = V_A - V_B$$

Diferencia que tiene una imagen más objetiva que la del potencial mismo, pues ya que el potencial de A es el trabajo que se gasta para llevar una carga desde fuera del campo hasta A, y el de B, el necesario para llevarla hasta B, la diferencia de potencial da el trabajo necesario para llevar una carga eléctrica unitaria desde B hasta A.

Supongamos que colocamos esa carga unitaria en A. Las fuerzas del campo la impulsarán hacia B con la fuerza que actúa en el punto A, fuerza que va disminuyendo a medida que nos alejamos de A hacia B. Si suponemos a A y B muy próximos, tanto como para que la variación de la fuerza no sea sensible, y restamos las expresiones del potencial para los puntos A y B tendremos:

$$\frac{Q}{r} - \frac{Q}{r'} = \frac{Q}{r r'} (r' - r)$$

y analicemos la expresión obtenida: el primer factor del segundo miembro es la media geométrica de las fuerzas actuantes en los puntos A y B, de modo que puede considerarse como la fuerza media actuante sobre la carga al pasar de A hasta B. El segundo factor es la distancia que hay entre los dos puntos A y B considerados.

De modo pues, que la diferencia de potencial entre los puntos A y B equivale al trabajo que desarrolla la fuerza que actúa sobre la masa eléctrica unitaria colocada en A, al llevarla hasta B.

Más adelante veremos que de esta consideración surge la definición de trabajo eléctrico, de importancia fundamental en Electrotecnia.

La definición de potencial, permite afirmar que el mismo decrece en forma inversamente proporcional a la distancia, al alejarnos de la carga que produce el campo. Recuérdese que la intensidad de campo era inversamente proporcional al cuadrado de esa misma distancia.

### § 18) Superficies equipotenciales.

Consideremos una carga eléctrica  $Q$  y el campo eléctrico que ella produce, que sabemos formado por líneas de fuerza radiales que salen o llegan a la carga, según su signo. El potencial de los infinitos puntos del campo que rodea a la carga está dada por el cociente entre el valor de la misma y la distancia entre el punto y la carga.

Busquemos los puntos que tienen el mismo valor de potencial. Como la carga es única, esos puntos se hallarán tomando iguales distancias desde la carga, para que el cociente dé un único resultado  $Q/r$ .

Si la carga la suponemos de forma muy pequeña o esférica, los puntos que equidistan de ella están sobre superficies esféricas concéntricas, tal como se ve en la fig 5. Si la carga ocupa una

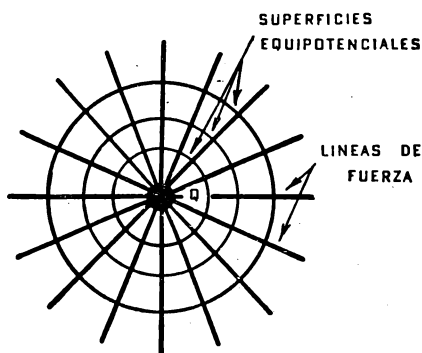


Fig. 5

forma cualquiera, los puntos forman una superficie cuyo contorno equidista del de la carga. Para distancias más o menos grandes se puede considerar a la carga como puntual, y las superficies de igual potencial son esferas concéntricas.

Tales superficies se llaman: "equipotenciales", por tener la propiedad de que el potencial es el mismo para todos sus puntos. Es evidente que dicho potencial es mayor a medida que disminuye el radio de las esferas, y que disminuye a medida que pasamos a esferas exteriores.

Si consideramos dos puntos cualesquiera colocados sobre una superficie esférica equipotencial determinada, y colocamos en uno de ellos una carga eléctrica; la misma podrá pasar de ese punto al otro sin gastar ningún trabajo, puesto que al ser nula la diferencia de potencial entre los dos puntos, será nulo el trabajo necesario para desplazar la carga. Esto explica la facilidad con que se desplazan las cargas eléctricas por las superficies de los cuerpos, ya que tales superficies son equipotenciales si la carga tiene un solo signo.

De la observación de la figura 5, resulta evidente que las líneas de fuerza son perpendiculares a las superficies equipotenciales.

Además, el trabajo que se necesita gastar para transportar una carga eléctrica desde un punto cualquiera de una superficie equipotencial a otra, depende únicamente de la ubicación de ambas y no del camino recorrido, ya sea en línea recta o sinuosa. Esto es evidente, porque siempre se puede suponer descompuesta una trayectoria oblicua en una radial y otra que sigue la superficie de la esfera, y como esta última parte se puede recorrer sin gastar trabajo, sólo insumirá energía la parte correspondiente al paso de una superficie equipotencial a la otra, y en cantidad que sólo depende de la diferencia de potencial entre ambas.

### § 19) Energía potencial de un cuerpo electrizado.

De las consideraciones precedentes, se deduce que un cuerpo electrizado debe tener acumulado un trabajo, que representa el que se gastó para llevar a él las cargas eléctricas. En efecto, el transporte de cargas venciendo las fuerzas del campo implica un consumo de energía, que se mide por el producto de las fuerzas que actúan sobre las cargas, multiplicadas por los caminos recorridos por las mismas.

Del concepto de potencial, resulta más cómodo apreciar el trabajo invertido como el producto de la carga eléctrica por el potencial del punto en que aquella está ubicada. Así, para llevar

una carga cualquiera hasta un punto donde el potencial es  $V$ , el trabajo gastado será igual al producto del valor de la carga por  $V$ .

Calcularemos cuál es el trabajo que se gasta para llevar un cuerpo desde el estado neutro, en el cual la carga eléctrica puede suponerse nula, hasta que tenga una carga total  $Q$ , quedando después ese trabajo en forma de energía potencial acumulada en el cuerpo.

Supongamos que la carga total se la suministramos en pequeñas porciones, cada una de las cuales tiene un valor  $q$ , muy pequeño. El potencial de cualquiera de los puntos de la superficie exterior del cuerpo es directamente proporcional a la carga, de acuerdo con su definición, de modo que en el estado inicial, descargado, el potencial será nulo, irá creciendo paulatinamente a medida que le entregamos cargas  $q$ , y llegará finalmente a un valor que llamaremos  $V$ .

Al comunicarle la primer carga, el potencial del cuerpo es cero y el trabajo gastado será nulo, pero al llevar la segunda carga  $q$ , el potencial del cuerpo ya es  $V_1$ , y el trabajo a gastar vale:

$$q V_1$$

Al comunicarle la segunda carga, el potencial llega al valor  $V_2$ , mayor que  $V_1$  y el trabajo gastado para llevar la tercer carga  $q$  ya no es tan pequeño, puesto que será igual a:

$$q V_2$$

de modo que para comunicar al cuerpo una nueva carga, igual a las primeras, debemos gastar más trabajo, puesto que el cuerpo se halla a un potencial algo mayor. Así siguiendo, la cuarta carga  $q$  que le comunicamos, encuentra al cuerpo a un potencial  $V_3$ , mayor que  $V_2$  y el trabajo será igual al producto de  $q$  por  $V_3$ . El trabajo total gastado para cargar el cuerpo hasta que adquiriera la carga  $Q$ , será igual a la suma de todos los trabajos necesarios para cada pequeña carga  $q$ , de modo que se tiene:

$$T = q V_1 + q V_2 + q V_3 + \dots + q V_n$$

llamando  $n$  al número de pequeñas cargas  $q$ , que se dan al cuerpo para llegar a totalizar la carga total  $Q$ .

En la sumatoria anterior no conocemos los potenciales  $V_1$ ,  $V_2$ , etc., de modo que debemos hacer una substitución de ellos

por un valor conocido. Para esto, notemos que el potencial varía desde cero hasta su valor final  $V$ , de modo que se puede suponer que durante todo el proceso ha tenido un valor constante, igual al promedio entre su valor inicial y final, promedio que vale:

$$\frac{0 + V}{2} = \frac{V}{2}$$

con lo que la sumatoria anterior se puede escribir:

$$T = q \frac{1}{2} V + q \frac{1}{2} V + q \frac{1}{2} V + \dots \dots \dots \text{etc.} = n q \frac{1}{2} V$$

pero debe recordarse que se dijo que la carga total  $Q$  se aplicaría a razón de  $n$  cargas pequeñas de valor  $q$  cada una, luego:

$$n q = Q$$

con lo que la expresión anterior puede ser simplificada así:

$$T = \frac{1}{2} Q V$$

Que representa el trabajo gastado para electrizar el cuerpo hasta que tenga la carga  $Q$ , bajo el potencial  $V$ , que es el de todos los puntos de su superficie exterior. Este trabajo, como dijimos, queda almacenado en el cuerpo en forma de energía potencial.

Más adelante volveremos sobre esto al estudiar los sistemas de cuerpos electrizados, para describir lo que sucede con la energía potencial de un cuerpo cuando se le acerca otro en estado neutro.

## § 20) Densidad de carga superficial.

Se ha visto que las cargas eléctricas no son otra cosa que electrones libres que han sido arrancados del átomo. Teníamos así dos casos posibles: falta o exceso de electrones que representaban la electrización positiva y negativa, respectivamente.

Ahora bien, las cargas eléctricas que se originan en un cuerpo son del mismo signo, es decir, son positivas o negativas. Y entre cargas de igual signo se originan fuerzas de repulsión, de acuerdo a la ley de Coulomb, de modo que cada carga será impulsada por las demás hacia la parte exterior o contorno del cuerpo electrizado.

Esto significa que las cargas eléctricas no pueden permanecer en el interior del cuerpo, sino que se ubican en la periferia, formando una película sutil que envuelve a todo el cuerpo. Esta

propiedad de las cargas eléctricas no solamente es válida para los cuerpos macizos, sino que se hace extensiva a los huecos. Un cilindro como el representado en corte en la fig. 6, al ser electrizado negativamente, concentra sus cargas en la superficie exterior y no en la interna, característica que fué demostrada experimentalmente por Faraday con una especie de jaula, donde la superficie del cilindro estaba formada por una serie de barras conductoras. El electroscopio no acusa carga alguna en las caras internas de las barras. (Ver § 23).

Por definición, se llama *densidad eléctrica superficial*, al cociente entre la carga y la superficie en la que está distribuida la misma. Se tiene:

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

De modo que para una esfera, a la que se le ha producido una carga eléctrica  $Q$ , si tiene radio  $r$ , la densidad superficial será:

$$\sigma = \frac{Q}{4 \pi r^2}$$

puesto que el denominador es la superficie de la esfera. En el interior de dicha esfera, sea hueca o maciza, no habrá cargas eléctricas.

La distribución de las cargas en la superficie exterior de los cuerpos se hace en forma uniforme sólo en el caso de la esfera, porque todos los puntos están igualmente alejados del centro. Para cuerpos de otras formas geométricas y para cuerpos completamente irregulares, la distribución no es uniforme, puesto que las cargas tratarán siempre de alejarse lo más posible del centro de la masa.

Así, en un cuerpo que tiene la forma de la figura 7, las cargas tratarán de ubicarse en mayor grado en las zonas de menor radio de curvatura, que son las más alejadas del centro de masa. De resultas de esto, la densidad superficial no es la misma en toda la superficie exterior del cuerpo, como pasaba con la esfera, sino que en ciertas partes tendrá valbres mayores que en otras. Se dice que las zonas de muy pequeño radio de

curvatura son "puntas", y en ellas la densidad eléctrica superficial será máxima. El valor dado por la expresión anterior es el de la densidad media de todo el cuerpo.

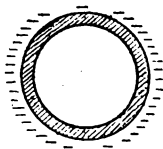


Fig. 6

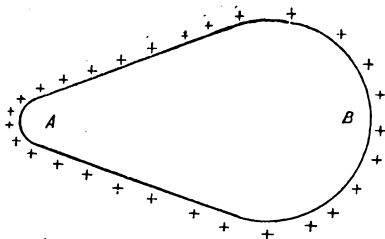


Fig. 7

Suponiendo que la carga se ha originado en el centro del cuerpo, se puede determinar la intensidad del campo eléctrico en la superficie exterior del mismo, haciendo intervenir la densidad superficial. En efecto, para una esfera hueca de radio  $r$ , vimos que la densidad superficial era:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

y por otra parte tenemos que la intensidad de campo eléctrico en cualquiera de los puntos de esa misma superficie estará dado por:

$$H = \frac{Q}{r^2}$$

de modo que salta a la vista que el valor de la intensidad de campo, dado en función de la densidad eléctrica superficial, será:

$$H = 4\pi\sigma$$

Lo que dice que en las zonas de máxima densidad superficial será máxima la intensidad del campo eléctrico, consideración que puede hacerse extensiva a las zonas vecinas. La intensidad de campo en el entorno de un cuerpo cargado es, entonces, proporcional a la densidad de carga superficial. En el interior del cuerpo la intensidad de campo es nula, puesto que lo es la densidad de carga.



### § 21) Presión eléctrica.

Supongamos un cuerpo cargado de electricidad, como el representado en la figura 8. Veremos la acción que se ejerce sobre una carga eléctrica  $Q$  colocada muy cerca del cuerpo, que estará sometida a las fuerzas del campo.

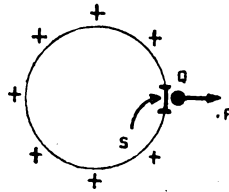


Fig. 8

La intensidad del campo eléctrico en el punto en que se halla  $Q$ , está dada por la densidad superficial en una porción  $S$  del contorno, vecina a  $Q$ , de acuerdo con la expresión ya vista:

$$H = 4\pi\sigma$$

valor que podemos considerar compuesto por dos efectos: el de la carga concentrada en la porción  $S$  y el de toda la restante del cuerpo. Llamemos a esas dos componentes  $H_1$  y  $H_2$ , respectivamente. Se tiene:

$$H = H_1 + H_2$$

Supongamos ahora por un momento que la carga  $Q$  estuviera colocada en el interior del cuerpo, pero también en la cercanía inmediata de la porción  $S$  de superficie. Sabemos que la intensidad de campo eléctrico en el interior del cuerpo es nula. La parte  $H_1$  de la intensidad de campo tiene ahora signo contrario, puesto que la carga  $Q$  está al otro lado de la superficie  $S$ . La parte  $H_2$  podemos suponerla que no se ha alterado en valor ni en signo, puesto que las dos posiciones que le asignamos a la carga  $Q$  son muy próximas. Se tiene entonces que la suma de estas dos partes debe ser nula, pero una de ellas tiene signo negativo:

$$-H_1 + H_2 = 0$$

expresión que permite deducir inmediatamente que:

$$H_1 = H_2$$

es decir, que la intensidad del campo eléctrico en un punto próximo al cuerpo electrizado es debida a dos efectos que contribuyen en forma numéricamente idéntica a su valor total: uno debido a la acción de la carga en la vecindad del punto y otro a la acción del resto de las cargas en todo el cuerpo. Esta última parte es particularmente importante, pues revela el efecto que ocasiona sobre una carga superficial, la carga de todo el cuerpo. Puesto que:  $H = H_1 + H_2$ , y  $H_1 = H_2$  resulta evidente que:

$$H_2 = \frac{H}{2} = 2\pi\sigma$$

Ahora bien, recordemos que la intensidad de campo eléctrico era la fuerza que actuaba sobre la carga eléctrica unitaria. Si la carga en vez de valer uno vale  $Q$ , la fuerza que actuará sobre ella será:

$$F = H_2 Q = 2\pi\sigma Q$$

Definiremos ahora la *presión eléctrica*, que obra sobre una carga eléctrica cualquiera colocada en la superficie exterior de un cuerpo electrizado. Sabemos que, por definición, la presión es la fuerza que actúa sobre la unidad de superficie; llamándola  $p$ , se tendrá:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{2\pi\sigma Q}{S} = 2\pi\sigma^2$$

Es decir, que la presión eléctrica depende del cuadrado de la densidad eléctrica superficial.

Reemplazando la densidad por su equivalente en función de la intensidad de campo eléctrico, se tiene:

$$p = \frac{2\pi H^2}{16\pi^2} = \frac{H^2}{8\pi}$$

De las dos expresiones de la presión eléctrica, se deducen importantes conclusiones. Por de pronto, como la misma es proporcional al cuadrado de la intensidad de campo, su sentido será siempre saliente del cuerpo, cualquiera que sea el sentido de  $H$ , es decir, cualquiera que sea el signo de la carga eléctrica. Las cargas eléctricas tienden siempre a ser expulsadas de los cuerpos electrizados. Además, la presión depende del cuadrado de la densidad superficial, lo que explica por que las cargas son expelidas por las "puntas", a que se hizo referencia anterior

mente. En efecto, en los picos, aristas agudas, etc., la densidad eléctrica superficial adquiere valores elevados, y la presión, que depende del cuadrado de dicha magnitud, valores mucho mayores que en otras partes de la superficie del cuerpo.

Estas consideraciones se ponen en evidencia en los experimentos de electrostática. haciendo notar el llamado "viento eléctrico". que hace girar a un molinillo, apaga una vela, etc. En la práctica se presenta en forma de efluvios, en los cuerpos sometidos a potenciales elevados.

## § 22) Sistemas de cuerpos electrizados.

Hasta aquí hemos visto algunas características de los cuerpos electrizados, así como la distribución de las cargas en la superficie exterior de los mismos, la presión que se ejerce sobre tales cargas. que las impele hacia afuera, la forma y distribución de las líneas de fuerza en el campo que rodea a un cuerpo cargado de electricidad y la ubicación de puntos de igual potencial en dicho campo, es decir, las superficies equipotenciales.

Viremos qué influencia tiene en todas estas características el hecho de que en el campo eléctrico de un cuerpo se coloquen otros cuerpos. cargados o no de electricidad.

La distribución del campo en un cuerpo cargado estaba dada en la figura 5. donde se ve que las líneas de fuerza son radiales y las superficies equipotenciales son esferas concéntricas.

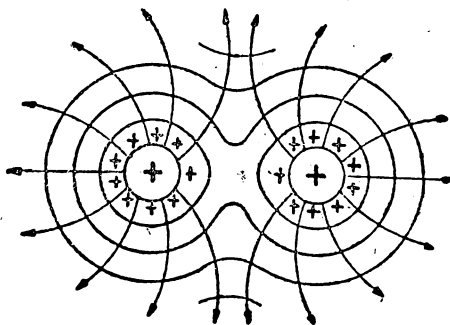


Fig. 9

Supongamos ahora que colocamos cerca de un cuerpo electrizado, otro cargado con electricidad del mismo signo que el primero (ver fig. 9) Las líneas de fuerza dejan ver el efecto

de repulsión que obra entre los dos campos, que en las zonas más alejadas, como las partes opuestas al enfrentamiento, el campo se desarrolla de la manera normal, mientras que en la zona del espacio comprendido entre ambos cuerpos no hay líneas de fuerza y las superficies equipotenciales presentan una inflexión.

A medida que nos alejamos del par de cuerpos, las líneas de fuerza van tomando la forma normal, como si el campo fuera producido por una sola carga, y las superficies equipotenciales van siendo más y más esféricas.

Si los dos cuerpos están electrizados con signos contrarios (ver fig. 10), el campo eléctrico toma una forma completamente distinta, pues por más que nos alejemos del sistema no tendremos esferas equipotenciales concéntricas. En el centro del espacio comprendido entre ambos cuerpos, si las dos cargas son iguales, o más cerca del de menor carga, se halla un plano equipotencial nulo,teniéndose a ambos lados de él las superficies equipotenciales crecientes a medida que nos acercamos a los cuerpos.

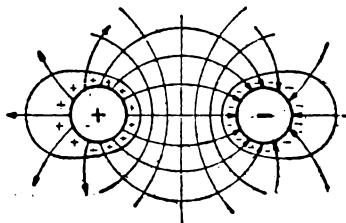


Fig. 10

Las líneas de fuerza, de acuerdo con la convención hecha anteriormente, salen del cuerpo cargado positivamente y llegan al que tiene cargas negativas. En el espacio comprendido entre los dos cuerpos se nota una concentración de líneas, por lo que en esa región el campo tendrá máxima intensidad.

Lo mismo en este caso que en el anterior, las líneas de fuerza cortan perpendicularmente a las superficies equipotenciales.

Veamos, finalmente, el efecto que produce en el campo la presencia de un cuerpo en estado neutro, es decir, carente de cargas eléctricas. Sabemos que un cuerpo neutro tiene todos sus átomos en perfecto estado de equilibrio eléctrico, de modo que tendrá igual cantidad de cargas positivas y negativas.

Por efecto de la atracción entre cargas de signo contrario y repulsión entre las del mismo signo, se opera una modificación de ese estado de equilibrio en el cuerpo neutro, trasladándose las cargas de signo contrario a las del cuerpo electrizado, a la zona vecina a éste (ver fig. 11) y alejándose a la zona contraria las de igual signo. El cuerpo neutro queda dividido en dos partes, separadas por una superficie equipotencial nula, y el campo en las proximidades del mismo tiene líneas de fuerza que salen de una zona para dirigirse a la otra.

Este fenómeno no es más que lo que conoce por "*electrización por influencia o inducción*", que es el procedimiento utilizado en Electrostática para cargar un cuerpo.

En efecto, si tenemos un cuerpo cargado con electricidad positiva, por ejemplo (ver fig. 12), y acercamos a él un cuerpo en estado neutro, se rompe el equilibrio atómico y aparecen car-

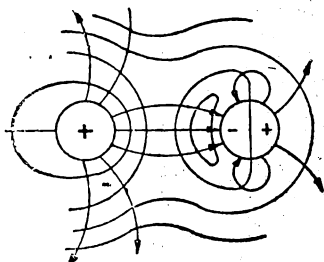


Fig. 11

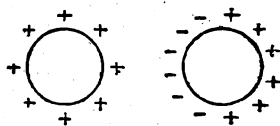


Fig. 12

gas eléctricas en la superficie exterior del cuerpo, con signos distintos según las zonas estén enfrentadas u opuestas al cuerpo primero. Si se toca ahora el cuerpo segundo con un conductor, por él se irán las cargas positivas hacia el lugar a que está conectado el otro extremo del conductor, por ejemplo la tierra u otro cuerpo cualquiera. En el segundo cuerpo sólo quedan las cargas negativas.

Lo mismo hubiera sido si el primer cuerpo hubiera tenido cargas negativas, solo que en el segundo tendríamos cargas de signo contrario, o sea, positivas.

El primer cuerpo se llama "*inductor*" y el segundo "*inducido*". El fenómeno operado en el conductor inducido se denomina: "*polarización*", que equivale a decir que en el cuerpo se opera una aparición de dos efectos de igual magnitud, pero de

sentido contrario. Si se retira el cuerpo inductor sin haber descargado la electricidad de igual signo que la de él del cuerpo inducido, la polarización desaparece y se restablece la condición de equilibrio atómico.

Otra forma de electrizar un cuerpo por inducción, sería la de construirlo partido, con dos mitades perfectamente casadas, y acercarlo a un cuerpo cargado de electricidad de cualquiera de los dos signos. Por influencia, en el cuerpo partido se producirá la polarización, y aparecerán igual número de cargas positivas que negativas. Si el plano que separa las dos mitades se ha dispuesto perpendicularmente a la dirección en que se halla el cuerpo cargado, en una de las mitades se ubicarán todas las cargas positivas, y en la otra, las negativas. Separando los dos trozos del cuerpo, se obtienen dos cuerpos, cada uno de los cuales tiene cargas eléctricas de un solo signo, que se pueden acumular en un conductor aislado cualquiera. Repitiendo la operación, se consiguen cargas de valor apreciable (un ejemplo de esto es el electróforo de Volta).

### § 23) Experiencias de Electrostática.

El procedimiento más elemental para saber si un cuerpo está cargado, es acercarlo a partículas muy livianas (trocitos de papel, etc.), notándose que ellas son atraídas por las fuerzas del campo. Esta propiedad ya fué comprobada hace 20 siglos por Tales de Mileto en Grecia, sin que se le atribuyera importancia al fenómeno.

Se puede demostrar cómodamente la existencia de cargas mediante un dispositivo denominado: "*péndulo eléctrico*" (ver fig. 13), formado por un soporte, con una barra aisladora de

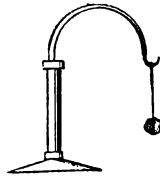


Fig. 13

vidrio, en cuya parte superior tiene una pieza curva con un gancho. De éste pende, mediante un hilo de seda, una bolilla de sauco, de peso sumamente reducido. Las experiencias a realizar son las siguientes:

Si se acerca a la esferilla una barra de vidrio, frotada con un paño de lana, será atraída por la barra hasta tocarla. Como el sauco es conductor, toma inmediatamente cargas eléctricas positivas, puesto que el vidrio adquiere electricidad positiva por frotamiento. Al tener la bolilla y la barra cargas de igual signo se repelarán, notándose que la primera es rechazada enérgicamente y queda con cargas positivas. Cada vez que se vuelve a acercar la barra de vidrio, se observa idéntica repulsión.

Si frotamos una barra de lacre, ebonita o resina con un paño, y la acercamos a la esfera que ha quedado con cargas positivas, veremos que es atraída, por tener estos materiales electricidad negativa.

Si se quiere descargar la esferilla, no hay más que tocarla con la mano o con un conductor unido a tierra, para que las cargas se disipen. Quedando nuevamente en estado neutro, se puede repetir la experiencia, con las barras de lacre o ebonita, notándose los mismos efectos que con la de vidrio, pero poniéndose en juego cargas negativas.

El péndulo permite comprobar, pues, la existencia de cargas y el hecho que las de igual signo se repelen y las de distinto signo se atraen.

Otro dispositivo que permite hacer comprobaciones como las descriptas, es el "electroscopio" (ver fig. 14). Consta de una barra

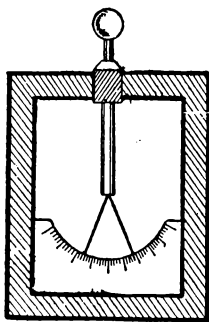


Fig. 14

conductora, en uno de cuyos extremos tiene una esfera para ser tocada con cuerpos cargados de electricidad. en el otro extremo penden dos láminas delgadas de metal (oro, estaño, etc.). Una

escala de vidrio grabado permite observar el ángulo de apertura de las dos hojuelas. El funcionamiento es el siguiente:

Si se toca la esfera superior con un cuerpo cargado de electricidad, las cargas se propagan por la barra hasta las dos láminas, las que, al adquirir electrización del mismo signo, se repelen entre sí, abriéndose y formando un ángulo. La medida del ángulo da una idea de la magnitud de la carga.

Si mientras las hojas están abiertas, por haber tocado la esfera con un cuerpo cargado positivamente, por ejemplo, se vuelve a tocar la esfera con otro cuerpo con electricidad positiva, las hojuelas divergen más aun, y si se toca con uno que tenga cargas negativas, se neutralizan parte de las que hay en las hojuelas y se cierran un poco.

Como se ve, se puede comprobar con este aparato la existencia de cargas, tener una idea de su magnitud, del signo, y comprobar la repulsión y atracción entre cargas de igual o distinto signo, respectivamente.

En virtud de la proporcionalidad que hay entre la carga y el potencial de un cuerpo cargado de electricidad, el electroscopio permite también apreciar el valor del potencial de dicho cuerpo, por comparación con otro potencial conocido. Basta para ello anotar el ángulo de divergencia de las láminas cuando el cuerpo está a un potencial dado, para saber si en una nueva carga tiene menor, igual o mayor potencial, por lectura del ángulo citado.

Una interesante experiencia que permite visualizar el campo eléctrico es la siguiente: en un vaso de vidrio, se coloca una solución de sulfato de quinina y esencia de trementina. Se sumergen en el líquido dos barras conductoras, colocadas diametralmente opuestas y unidas a cualquier dispositivo electrostático que provoque entre ellas una diferencia de potencial. Si se ilumina el vaso por transparencia, se verá que los cristales de sulfato se disponen según las líneas de fuerza del campo, como lo muestra la figura 10.



### CAPÍTULO III

## CAPACIDAD ELECTRICA

#### § 24) Definiciones.

En la definición de cuerpos electrizados, se dijo que las cargas eléctricas sólo permanecían en la superficie exterior de los mismos, y que el campo eléctrico en su interior era nulo. Además, la configuración del campo eléctrico, debido a una cierta carga contenida en un cuerpo, se vió en la figura 5, notándose que las líneas de fuerza eran radiales y que las superficies equipotenciales eran esferas concéntricas cuyos potenciales eran decrecientes a medida que aumentaba el radio. Y también se dejó sentado que la constante dieléctrica del medio que rodeaba al cuerpo cargado tenía influencia en el valor del potencial de cada punto del campo.

Ahora bien, tomemos un cuerpo conductor (ver fig 15) de forma esférica, con radio  $r$ , al que se lo electriza por cualquiera

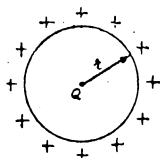


Fig. 15

de los procedimientos vistos anteriormente. El valor del potencial eléctrico en un punto de la superficie de la esfera será (§ 17)

$$V = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{r}$$

de acuerdo con la definición de potencial, ya tratada.

Las superficies equipotenciales serán esferas concéntricas con el cuerpo mismo, y el potencial de ellas irá decreciendo a medida que consideremos radios mayores. El potencial máximo estará en la superficie exterior del cuerpo cargado, porque siendo éste conductor, no se puede concebir la existencia del campo eléctrico en su interior, y, por ende, no puede imaginarse un punto que esté a mayor potencial que el de la superficie esférica del cuerpo.

De modo que la superficie equipotencial máxima es la exterior del cuerpo mismo, y el valor del potencial de cualquiera de sus puntos depende de la carga, de la dimensión del cuerpo, y de la substancia que envuelve a este último. En la masa del cuerpo cargado, el potencial no es mayor que en la superficie exterior, pese a que el radio, o distancia al centro del cuerpo es menor, y de la fórmula podría deducirse que  $V$  aumenta. El potencial de los puntos del campo que rodea al conductor, aumenta a medida que nos acercamos a la superficie exterior del cuerpo, y toma su valor máximo en dicha superficie.

Modificando ligeramente la ubicación de los componentes de la fórmula anterior, tenemos

$$\epsilon r = \frac{Q}{V}$$

que resulta una relación entre la carga que tiene un cuerpo y su potencial, ya que  $V$  es el potencial de cualquiera de los puntos de la superficie exterior del cuerpo, donde residen las cargas. Dicho de otra manera, la relación anterior mide la aptitud de un cuerpo para adquirir cargas eléctricas bajo un potencial determinado.

Por este motivo, al cociente anterior se lo denomina: "*capacidad eléctrica*" del cuerpo, se lo expresa con la letra  $C$  y se deja sentado que ella depende de las dimensiones del cuerpo y de la substancia que lo rodea:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Expresando la carga eléctrica en Coulomb y el potencial en Volt. que son las unidades prácticas, la capacidad resulta dada en Farad, pero, como veremos en seguida, es una unidad demasiado grande para que tenga valor práctico.

De la expresión de la capacidad, se deduce que su valor para un cuerpo esférico es directamente proporcional al radio y a la constante dieléctrica del medio que rodea al cuerpo:

$$C = \epsilon r$$

con lo que la unidad de capacidad sería la de longitud, es decir, el centímetro. Pero por otra parte, queremos tomar para  $Q$  y  $V$  las unidades prácticas, con lo que hay que dejar de lado la unidad teórica: el cm. A título ilustrativo damos la equivalencia:

$$1 \text{ Farad} = 9 \times 10^{11} \text{ cm.}$$

que equivale a decir que para que una esfera tenga la capacidad de 1 Farad debería tener un diámetro 1500 veces superior a la del globo terráqueo, si la substancia que lo rodea tiene constante dieléctrica unitaria. Por la desproporción señalada, se adopta como unidad de medida de la capacidad un submúltiplo del Farad, que es su millonésima parte:

$$1 \text{ micro-Farad} = 1 \text{ Farad} \times 10^{-6}$$

Resumiendo, podemos decir que los cuerpos conductores aislados en el espacio, tienen la facultad de acumular cargas eléctricas, las que son directamente proporcionales al potencial del cuerpo. La constante de proporcionalidad se denomina: "capacidad eléctrica" del cuerpo. Expresado algebraicamente lo que antecede se tiene:

$$Q = CV$$

que dice que la cantidad de electricidad que puede acumularse en un cuerpo es tanto mayor cuanto mayor sea el potencial del mismo y su capacidad eléctrica. Si el cuerpo está aislado en el espacio, la capacidad aumenta con las dimensiones y con la constante dieléctrica del medio que rodea al cuerpo, de modo que la carga acumulable aumentará con esas mismas cantidades, lo que es, por otra parte, lógico.

## § 25) Capacidad de un sistema de conductores.

Supongamos que a nuestro cuerpo conductor aislado en el espacio, de la figura 15, le acercamos otro cuerpo conductor (ver

fig. 16). Sabemos que se producirán fenómenos de inducción eléctrica, apareciendo en el segundo cuerpo (2) cargas de signo contrario a las del primer cuerpo (1), en la zona enfrentada, y de igual signo, en la zona opuesta. El cuerpo (2) se polarizará, pero siempre se puede hacer que sólo queden en él las cargas de un solo signo, uniéndolo con tierra mediante un alambre metálico; las cargas del mismo signo que el cuerpo inductor (1) se irán a tierra. En el caso de la figura 16, el cuerpo inductor (1) está cargado positivamente, de modo que en el cuerpo inducido (2) podemos hacer quedar las cargas negativas mediante el procedimiento indicado.

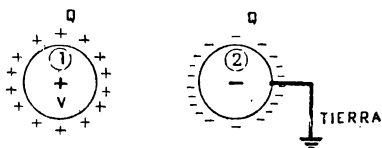


Fig. 16

Ahora bien, sabemos que la energía potencial acumulada en el cuerpo (1), según se vió (§ 19) tenía por valor:

$$T = \frac{1}{2} Q V$$

es decir que depende del producto de su carga por el potencial. Al acercarle el cuerpo (2), se forman cargas eléctricas en él, y ello debe consumir algún trabajo, que forzosamente lo debe proveer el cuerpo (1). La energía potencial del (1) debe disminuir, luego alguno de los términos de la expresión anterior se debe reducir. La carga  $Q$  del cuerpo (1) no puede variar por el hecho que se acerque otro cuerpo, de modo que sólo nos queda el potencial  $V$ , que es el que experimenta un descenso.

Resumiendo, cuando a un cuerpo cargado de electricidad, que está a cierto potencial, se le acerca un cuerpo en estado neutro, ese potencial disminuye, y esa disminución representa la energía que absorbe el cuerpo neutro para electrizarse, o mejor dicho, para polarizarse.

Veamos lo que sucede con la capacidad del cuerpo (1): ella está dada por el cociente entre la carga y el potencial, es decir por:

$$C = \frac{Q}{V}$$

de modo que si  $Q$  no ha variado al acercarle el cuerpo (2), y  $V$  ha disminuído, es evidente que  $C$  aumenta. Luego, la capacidad de un cuerpo electrizado aumenta si se le acerca otro cuerpo en estado neutro. Es lógico que lo mismo sucederá si el cuerpo cargado se acerca a la tierra. La disminución del potencial del cuerpo (1) se acentúa a medida que le acercamos más el cuerpo (2), de modo que la capacidad del cuerpo cargado se hará tanto mayor cuanto más le acerquemos el otro cuerpo.

### § 26) Condensadores.

De resultados de las consideraciones anteriores, es evidente que se puede aumentar el efecto acumulador de cargas eléctricas que tienen los conductores aislados, con solo acercarle otro cuerpo conductor. Además, como hemos visto que el aumento de capacidad se obtenía por la disminución de la energía potencial del cuerpo cargado, cuanto mayor sea la carga que se induzca en el cuerpo (2) de la figura 16, mayor será el aumento de capacidad del cuerpo (1).

Por este motivo, si se desea construir un dispositivo capaz de acumular gran cantidad de electricidad, conviene hacerlo colocando dos placas metálicas, muy cerca una de la otra, para que al cargar una de ellas la otra se cargue, a su vez, lo más posible.

Además, hemos visto que la capacidad de los cuerpos dependía de sus dimensiones, y en particular, para una esfera, dependía de su radio, lo que habla de la conveniencia de aumentar el tamaño de los conductores para aumentar su capacidad. Todavía podemos agregar que se puede aumentar más aún la capacidad si colocamos entre los dos cuerpos una substancia más permeable al campo eléctrico, es decir, con constante dieléctrica elevada, puesto que la capacidad es directamente proporcional a esa constante.

Un dispositivo construído en esta forma (ver fig. 17) se denomina: "condensador", y su vastedad de aplicación será apreciada en los capítulos próximos. El primer modelo fué debido a Leyden, quien lo construyó en forma de botella, colocando en el interior trozos de papel metálico para formar uno de los cuerpos conductores, y en el exterior una envoltura metálica. Las dos partes metálicas constituyen las "armaduras" y el vidrio era el "dieléctrico". La construcción moderna ha tomado otros rum,

bos, por la necesidad de condensadores de capacidad mucho más elevada que la de ese modelo primitivo.

### § 27) Condensador plano.

La figura 17 representa esquemáticamente un condensador plano, así llamado por estar formado de dos placas paralelas, de superficie enfrentada  $S$  y separadas por un dieléctrico de espesor  $e$ . El condensador toma el nombre por la substancia dieléctrica, así se tendrán: condensadores de aire, de mica, de papel parafinado, etc.

Deduciremos el valor de la capacidad de un condensador plano en función de las características del campo eléctrico que se forma entre sus armaduras. Para los demás tipos de condensadores nos limitaremos a dar el valor de su capacidad, para evitar deducciones engorrosas sin valor práctico, puesto que la mayor parte de los condensadores que se utilizan en la práctica son planos o pueden considerarse como tales.

Consideremos la figura 18. Se muestran dos placas metálicas enfrentadas, y colocadas paralelamente a distancia  $e$ . Es evidente que el espesor de las placas no tiene ninguna importancia, por lo que se las puede construir tan delgadas como se quiera.

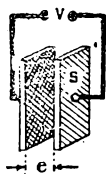


Fig. 17

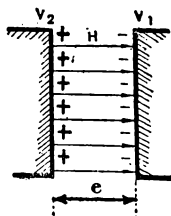


Fig. 18

La placa de la izquierda oficiará de inductor y la de la derecha de inducido. La primera está cargada de electricidad positiva, por ejemplo, proveniente de cualquier fuente. Por inducción, aparecerán en la otra placa cargas negativas y entre ambas se formará un campo eléctrico de líneas paralelas entre sí y perpendiculares a las placas.

Si la densidad superficial de las cargas eléctricas en las placas es  $\sigma$ , sabemos que la intensidad del campo eléctrico será:

$$H = \frac{4 \pi \sigma}{\epsilon}$$

de acuerdo a lo visto anteriormente (§ 20). La densidad de carga superficial no la conocemos, pero se la puede expresar en función de la carga eléctrica y la superficie de la placa, por:

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

que puede ser reemplazada en la expresión que da la intensidad de campo y se tendrá:

$$H = \frac{4 \pi Q}{\epsilon S}$$

Ahora bien, supongamos que abandonamos una carga unitaria, o de valor uno, en una de las armaduras del condensador, que está a potencial  $V_1$ . Bajo la influencia de las fuerzas del campo, se desplazará desde esa placa a la otra que está a potencial  $V_2$ , desarrollándose un trabajo que puede calcularse. En efecto, por definición, la intensidad de campo es la fuerza que actúa sobre la unidad de carga, de modo que el trabajo será igual al producto de la fuerza por el camino recorrido, es decir, igual al producto de  $H$  por  $e$ .

Por otra parte, la diferencia de potencial entre dos puntos del campo eléctrico era igual al trabajo que se ponía en juego al llevar la carga eléctrica unitaria desde un punto hasta el otro, es decir que la diferencia de potencial entre las armaduras del condensador será igual al trabajo que mencionamos más arriba, con lo que se puede escribir:

$$V_1 - V_2 = H e$$

expresión que puede ser modificada con reemplazar el valor de la intensidad de campo eléctrico, dada más arriba. Se tendrá:

$$V_1 - V_2 = \frac{4 \pi Q e}{\epsilon S}$$

Hemos llegado a una expresión que liga la carga eléctrica que acumula el condensador bajo una diferencia de potencial

conocida entre sus armaduras. El divisor de  $Q$  debe ser lógicamente la expresión de la capacidad del condensador, puesto que sabemos que ella es igual al cociente entre la carga eléctrica y la diferencia de potencial. Se tiene pues:

$$C = \frac{\epsilon S}{4 \pi e}$$

es decir que la capacidad de un condensador plano será tanto mayor cuanto más grande sea la superficie enfrentada de las armaduras,  $S$  (cm.<sup>2</sup>), cuanto mayor sea la constante dieléctrica del material colocado entre las dos placas y cuanto más cerca estén éstas, es decir, cuanto menor sea  $e$  (cm.).

Hay que aclarar que la expresión de la capacidad obtenida es una dimensión lineal, de modo que estará expresada en centímetros. Para obtenerla en la unidad práctica se debe aplicar un divisor numérico y mencionado, que sale de la equivalencia:

$$1 \text{ micro-Farad} = 9 \times 10^5 \text{ centímetros}$$

lo que equivale a decir que al valor de la capacidad resultante de la fórmula anterior se lo debe dividir por 900.000 para tenerla expresada en micro-Farad.

La expresión de la capacidad es válida cuando las armaduras no están formadas de un plano único, sino que están arrolladas sobre sí mismas, por ejemplo, que es la forma constructiva más generalizada. Para espesor dieléctrico reducido, se puede aplicar la fórmula general de condensador plano. Debe aclararse que la superficie a tomar en cuenta es la enfrentada por las dos armaduras, no interviniendo las partes que no estén en tales condiciones. Esto se aprovecha para construir condensadores variables, haciendo una de las dos armaduras movable, de modo que al desplazarla con respecto a la otra, por rotación del eje, se reduce la capacidad.

## § 28) Capacidad de algunos condensadores.

En la práctica se presentan, a veces, ciertas formas de condensadores cuya capacidad no se puede calcular con la fórmula de condensador plano. La aparición de tales condensadores no es intencional, pues dijimos que la forma constructiva más conveniente era la de colocar las dos armaduras paralelas y con



reducido espesor dieléctrico, pero la colocación cercana de dos cables conductores, o de un cable próximo a la tierra, o la envoltura metálica que se le aplica a algunos conductores con fines especiales, hacen que se presenten efectos de capacidad que deben tenerse en cuenta.

**DOS CILINDROS CONCÉNTRICOS.** Es el caso de un conductor con una envoltura metálica que no está tan arrimada a él como para que sea válida la expresión de capacidad de condensadores planos, que dijimos se podía hacer extensiva a los cilíndricos, si el espesor del dieléctrico era muy reducido con respecto al radio del cilindro.

La capacidad es función de las dimensiones (ver fig. 19) tomadas en centímetros y de la constante dieléctrica del medio que separa los dos cilindros. No interesa si el cilindro interior es macizo o hueco. El valor de  $C$  es:

$$C = \frac{\epsilon l}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

que resulta expresada en centímetros; para reducirla a micro-Farad se la debe dividir por la equivalencia, es decir, por 900.000. Se ve que la capacidad será tanto mayor cuanto más largo sea el condensador, y cuanto más iguales sean los dos radios, de los cilindros exterior e interior.

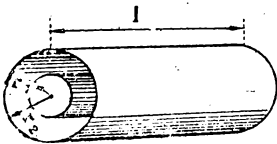


Fig. 19

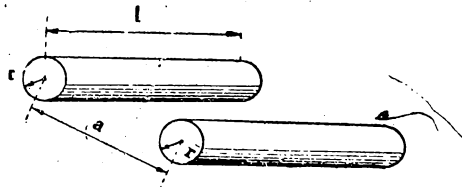


Fig. 20

**DOS CILINDROS PARALELOS.** Es el caso de la capacidad que se origina entre dos conductores metálicos colocados muy cerca uno de otro (ver fig. 20). La capacidad está dada en función de la longitud del conductor más corto, o la longitud enfrentada de ambos, pues si se separan en cierta parte, ahí la capacidad será despreciable; la distancia entre los centros de ambos,  $a$ , y los

radios,  $r$ , supuestos iguales. Todas las medidas se toman en centímetros. El valor de  $C$  es:

$$C = \frac{l}{4 \ln \frac{a}{r}}$$

que igual que en el caso anterior se debe dividir por 900.000 para que resulte expresada en micro-Farad.

**CILINDRO Y PLANOS PARALELOS.** Es el caso de los conductores que se hallan colocados paralelamente a la tierra y a corta distancia de ella. La tierra puede ser representada por una superficie metálica unida a ella (techados, etc.) Si el radio del conductor es  $r$  (ver fig. 21), la distancia a la tierra o al plano es  $a$ ,

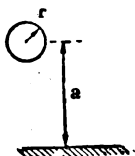


Fig. 21

y la longitud del cilindro es  $l$ , todas ellas expresadas en centímetros, la capacidad será:

$$C = \frac{\epsilon l}{2 \ln \frac{2a}{r}}$$

y dividida por 900.000 estará expresada en micro-Farad.

En la forma señalada se resuelven los casos prácticos que se presenten. En el denominador de todas las expresiones aparece el logaritmo natural o neperiano que se encuentra en las tablas, o, si no se dispone de ellas, puede hacerse uso de los logaritmos decimales, pero aplicándole el factor de conversión, es decir: el logaritmo decimal de un número se multiplica por 2,3 para tener el logaritmo natural.

#### Ejemplo 1.

Calcular la capacidad de un condensador plano, cuyas armaduras son rectangulares, de 3 cm de largo por 4 cm de ancho, y el dieléctrico es de mica, de 0,01 cm de espesor.

**Solución:**

Superficie de las armaduras:  $3 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$ .

Constante dieléctrica de la mica (tabla § 13): 5,7 a 8. Adoptamos  $\epsilon = 7$ .

Aplicando la fórmula de § 27:

$$C = \frac{\epsilon S}{4 \pi e} = \frac{7 \times 12}{4 \times 3,14 \times 0,01} = 668 \text{ cm}$$

y reduciendo esta capacidad a microfarad, se tiene

$$C = \frac{668}{900000} = 0,000742 \text{ } \mu\text{F}$$

**Ejemplo 2.**

Calcular la capacidad existente entre los dos conductores de una línea aérea de 10 Km de longitud, si la sección de cada uno es de 10 mm<sup>2</sup> y la distancia entre los centros, de 20 cm.

**Solución**

Longitud de las armaduras del condensador = 10 Km = 1000000 de cm.

Distancia entre centros de conductores:  $a = 20 \text{ cm}$ .

Radio de cada conductor, si la sección es de 10 mm<sup>2</sup>:

$$r = \sqrt{\frac{10}{\pi}} = \sqrt{\frac{10}{3,14}} = 1,7 \text{ mm} = 0,17 \text{ cm}$$

Aplicando la fórmula de § 28, y considerando que el dieléctrico es el aire, se tiene:

$$C = \frac{\epsilon l}{4 \ln \frac{a}{r}} = \frac{1000000}{4 \ln \frac{20}{0,17}} = 52500 \text{ cm}$$

y reduciéndola a microfarad:

$$C = \frac{52500}{900000} = 0,058 \text{ } \mu\text{F}$$

**§ 29) Acoplamiento de condensadores.**

Las necesidades prácticas obligan, a veces, a unir varios condensadores entre sí, por diferentes razones. Como las cargas eléctricas circulan con toda facilidad por los conductores, es evidente que si unimos una placa cargada de electricidad, mediante un cable metálico, con otra placa, ésta se cargará también con el mismo signo, de modo que si se unen entre sí las armaduras de

dos condensadores, uno de los cuales estaba cargado, su carga se comunicará al segundo condensador.

También se puede conectar dos condensadores entre sí en otra forma, denominada: en serie, y que consiste en unir una placa de uno con uno del otro, y las placas libres conectarlas a los puntos de carga.

Según la conexión sea hecha en una u otra forma, se tienen distintos valores de la capacidad del conjunto, y diferentes características de utilización, que veremos en seguida.

**ACOPLAMIENTO EN PARALELO.** Supongamos que se conectar tres condensadores en la forma que se ve en la figura 22, es decir en paralelo. Cada condensador queda conectado, independientemente, a los dos puntos de carga, entre los que hay una diferencia de potencial  $V$ , conocida.

Cada condensador acumulará una cantidad de electricidad, que será igual al producto de su capacidad por la diferencia de potencial entre sus armaduras, es decir que se tendrá:

$$Q_1 = C_1 V$$

$$Q_2 = C_2 V$$

$$Q_3 = C_3 V$$

es decir que la cantidad total de carga eléctrica que acumulará la batería de condensadores, será la suma de las cargas de cada uno:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q = V (C_1 + C_2 + C_3)$$

resultando la carga total igual al producto de la diferencia de potencial por la suma de las capacidades de todos los condensadores. El efecto es el mismo que si se tratara de un solo condensador cuya capacidad fuera la suma de los acoplados en paralelo.

Se deduce pues, que la capacidad de un conjunto de condensadores acoplados en paralelo es igual a la suma de las capacidades parciales, es decir:

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

lo mismo en el caso de tres que en el de cualquier cantidad de ellos. Todos deben estar expresados en la misma unidad, que puede ser el micro-Farad.

El acoplamiento en paralelo se utiliza para obtener mayor capacidad que la de un solo condensador. Si se conecta un grupo de condensadores iguales en paralelo, la capacidad total será:

$$C_t = C n$$

siendo  $C$  la capacidad de cada condensador y  $n$  la cantidad de condensadores.

**ACOPLAMIENTO EN SERIE.** Conectemos tres condensadores en la forma que se ve en la figura 23, es decir, en serie. La diferencia de potencial disponible entre los puntos de carga se repartirá entre todos los condensadores, tocándole a cada uno una parte de  $V$ , indicada en la figura con  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ , etc.

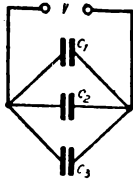


Fig. 22

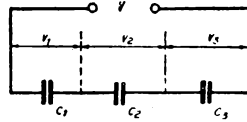


Fig. 23

Si la primer placa de la izquierda tiene una carga  $+Q$ , aparecerá en la segunda, por influencia o inducción, una carga  $-Q$ , desplazándose la carga igual y de signo contrario  $+Q$  hacia la tercer placa, por el conductor que la une a la segunda. También por inducción aparecerá en la cuarta placa una carga  $-Q$ , y así sucesivamente, la carga de la batería es solamente  $Q$ , como si se tratara de un condensador único entre cuyas armaduras se aplicara una diferencia de potencial  $V$ . Tal condensador único tendría una capacidad  $C$  dada por el cociente:

$$C = \frac{Q}{V}$$

pero el valor de  $V$  puede ser reemplazado por la suma de las diferencias de potencial parciales, es decir, por:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

y, a su vez, cada diferencia de potencial es igual al cociente entre la carga  $Q$  y la capacidad del condensador respectivo, puesto

que la carga  $Q$  aparece en cada condensador bajo la diferencia de potencial que hay entre sus armaduras y teniendo la capacidad parcial propia. Se tiene, entonces:

$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

ecuación que reemplazamos en la que da la capacidad equivalente al conjunto de condensadores, obteniendo:

$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}}$$

y donde puede ser eliminada la carga  $Q$ , pues figura en el numerador y en el denominador como factor común, resultando finalmente, que la capacidad de un conjunto de condensadores acoplados en serie es:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

y resulta menor que la del condensador de menor capacidad del conjunto. Ante esto cabe preguntarse la razón de la conexión en serie, puesto que reduce la capacidad. De la observación de la figura 23, salta a la vista que la diferencia de potencial disponible entre los bornes de carga se reparte entre todos los condensadores, de manera que si cada condensador no ha sido construido previendo la diferencia de potencial  $V$ , sino una menor, se pueden utilizar conectando un grupo de ellos en serie. Así, dos condensadores iguales en serie, reciben cada uno la mitad de la diferencia de potencial total que hay entre los bornes de carga.

La expresión de la capacidad equivalente puede ser simplificada en ciertos casos particulares. Por ejemplo, si todos los condensadores son iguales, y se tiene una cantidad  $n$  de ellos en serie, cada uno con capacidad  $C$ , la capacidad del conjunto es:

$$C_t = \frac{C}{n}$$

como resulta de la expresión general, por simplificación directa.

Si sólo se tienen dos condensadores en serie, de capacidades  $C_1$  y  $C_2$ , la fórmula que da la capacidad total queda reducida a:

$$C_t = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

también por simplificación directa.

**ACOPLAMIENTO MIXTO.** Se trata de un conjunto de condensadores, parte de los cuales están conectados en serie y parte en paralelo. Hay un sinnúmero de casos, y se resuelven por operaciones sucesivas. Así en el caso de la figura 24, primero se busca

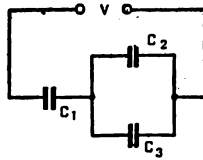


Fig. 24

la capacidad equivalente al conjunto del paralelo formado por  $C_2$  y  $C_3$ , mediante la expresión vista oportunamente:

$$C = C_2 + C_3$$

y resolviendo luego la serie formada por  $C_1$  y  $C$ , en la forma conocida:

$$C_t = \frac{C C_1}{C + C_1}$$

El acoplamiento mixto de condensadores se presenta en la práctica por varias razones; una de ellas es la de obtener una cierta capacidad dada con condensadores que no están previstos para soportar la diferencia de potencial que hay entre los puntos de carga. Se conectan varios condensadores en serie, para que a cada uno le toque únicamente la diferencia de potencial para la que fueron fabricados, y se compensa la reducción de capacidad que se produce, conectando, a su vez, varias series en paralelo.

#### Ejemplo 1.

Tres condensadores de 8, 10 y 12  $\mu\text{F}$  respectivamente, se acoplan en paralelo. Calcular la capacidad del conjunto.

**Solución**

Cuando un grupo de condensadores se acopla en paralelo, la capacidad resultante es la suma de las parciales:

$$C_t = C_1 + C_2 + C_3 = 8 + 10 + 12 = 30 \text{ } \mu\text{F}$$

**Ejemplo 2.**

Se acoplan en paralelo 7 condensadores de 2 microfarad cada uno. Averiguar la capacidad del conjunto.

**Solución**

Se puede calcular la capacidad total mediante la fórmula del ejemplo anterior, pero como todos los condensadores acoplados tienen igual capacidad, basta multiplicar la de uno de ellos por el número de condensadores:

$$C_t = C n = 2 \times 7 = 14 \text{ } \mu\text{F}$$

**Ejemplo 3.**

Tres condensadores de 10, 20 y 40 microfarad se conectan en serie. Calcular la capacidad del conjunto.

**Solución**

Aplicando la fórmula válida para acoplamiento en serie, dada en el § 29, se tiene:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40}} =$$

$$C = \frac{1}{0,1 + 0,05 + 0,025} = \frac{1}{0,175} = 5,72 \text{ } \mu\text{F}$$

Como se ve, la capacidad del conjunto resulta menor que la capacidad del condensador menor del grupo.

**Ejemplo 4:**

Dos condensadores de 15 y 30 microfarad respectivamente, se acoplan en serie. Cuál será la capacidad del conjunto.

**Solución**

Aplicando la fórmula, válida para dos condensadores solamente, se tiene:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{15 \times 30}{15 + 30} = \frac{450}{45} = 10 \text{ } \mu\text{F}$$

**Ejemplo 5.**

Determinar la capacidad de un grupo de 4 condensadores de 8 microfarad, conectados en serie.



## Solución

Cuando todos los condensadores son iguales, y están unidos en serie, la capacidad del conjunto es igual a la de uno de ellos, dividida por la cantidad de condensadores:

$$C = \frac{C_1}{n} = \frac{8}{4} = 2 \mu F$$

## § 30) Rigidez dieléctrica.

En el estudio de condensadores, dijimos que éstos se construyen para una cierta diferencia de potencial máxima entre sus armaduras, valor que no debe ser superado. La razón es la siguiente: Cualquiera que sea el dieléctrico, admite una cierta diferencia de potencial hasta la cual el funcionamiento es correcto, pero si ella es superada, se produce la ruptura del dieléctrico, con descarga disruptiva en forma de chispa eléctrica. Si el dieléctrico es el aire, el inconveniente no es grave, pues el condensador vuelve a servir, pero si es una substancia sólida, la chispa produce una perforación y el dieléctrico queda inutilizado.

La mayor o menor aptitud de un dieléctrico para soportar diferencias de potencial dadas se denomina "*rigidez dieléctrica*", y se la mide por la cantidad de Volts que producen la perforación de una placa de la substancia considerada de un centímetro de espesor.

Así, si se toma una placa de pizarra, de un centímetro de espesor, se observa que una diferencia de potencial de 5.000 Volt producen su perforación; luego 5.000 es el coeficiente de rigidez dieléctrica de la pizarra.

El ensayo de un material no es necesario que se haga con placas de un cm. de espesor, pues se pueden tomar menores, reduciendo después el valor obtenido al espesor de un centímetro.

La rigidez dieléctrica de los materiales usuales para la fabricación de condensadores, está dada en la tabla siguiente, con fines ilustrativos:

Substancia	Rigidez dieléctrica	Substancia	Rigidez dieléctrica
Caucho	200.000	Micanita	400.000
Cristal	200.000	Parafina	400.000
Ebonita	500.000	Papel parafin.	140.000
Galalit	40.000	Pizarra	5.000
Mármol	15.000	Prespahn	130.000
Mica	600.000	Vidrio	160.000

P A R T E   S E G U N D A

# **ELECTRODINAMICA**

CORRIENTE ELECTRICA — CIRCUITOS ELECTRICOS  
ENERGIA ELECTRICA — EFECTOS TERMICOS DE LA  
ELECTRICIDAD

## CAPÍTULO IV

# CORRIENTE ELECTRICA

### § 31) Transporte de cargas eléctricas.

En el breve estudio inicial sobre la composición íntima de la materia (§ 2), se admitió la existencia de corpúsculos constituyendo el átomo; las dos clases de corpúsculos representan las cargas positivas y negativas de electricidad. También vimos que los corpúsculos positivos estaban ubicados en la región central del átomo, adosados al núcleo o neutrón, por cuyo motivo es muy difícil sacarlos de su lugar. Se ha llegado a liberar positones mediante complicados experimentos físicos, de modo que en la técnica carece de importancia el estudio del movimiento de los mismos.

Los corpúsculos negativos o electrones, en cambio, son de más fácil liberación, debido a su ubicación periférica en el átomo, por lo menos algunos de ellos (los móviles).

En esta forma se describieron los procesos de electrización de un cuerpo, diciendo que consistía en la adición o sustracción de electrones móviles a los átomos del mismo. Si se restaba un cierto número de electrones, quedaban en los átomos excesos de cargas positivas y el cuerpo estaba electrizado positivamente. Viceversa, si se le agregaban electrones, quedaba con carga eléctrica negativa.

Todo el proceso de cargar un cuerpo de electricidad consistía, pues, en el movimiento de inmigración o emigración de electrones o cargas eléctricas elementales negativas. La razón de que se haya designado "negativa" la carga eléctrica del electrón y positiva la del "positón", es puramente convencional y da origen a una confusión si no se recurre a nuevas convenciones.

En efecto, hemos visto que las cargas eléctricas gozaban de cierta movilidad en la masa de los cuerpos que las contenían, movilidad que les permitía trasladarse a todas partes de estos. También sabemos que el desplazamiento de cargas eléctricas en los cuerpos está regido por la naturaleza de los mismos, ofreciendo algunos mayor facilidad que otros a ese movimiento. Se dividieron así los cuerpos en conductores y aisladores de la electricidad.

Para la técnica interesa especialmente el movimiento de cargas eléctricas en los cuerpos conductores. Estas cargas son negativas, puesto que se trata de electrones liberados, de modo que si suponemos dos puntos de un cuerpo conductor, uno de los cuales está a un cierto potencial positivo y el otro a potencial negativo, los electrones deben dirigirse, por efecto de las fuerzas actuantes, del negativo al positivo. Esto es evidente, puesto que las cargas negativas serán rechazadas del punto de potencial negativo y atraídas por el punto de potencial positivo.

Sin embargo, ya sea porque el estudio de la naturaleza íntima de la materia es más reciente que la mayor parte de la experimentación con electricidad, ya sea porque no se quiere modificar un criterio generalizado hasta tanto no se pueda afirmar rotundamente cuál es la verdadera naturaleza de la electricidad y su relación con la materia, se utiliza una convención que difiere fundamentalmente de las consideraciones precedentes:

Se admite que la circulación de cargas eléctricas se lleva a cabo desde los puntos de potencial positivo a los puntos de potencial negativo. Extendiendo este criterio, diremos que el transporte de cargas se realiza siempre desde el potencial mayor hacia el menor.

Sentado esto, es cuestión de indicar en los circuitos un sentido de circulación de las cargas eléctricas, admitirlo como exacto sin considerar la naturaleza de tales cargas y se comprobará que las leyes generales se cumplen, aunque tal sentido fuera contrario.

### § 32) Intensidad de corriente eléctrica.

Tomemos un cuerpo conductor en el cual se realiza un transporte de cargas eléctricas, debido a que los dos extremos del mismo están unidos a dos puntos de un campo eléctrico que están a distinto potencial. Para tener una visión más clara del asunto,

imaginemos que el conductor tiene la forma de un alambre metálico, lo que no quita la generalidad de la definición que sigue. El transporte de cargas de un extremo del conductor hacia el otro se realiza con cierta velocidad, de modo que si consideramos una sección cualquiera ubicada en un punto entre los dos extremos, por ella pasará un cierto número de electrones por segundo, o, lo que es lo mismo, una cierta cantidad de electricidad por segundo.

El transporte de cargas en sí, a través del conductor se denomina: "*corriente eléctrica*", siendo aplicable tal designación a todos los casos en que una cierta cantidad de electricidad circula por un cuerpo.

La cantidad de electricidad que pasa por el conductor en un segundo se denomina: "*intensidad de corriente eléctrica*", y está expresada por el cociente entre la cantidad total de cargas que han pasado por el conductor en un cierto tiempo y este tiempo:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Tomando la cantidad de electricidad expresada en la unidad práctica (Coulomb) y el tiempo en segundos, la intensidad de corriente resulta dada en Amper (A), que es la unidad práctica electrostática. Por definición, cuando a través de una sección de un conductor pasa una cantidad de electricidad de un Coulomb durante un segundo, la intensidad de corriente vale un Amper.

Como se ve, el concepto de corriente eléctrica tiene cierta analogía con el de corriente líquida en una cañería, y el de intensidad de corriente representa el caudal líquido que pasa por el caño en la unidad de tiempo, en dicha analogía. La unidad similar, en el caso comparado, sería el litro para la cantidad de líquido y el litro por segundo para la "intensidad de corriente líquida", correspondiendo al Coulomb y al Amper, respectivamente.

La velocidad con que se realiza el transporte de cargas de un extremo al otro del conductor es enorme, próxima a los 300.000 kilómetros por segundo, que es la velocidad de la luz

### § 33) Ley de Ohm.

Hemos visto que la circulación de cargas eléctricas por los conductores se denomina: corriente eléctrica. Ahora bien: en el estudio de las propiedades de la materia (§ 6), en lo referente a la conducción de la electricidad, dijimos que los cuerpos se comportan como buenos o malos conductores, sin llegar a ser absolutamente conductores ni aisladores. Todos ellos presentan una cierta resistencia al pasaje de la corriente eléctrica, que será pequeña en los primeros y mayor en los segundos.

La dificultad que oponen los cuerpos al pasaje de la corriente se denomina: "*resistencia eléctrica*", y veremos que ella depende de la naturaleza del cuerpo y de sus dimensiones, pudiéndosela medir por una cierta cantidad.

Es evidente que la intensidad de corriente eléctrica a través de un conductor dependerá de su resistencia, siendo tanto mayor cuanto menor sea ésta.

Por otra parte, la circulación de corriente por un conductor se debe a que entre los extremos del mismo hay una cierta diferencia de potencial, puesto que si dichos extremos están unidos a dos puntos del campo eléctrico que están al mismo potencial, no circulará corriente por el conductor. Resulta también evidente que la intensidad de corriente en el conductor será tanto mayor cuanto mayor sea la diferencia de potencial entre sus extremos.

De manera pues, que si un conductor une dos puntos de distinto potencial (ver fig. 25), la intensidad de corriente que recorrerá el mismo será directamente proporcional a la diferencia

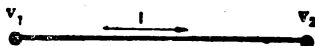


Fig. 25

de potencial entre ambos extremos e inversamente proporcional a la resistencia del conductor. Tal es el enunciado de la *Ley de Ohm*, y se expresa algebraicamente así:

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{E}{R}$$

suponiendo que  $V_1$  es mayor que  $V_2$ , en cuyo caso la corriente se dirigirá de izquierda a derecha, en la figura citada.

Es común designar a la diferencia de potencial con la letra  $E$  y llamarla simplemente: "*tensión*" entre los extremos del conductor, con lo que la expresión anterior queda reducida a:

$$I = \frac{E}{R}$$

en la que las cantidades que intervienen se toman expresadas por las unidades prácticas respectivas, que son: la tensión o diferencia de potencial  $E$ , en Volt; la intensidad de corriente  $I$  en Amper y la resistencia eléctrica  $R$ , en Ohm. Se abrevian  $V$ ,  $A$  y  $\Omega$ , respectivamente.

De lo que antecede resulta que un conductor presentará a la corriente eléctrica una resistencia de un Ohm, cuando por el mismo pasa la intensidad de un Amper, si entre sus extremos hay una diferencia de potencial o tensión de un Volt.

Por simple trasposición de términos, puede deducirse de la expresión de Ohm, otras dos formas:

$$E = I R \quad \text{y} \quad R = \frac{E}{I}$$

que permiten calcular la tensión o la resistencia cuando se conocen las otras dos cantidades.

#### Ejemplo 1.

Un conductor que ofrece una resistencia eléctrica de 20 Ohm, está sometido a una diferencia de potencial de 120 Volt entre sus extremos. Calcular la intensidad de corriente que lo recorrerá.

#### Solución

Aplicando la ley de Ohm, la intensidad de corriente está dada por el cociente entre la diferencia de potencial y la resistencia eléctrica:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$$

#### Ejemplo 2.

Por un conductor que ofrece una resistencia eléctrica de 40 Ohm, circula una corriente de intensidad igual a 2,5 Amper. Determinar la diferencia de potencial entre los extremos del mismo.

#### Solución

La diferencia de potencial está dada por el producto de la intensidad y la resistencia, es decir:

$$E = I R = 40 \times 2,5 = 100 \text{ V}$$

**Ejemplo 3.**

Si entre los extremos de un conductor, por el cual circula una intensidad de corriente de 3 Amper, hay una diferencia de potencial de 240 Volt, ¿cuál será la resistencia eléctrica de dicho conductor?

**Solución**

Según la ley de Ohm, la resistencia está dada por el cociente entre la diferencia de potencial y la intensidad de la corriente eléctrica. Se tiene:

$$R = \frac{E}{I} = \frac{240}{3} = 80 \, \Omega$$

**§ 34) Unidades internacionales.**

Las definiciones de cada una de las tres magnitudes que intervienen en el enunciado de la Ley de Ohm pueden hacerse en base a las otras dos, pero ello implica la aparición de dificultades en cuanto se desea establecer una unidad patrón para mediciones.

Por esta razón, se ha fijado en un Congreso Internacional reunido en Londres en 1908, a dos de esas magnitudes, con lo que la tercera queda especificada terminantemente. Así, tenemos estipulado el patrón de intensidad y de resistencia unitarias, que son los siguientes:

Una corriente tiene una intensidad de un Amper, cuando pasando por una solución acuosa de nitrato de plata, deposita 0,001118 gramos de plata por segundo.

Un Ohm es la resistencia que presenta al paso de la corriente una columna de mercurio de 106,3 centímetros de longitud y masa de 14,4521 gramos (equivale a una sección transversal de 1 mm<sup>2</sup>), si se halla a la temperatura de 0°C y a la presión atmosférica normal.

Las dos unidades patrón precedentes permiten definir el Volt internacional, como la diferencia de potencial que hay entre los extremos de un conductor que presenta una resistencia de un Ohm, cuando pasa por él la intensidad de un Amper.

**§ 35) Resistencia eléctrica.**

Hemos definido a la resistencia eléctrica en forma un tanto abstracta, diciendo que era la mayor o menor dificultad que presentan los cuerpos al pasaje de la corriente eléctrica. Dijimos



también que la resistencia dependía de la naturaleza del cuerpo y de sus dimensiones.

Para obtener la resistencia expresada por una cierta cantidad, hay que fijar un coeficiente que indique la característica conductiva del cuerpo y afectarlo luego de las dimensiones geométricas encontradas por simple medición.

El procedimiento es de carácter comparativo, pues se toma un trozo de cada substancia y se mide la resistencia que presenta al paso de la corriente, mediante aplicación de la ley de Ohm o cualquiera de los procedimientos indicados en el capítulo de Mediciones. Los trozos de todos los cuerpos considerados deben tener igual dimensión, a fin de que los valores obtenidos formen una serie homogénea.

Como la unidad de medida de longitudes es el centímetro, se piensa inmediatamente que los trozos de cada cuerpo deben tener la forma de un cubo de un centímetro de lado, y éste era, precisamente, el criterio seguido primitivamente. Como los conductores utilizados en la práctica tienen casi siempre la forma de alambres, se optó posteriormente por tomar como base para las mediciones y referencias un trozo de la substancia, de un milímetro cuadrado de sección y un metro de longitud, cuyo volumen es también de un centímetro cúbico, igual que antes, pero su resistencia no es la misma que la del cubo de un cm. de lado, como veremos enseguida.

Para tomar una base de referencia de todas las substancias, se mide la resistencia eléctrica que presenta un trozo de las mismas, de un metro de largo y un milímetro cuadrado de sección transversal, y a ese valor se lo llama: "*resistencia específica*", o, simplemente, "*resistividad*", designándola con la letra griega  $\rho$ .

Tomemos ahora un conductor cuyas dimensiones sean cualesquiera (ver fig. 26), es decir, de longitud  $l$  y sección transversal

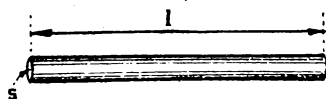


Fig. 26

s. Es lógico que cuanto mayor sección presente el conductor, más fácilmente conducirá la corriente eléctrica, y que cuanto más largo sea, mayor será la resistencia que ofrece al pasaje de aquella. La resistencia de un conductor será, pues, directamente propor-

cional a la longitud e inversamente proporcional a la sección transversal.

Tenemos, entonces, que si un conductor de un metro de largo y un milímetro cuadrado de sección tiene una resistencia eléctrica igual a la resistividad de dicha substancia, un conductor de ese mismo material, pero de longitud  $l$  y sección  $s$ , tendrá una resistencia  $l$  veces mayor y  $s$  veces menor. Luego, la resistencia se puede calcular con la expresión:

$$R = \frac{\rho l}{s}$$

Como la resistividad o resistencia específica la hemos referido a un trozo de un metro de largo y un milímetro cuadrado de sección, en la fórmula anterior debemos tomar la longitud del conductor en metros y su sección transversal en milímetros cuadrados. La dimensión de la resistividad resulta así de Ohm  $\text{mm}^2/\text{m}$ .

La resistividad de las substancias más usadas en la técnica se encuentra en tablas, o en caso contrario, se la mide tomando un trozo de ese material de las dimensiones que se especifican más arriba y determinando su resistencia, que es, precisamente, la resistividad. En la tabla siguiente damos los valores de  $\rho$  para algunos cuerpos conocidos. Hacemos notar que, como se verá más adelante, la resistencia de los cuerpos varía con la temperatura, de manera que hay que referirla a una base convenida de antemano. Los valores de la tabla se refieren a  $15^\circ\text{C}$ .

Substancia	Resistividad	Substancia	Resistividad
Acero	0,1-0,25	Manganina	0,42
Aluminio	0,026	Mercurio	0,95
Bronce	0,13-0,29	Níquel	0,12
Carbón de arco	0,6	Niquelina	0,4
Cobre	0,0175	Nicrom	1,2
Constantán	0,5	Plata	0,016
Estaño	0,12	Plomo	0,21
Fundición	1,1	Rheotán	0,05
Hierro	0,1-0,14	Tungsteno	0,06
Maillechort	0,45-0,5	Zinc	0,06

La resistividad que figura en la tabla está dada en Ohm  $\text{mm}^2/\text{m}$ , que es la unidad más usual actualmente. Se encuentran aún algunas tablas que la dan de acuerdo con el procedimiento

antiguo, es decir, tomando un cubo de un centímetro de lado de la substancia. Es evidente que la resistividad, en esa forma, resulta 10.000 veces menor, puesto que la longitud se reduce 100 veces y la sección aumenta también 100 veces.

Para no tener cifras tan pequeñas, se tomaba una unidad de resistencia mucho menor que el Ohm, su millonésima parte: el micro-Ohm. En tal forma, la resistividad de la substancia se refería al clásico cubito, pero tomando la resistencia en micro-Ohms.

Veamos cual es la equivalencia, para pasar de esas cifras a los valores modernos de la resistividad. La resistencia del cubo básico es 10.000 veces menor que la del alambre de un metro de largo y un milímetro cuadrado de sección, pero como se la toma en micro-Ohms, la cifra de resistividad resulta, en definitiva, 100 veces mayor. Así, para el cobre, por ejemplo, se encontraba en tales tablas un valor de 1,75 micro-Ohms cm. Para expresar una resistividad dada en micro-Ohms cm, en la forma actual, Ohm mm<sup>2</sup>/m, basta dividir esos valores por 100. En el ejemplo del cobre, dividiendo 1,75 por 100 resulta 0,0175, que es el valor dado en nuestra tabla.

#### Ejemplo 1.

¿Qué resistencia ofrece al pasaje de la corriente eléctrica un conductor de cobre de 100 metros de longitud y 2 mm<sup>2</sup> de sección transversal?

#### Solución

Consultada la tabla anterior, se encuentra la resistividad del cobre  $\rho = 0,0175$ .

Aplicando la expresión para cálculo de resistencias:

$$R = \frac{\rho l}{s} = \frac{0,0175 \times 100}{2} = 0,875 \Omega$$

#### Ejemplo 2.

Se desea construir una resistencia de 20 Ohm, con alambre de níquelina de 0,5 mm de diámetro. Determinar la longitud necesaria.

#### Solución

Sección transversal del alambre:

$$s = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \times 0,5 \times 0,5}{4} = 0,196 \text{ mm}^2$$

Resistividad de la níquelina (de la tabla):  $\rho = 0,4$

De la fórmula que da la resistencia se deduce, mediante simple transposición de términos:

$$l = \frac{R s}{\rho} = \frac{20 \times 0,196}{0,4} = 9,8 \text{ metros.}$$

### § 36) Resistencia de cuerpos aisladores.

En el estudio de las propiedades de la materia para conducir la electricidad, clasificamos a los cuerpos en buenos y malos conductores (§ 6). Luego, como la propiedad de conducción no es absoluta, dijimos que todos ellos presentaban una cierta resistencia al paso de la corriente, y que había cuerpos (los conductores) que tenían una resistencia baja y otros (los aisladores), por el contrario, presentaban una resistencia elevada.

En la práctica común, al determinar la resistencia de los materiales utilizados para conducir o aislar la electricidad, resultaría engorroso tomar siempre la misma unidad de resistencia, pues mientras para algunos se tendrían algunas unidades de Ohms, para otros resultarían varios millones. Por tal motivo, es común adoptar para los aisladores un múltiplo del Ohm, el Megohm, que es un millón de veces mayor:

$$1 \text{ Megohm} = 1.000.000 \text{ Ohm}$$

con lo que se facilita el manejo de las cifras que hubieran resultado muy grandes.

Ahora tenemos que hacer una aclaración, pues en el caso de los conductores, se tenían siempre o casi siempre formas alámbricas, que justificaban las consideraciones hechas para la unidad de la resistividad, tomándose trozos de un metro de largo y un milímetro cuadrado de sección.

Los aisladores se emplean en otra forma, y rara vez son de gran dimensión longitudinal y reducida transversal. Por este motivo, para estos cuerpos se vuelve al criterio de tomar un cubo de un centímetro de lado, pero tomando la resistencia eléctrica del mismo en Megohm.

Así, por ejemplo, la resistividad del mármol, se determina midiendo la resistencia que presenta un trozo del mismo, de forma cúbica, con un centímetro de lado, y tomando esa resistencia en Megohm. Resulta una cifra de 1000 Megohm-cm.

Resulta de utilidad conocer la resistividad de aisladores, por lo menos de los más usuales en la industria eléctrica, por lo que damos una tabla con las características de los más conocidos.

Substancia	Resistividad ( $M\Omega$ -cm)	Substancia	Resistividad ( $M\Omega$ -cm)
Bakelita	$2 \times 10^5$	Mármol	$1 \times 10^3$
Celuloide	$2 \times 10^4$	Mica	$2 \times 10^{11}$
Cera amarilla	$2 \times 10^9$	Micanita	$1 \times 10^7$
Cuarzo	$5 \times 10^{12}$	Parafina	$5 \times 10^{12}$
Ebonita	$1 \times 10^{12}$	Pizarra	$1 \times 10^3$
Fibra	$5 \times 10^3$	Porcelana esmalt.	$5 \times 10^{12}$
Goma laca	$1 \times 10^{10}$	Porcelana no es- maltada	$3 \times 10^4$

La resistividad dada en la tabla se refiere a las óptimas condiciones, es decir, cuando las substancias están completamente secas y el aire también, pues algunas absorben humedad del ambiente. Es común considerar dos resistividades, la total y la superficial. Esta última resulta de valores mucho menores.

### § 37) Resistencia de contacto.

En la práctica de la utilización de la energía eléctrica se presenta frecuentemente el caso de unir entre sí dos o más cuerpos conductores. Ello se hace por simple presión, juntando las dos superficies y apretándolas con una pieza especial (tornillo, etc.), o por soldado, interponiendo una substancia blanda en estado líquido, que al solidificarse efectúa una unión perfecta.

En el primer caso, es decir la unión por presión, la superficie en contacto no es igual a la superficie que presenta el cuerpo en ese lugar, pues sabemos que la materia no tiene estructura continua, sino que tiene espacios vacíos, intermoleculares. Si se toman dos caras planas de dos trozos de metal, y se las arrima una a la otra, el pasaje de corriente se hace por los puntos de contacto y no por los espacios vacíos. La sección de pasaje no es igual a la superficie de la cara enfrentada de los dos trozos, y todo pasa como si se tratara de una sección llena menor.

Esta circunstancia ha movido a considerar una cierta resistencia de contacto, que tiene en cuenta la reducción de sección, de modo que se supone llena a la sección y se reemplaza el efecto producido, por una resistencia intercalada en el punto de unión, que se llama resistencia de contacto.

Es lógico que la resistencia de contacto obra oponiéndose al pasaje de la corriente, aumentando la resistencia eléctrica propia de los conductores que intervienen. Por tal motivo se trata siempre de reducirla a valores mínimos. Para ello se aumenta en lo posible la presión que obra sobre los cuerpos unidos, a fin de aumentar la sección de pasaje, o, como se dijo al principio, se utiliza un metal fundido, que llena los espacios vacíos y reduce la resistencia de contacto a valores despreciables. Esto es lo que se denomina: soldadura, y se emplea para tal fin el estaño, el plomo, una mezcla de ambos, etc. Al solidificarse dicha sustancia quedan unidas rígidamente las dos piezas y el pasaje de la corriente eléctrica se realiza sin dificultad. Es obvio que el material de soldadura debe ser buen conductor de la electricidad.

Hay casos en que la resistencia de contacto toma valores apreciables, y es el de los contactos móviles, como el de las escobillas de las máquinas eléctricas que rozan sobre la superficie metálica que tiene un movimiento de rotación. Para disminuir la resistencia se aumenta la presión que ejercen las escobillas sobre el metal y se mantienen limpias las dos caras que rozan entre sí.

### § 38) Agrupamiento de resistencias.

Un grupo de resistencias eléctricas puede estar conectado en diversas formas. Si la corriente eléctrica las recorre a todas en forma sucesiva, es decir, pasa primero por una, después por la que sigue y así sucesivamente, se dice que están acopladas en serie. Si, en cambio, la corriente las recorre a todas las resistencias conjuntamente, es decir, al mismo tiempo, se dice que están acopladas en paralelo. Hay casos mixtos, que forman grupos en serie y grupos en paralelo:

**AGRUPAMIENTO EN SERIE.** Sean varias resistencias conectadas entre sí como lo indica la figura 27. La corriente recorre primero la  $R_1$ , después la  $R_2$  y así sucesivamente. Luego están conectadas en serie.

La dificultad que oponen al paso de la corriente es mayor que si sólo estuviera la primer resistencia, o cualquiera de ellas solamente. Es como si al conductor de la figura 26 le aumentá-

ramos la longitud, con lo que su resistencia aumentaría en la misma proporción.

Si suponemos varios trozos de conductor, de igual sección y resistividad, conectados en serie, la resistencia del conjunto sería igual a la de otro conductor del mismo tipo, pero cuya longitud fuera la suma de los largos parciales, pues podemos imaginar que no está cortado, ya que unimos en serie todos los tramos.

En general, las resistencias conectadas en serie suman sus efectos de oposición al paso de la corriente, por lo que el conjunto de resistencias equivale a una sola, cuyo valor es la suma de todas las que estén conectadas en serie. Es decir, que la resistencia total que se opone al pasaje de la corriente es:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \dots$$

donde con los puntos suspensivos indicamos que se seguirían sumando todos los valores de las resistencias que aparezcan conectadas en serie, si hubiera más de tres. Todos los valores de las resistencias deben tomarse en Ohm.

Supongamos un caso particular interesante. Sean iguales todas las resistencias conectadas en serie y haya un número  $n$  de las mismas. La resistencia total sería igual al valor de una, que llamaremos  $R_1$ , sumando  $n$  veces, es decir, que es igual a:

$$R = R_1 n$$

**AGRUPAMIENTO EN PARALELO.** Supongamos que se tengan varias resistencias conectadas entre sí como lo indica la figura 28.

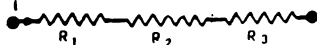


Fig. 27

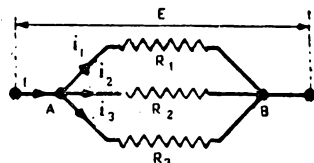


Fig. 28

La corriente  $I$  llega al punto A, y se reparte en las tres ramas, volviendo a unirse en el punto B. Luego recorre a todas las resistencias al mismo tiempo, y éstas estarán acopladas en paralelo.

Ahora bien, todos los electrones que llegan al punto A, deben seguir su camino, y se bifurcan en las tres ramas, para unirse nuevamente en B. En A no pueden acumularse electrones, de manera que si la cantidad que llega a A por segundo es igual

a la intensidad  $I$ , la suma de las cantidades que salen de  $A$  para todas las ramas, en un segundo debe ser igual a  $I$ . Esto equivale a decir que la suma de las corrientes de las tres ramas es igual a  $I$ :

$$I = i_1 + i_2 + i_3$$

La diferencia de potencial entre los extremos del circuito tiene un valor  $E$ . Es evidente que la intensidad de corriente en la rama superior estará dada por la ley de Ohm, es decir, será igual a la diferencia de potencial aplicada a los extremos de la resistencia, dividida por el valor de dicha resistencia, es decir:

$$i_1 = \frac{E}{R_1}$$

y lo mismo podemos decir para las otras ramas del circuito, es decir, que las intensidades en ellas serán iguales a la tensión entre sus extremos, dividida por el valor de cada resistencia:

$$i_2 = \frac{E}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{E}{R_3}$$

Pero sabemos que la suma de las intensidades de todas las ramas es igual a la intensidad total  $I$ , de modo que se tiene:

$$I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

El conjunto de resistencias en paralelo puede ser reemplazada por una sola, de valor  $R$ , que colocada entre los puntos  $A$  y  $B$ , deje pasar la intensidad de corriente  $I$ , bajo la tensión  $E$  entre esos puntos. El valor de esta resistencia será el cociente entre  $E$  e  $I$ , de acuerdo con la ley de Ohm, de modo que la última expresión se puede escribir así:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

y si se elimina  $E$ , por estar en todos los términos, queda:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



Es decir, que la inversa de la resistencia equivalente al conjunto de resistencias conectadas en paralelo, es igual a la suma de las inversas de los valores de esas resistencias.

La expresión obtenida admite algunas simplificaciones si se contemplan casos particulares. Supongamos, por ejemplo, que todas las resistencias conectadas en paralelo sean iguales, es decir, que se tengan  $n$  resistencias iguales, de valor  $r$ , conectadas en paralelo. La expresión dada queda reducida a:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \dots \text{etc.} = \frac{n}{r}$$

es decir, que el valor de la resistencia equivalente al conjunto será:

$$R = \frac{r}{n}$$

Otro caso particular es el de dos resistencias únicamente, conectadas en paralelo, que permite simplificar la fórmula general. En efecto, tomando de ella solo los dos primeros términos del segundo miembro, y resolviendo por álgebra, queda:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

es decir, que la resistencia equivalente a dos resistencias conectadas en paralelo, se calcula con el cociente del producto de ellas sobre la suma.

De la observación de las fórmulas obtenidas, salta la vista que el valor de la resistencia equivalente al conjunto conectado en paralelo, será siempre menor que la menor de todas las resistencias que intervienen, lo que es lógico, puesto que cuanto más ramas se ofrezcan al paso de la corriente, menor será la resistencia que presenta el conjunto. Si las resistencias son iguales, la resistencia equivalente es tantas veces menor como número de ellas se conecte en paralelo, es decir que si se trata de dos resistencias, la equivalente será igual a la mitad del valor de cualquiera de las mismas, si son tres, la tercera parte, etc.

En el acoplamiento en serie, en cambio, la resistencia del circuito aumentaba a medida que se agregaban resistencias, pues se presentaba mayor dificultad al paso de la corriente,

**ACOPLAMIENTO MIXTO.** En la práctica se presentan circuitos con varias resistencias conectadas en grupos, formando series y paralelos. La figura 29 presenta un ejemplo simple, pudiendo verse que las dos resistencias  $R_2$  y  $R_3$  están conectadas en paralelo y, a su vez, el grupo formado por ellas, está en serie con  $R_1$ .

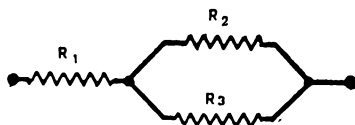


Fig. 29

Todos los circuitos que se presentan en tal forma se denominan: de acoplamiento mixto, y se resuelven por partes, obteniendo primero la resistencia equivalente de los grupos en paralelo o la total de los grupos en serie, y tratando luego a los grupos como si fueran resistencias únicas.

Así, en el caso de la figura 29, el grupo formado por  $R_2$  y  $R_3$  equivale a una sola resistencia, cuyo valor se obtiene haciendo el cociente entre el producto de ellas dividido por su suma. Esa resistencia equivalente está en serie con  $R_1$ , por lo que su valor debe sumarse con esta última. Y así los demás casos, que, como se puede imaginar, son tan variados que no se pueden sentar normas particulares para su resolución.

#### Ejemplo 1.

Tres resistencias se conectan en serie (ver fig. 27), siendo sus valores 20, 30 y 40 Ohm, respectivamente. Determinar la resistencia total del grupo.

#### Solución

La resistencia total de un conjunto de resistencias conectadas en serie, es igual a la suma de sus valores respectivos:

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 = 20 + 30 + 40 = 90 \, \Omega$$

#### Ejemplo 2.

Se conectan 6 resistencias de 8 Ohm cada una en serie. Averiguar la resistencia total del conjunto.

#### Solución

Se podría aplicar la misma fórmula del ejemplo anterior, pero siendo todas las resistencias iguales, es más simple multiplicar el valor de una de ellas por el número de resistencias:

$$R_t = R n = 8 \times 6 = 48 \, \Omega$$

**Ejemplo 3.**

Tres resistencias de 4, 10 y 20 Ohm respectivamente, se conectan en paralelo (ver fig. 28). Determinar la resistencia del conjunto.

**Solución**

De acuerdo con la teoría expuesta más arriba, la inversa de la resistencia equivalente a un conjunto en paralelo, es igual a la suma de las inversas de cada una de las resistencias acopladas. Se tiene, pues:

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} =$$

$$\frac{1}{R_t} = 0,25 + 0,10 + 0,05 = 0,40$$

De donde se deduce, fácilmente:

$$R_t = \frac{1}{0,40} = 2,5 \Omega$$

**Ejemplo 4.**

Cinco resistencias de 20 Ohm cada una se conectan en paralelo. Averiguar la resistencia equivalente al conjunto.

**Solución**

El valor de la resistencia equivalente al grupo de cinco resistencias, se puede determinar mediante la expresión general dada en el ejemplo anterior. Cuando las resistencias acopladas en paralelo son todas del mismo valor, se simplifica el procedimiento, pues basta dividir el valor de una de ellas por la cantidad de resistencias:

$$R_t = \frac{R}{n} = \frac{20}{5} = 4 \Omega$$

**Ejemplo 5.**

Dos resistencias de 15 y 30 Ohm respectivamente, se acoplan en paralelo. Calcular el valor de la resistencia equivalente a ambas.

**Solución**

Tratándose de sólo dos resistencias, se aplica la expresión simplificada dada más arriba:

$$R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15 \times 30}{15 + 30} = \frac{450}{45} = 10 \Omega$$

**Ejemplo 6.**

Tres resistencias forman un circuito mixto como el de la figura 29. Las dos que están acopladas en paralelo tienen 4 y 6 Ohm

respectivamente, y la que está en serie con ellas tiene 7,6 Ohm. Determinar el valor de la resistencia equivalente a todo el conjunto.

#### Solución

Previamente hay que resolver los grupos en paralelo; en este caso sólo tenemos un grupo formado por dos resistencias, por lo que se puede aplicar la expresión simplificada:

$$R_{2-3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 \times 6}{4 + 6} = \frac{24}{10} = 2,4 \, \Omega$$

Y ahora se resuelve el conjunto que queda conectado en serie, formado por  $R_1$  y la equivalente de  $R_2$  y  $R_3$ . Ya se sabe que se las debe sumar:

$$R_t = R_1 + R_{2-3} = 7,6 + 2,4 = 10 \, \Omega$$

## CAPÍTULO V

# CIRCUITOS ELECTRICOS

### § 39) Pilas eléctricas.

Volta descubrió que colocando en un baño de agua acidulada dos placas de diferentes metales, aparecía entre ellas una diferencia de potencial. Utilizando cobre y zinc, en solución de ácido sulfúrico, la tensión entre las mismas era de 1 Volt. Numerosas investigaciones posteriores, demostraron que esa diferencia de potencial no dependía de la superficie de las placas, sino de la naturaleza de las mismas. Se pudo así establecer una lista de materiales, que es:

carbón-plata-cobre-hierro-estaño-plomo-zinc-aluminio.

La colocación de la substancia en la lista, da una idea de la diferencia de potencial que se puede obtener. El valor máximo se obtiene si se toman cuerpos que están en los extremos opuestos de la tabla. Además, el de colocación superior resulta ser positivo respecto del otro, pues la diferencia de potencial tiene ese sentido. Así, si se toma una placa de carbón y una de zinc, el primero se carga positivamente respecto del zinc.

Si se cierra el circuito, es decir, si unimos las dos placas mediante un conductor, circulará una corriente eléctrica, que se dirige del positivo al negativo, es decir, del carbón al zinc.

Las placas se denominaron: "*polos*", de modo que la corriente irá del polo positivo al negativo, en el circuito exterior, y del negativo al positivo por el interior de la pila, pues la circulación debe ser cerrada.

Esquemáticamente, la pila se dibuja con dos rayitas, una larga y fina, que representa el polo positivo (ver fig. 30) y otra corta y gruesa, que es el polo negativo. Luego, la corriente tiene el sentido indicado en la figura.

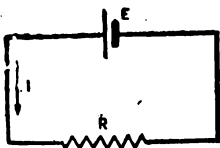


Fig. 30

**POLARIZACIÓN.** La diferencia de potencial disponible entre los polos o "*electrodos*" de la pila disminuía con el uso, y eso se atribuye a la siguiente causa: al pasar la corriente, el agua se descompone en oxígeno e hidrógeno, dirigiéndose el primero al polo negativo y el hidrógeno al positivo. Los átomos de hidrógeno se adhieren a la placa positiva, y forman una especie de pila, cuya polaridad es contraria a la principal, de manera que su diferencia de potencial reduce la disponible entre los electrodos. A medida que se usa la pila, se aumenta la cantidad de átomos adheridos, y con ello el fenómeno de polarización.

Para reducir el efecto de la polarización, se colocaba el electrodo positivo dentro de un vaso poroso, como para que permita el paso de la corriente, y en él se ponía una substancia capaz de combinarse químicamente con el hidrógeno, e impedir que éste llegue a fijarse sobre la placa positiva. Esa substancia se llamó: "*despolarizante*".

**PILAS MODERNAS.** Hubo varios modelos de pilas, entre los que podemos citar las de Bunsen, Daniell, Lalande, Poggendorff, etc. Actualmente se utiliza una versión mejorada del tipo Leclanche. El polo positivo es una barra cilíndrica de carbón y el negativo es de zinc, que forma el vaso que contiene toda la pila. El líquido activo se ha substituído por una pasta de cloruro de amonio, y el despolarizante es una mezcla de bióxido de manganeso y polvo de cok. La diferencia de potencial entre los electrodos, que se denomina: "*fuerza electro-motriz*", es de 1,5 Volt, aproximadamente.

En las más modernas pilas de este tipo, que se han dado en llamar "*pilas secas*", el vaso poroso ha desaparecido, substituyéndose por una pasta de yeso embebida, o un cartón impregnado.

La pasta activa, de cloruro de amonio y de zinc, se mezcla con el despolarizante.

**CONSTANTES DE UN PILA.** F. E. M. La primera característica a considerar en una pila, es su f.e.m., que es la diferencia de potencial entre los bornes a circuito abierto. Hemos dicho que en las pilas secas comunes, esa f.e.m. era de 1,5 Volt. Enseguida veremos porqué la tensión entre los bornes no es igual a la f.e.m.

**RESISTENCIA INTERNA.** La substancia comprendida entre los electrodos de la pila, ofrece cierta resistencia al paso de la corriente, que se llama: "resistencia interna". Debido al fenómeno de polarización, dicha resistencia aumenta con el tiempo y el uso.

**CANTIDAD DE ELECTRICIDAD.** Una pila puede suministrar a un circuito una cierta cantidad de electricidad, mientras dura su funcionamiento. Esa cantidad depende de la superficie de las placas. Como la cantidad de electricidad es igual a la intensidad de corriente por el tiempo (§ 32), podemos escribir:

$$Q = IT$$

donde  $Q$  es la cantidad de electricidad que puede suministrar la pila, que se suele llamar "capacidad", dada en Amper-hora.  $I$  es la intensidad de corriente que la pila suministra al circuito, dada en Amper, y  $T$  es el tiempo, en horas, que circula esa intensidad.

**DURACIÓN DE LA PILA.** De lo que antecede, se deduce inmediatamente que una pila tiene una cierta duración, que es la cantidad de horas que puede ser utilizada hasta su descarga completa, es decir, hasta que no se cumpla más la reacción activa. Esa duración está dada por:

$$T = \frac{Q}{I}$$

deducida de la expresión última. De modo que si a una pila de "capacidad"  $Q$ , la empleamos en un circuito que absorba una corriente  $I$ , nos durará  $T$  horas.

En la práctica, la duración se ve algo disminuída, por que la resistencia interior aumenta con el uso y puede ser un factor que decida el recambio de la pila, aunque todavía esté en condiciones de funcionamiento.

Las pilas secas comunes suelen tener una capacidad de 30 Amper-hora, las de tamaño más grande. Hay unos modelos especiales de forma prismática cuadrangular, que suministran 45 Amper-hora. Las más pequeñas tienen capacidades decrecientes, según su tamaño, más o menos.

#### Ejemplo.

¿Cuánto tiempo durará una pila del tipo de 30 Amper-hora, si se la utiliza continuamente con una descarga de 1,5 Amper?

#### Solución

La duración está dada por el cociente entre la cantidad de electricidad disponible y la intensidad de corriente de descarga:

$$T = \frac{Q}{I} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ horas}$$

**CAÍDA DE POTENCIAL INTERNA.** Supongamos que se tiene un circuito como el formado por la figura 31. Entre los puntos A y B hay una cierta diferencia de potencial, y debido a ello, circulará corriente eléctrica desde un extremo hasta el otro.

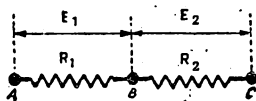


Fig. 31

⊙ Ahora bien, el potencial de A sea mayor que el de C. Tendremos que el potencial de cualquier punto intermedio, como el B, por ejemplo, será menor que el de A y mayor que el de C. En la parte BC del circuito, circulará una corriente eléctrica, pero entre sus extremos B y C habrá una diferencia de potencial menor que entre A y C. Todo sucede como si en la parte AB hubiera una pérdida de potencial, es decir, como si en el tramo AB se produjera una "caída de potencial"; quedando sólo disponible, para la parte BC, el resto de la diferencia total que había entre A y C.

Veamos como se puede calcular la caída de potencial en el tramo AB, o en el BC, o en cualquier otro tramo, si el circuito lo tuviera.

Supongamos que en el tramo AB hay una resistencia eléctrica \$R\_1\$, y que en el tramo BC hay otra \$R\_2\$. La diferencia de potencial entre A y B sea \$E\_1\$ y entre B y C sea \$E\_2\$.



La intensidad de corriente en cualquier tramo del circuito, tiene que cumplir la ley de Ohm, es decir, que entre A y B circulará una corriente dada por el cociente entre  $E_1$  y  $R_1$ , o, lo que es lo mismo, si se conoce la corriente y la resistencia, diremos que entre los puntos A y B debe haber una diferencia de potencial dada por:

$$E_1 = I R_1$$

que es, precisamente, la *caída de potencial* entre los puntos A y B. De modo que la caída de potencial en un tramo de un circuito eléctrico, es igual al producto de la intensidad de corriente que lo recorre por la resistencia eléctrica del tramo. Por las mismas consideraciones, la caída de potencial entre B y C, es decir, en el tramo BC es:

$$E_2 = I R_2$$

Es lógico que la diferencia de potencial entre A y B, será la suma de las diferencias parciales entre AB y BC, de modo que la suma de las caídas de potencial en todos los tramos de un circuito es igual a la tensión total disponible entre los bornes del mismo. Esto se comprueba fácilmente, pues en el caso de la figura 31, la resistencia total del circuito, por estar las dos en serie (§ 38), será igual a la suma:

$$R = R_1 + R_2$$

y multiplicando por I a todos los términos, se tiene:

$$I R = I R_1 + I R_2$$

y como  $I R$  es la diferencia de potencial entre extremos del circuito, de acuerdo con la ley de Ohm, y los dos términos del segundo miembro son las caídas de potencial parciales, queda demostrado lo propuesto.

Volvamos ahora a la figura 30. El circuito tiene una resistencia  $R$ , y la interna de la pila la llamamos  $r$ . Al estar cerrado el circuito, circulará una corriente eléctrica, y pasará por las dos resistencias: exterior  $R$ , e interior  $r$ , de la pila.

Al pasar la corriente por la resistencia interna  $r$ , se produce una caída de potencial, dada por el producto:

$$e = I r$$

que no se puede aprovechar en el circuito exterior. Luego, no tenemos disponible la f.e.m. total de la pila para el circuito, sino que en cuanto circula corriente debemos descontar la caída interna.

La diferencia de potencial disponible para el circuito exterior, se llama: "*tensión en los bornes*", y su valor es igual a la f.e.m. descontándole la caída interna.

$$V = E - I r$$

donde llamamos  $V$  a la tensión en los bornes y  $E$  a la f.e.m. de la pila, ambas dadas en Volt. La intensidad se tomará en Amper y la resistencia en Ohm.

De resultas de lo que antecede, la intensidad de corriente en el circuito tendrá por valor, según la ley de Ohm, el cociente entre la tensión en los bornes y la resistencia exterior  $R$ :

$$I = \frac{V}{R}$$

pero el valor de  $V$  está dado más arriba, de modo que puede ser substituído, obteniéndose:

$$I = \frac{E - I r}{R}$$

que permite hacer simplificaciones algebraicas, pues aparece dos veces la intensidad. Se obtiene, después de ordenar los términos:

$$I = \frac{E}{R + r}$$

que dice que la intensidad de corriente es igual a la fuerza electromotriz dividida por la suma de las resistencias exterior, del circuito, e interna de la pila.

Esto mismo podría haber sido deducido en base a las expresiones de acoplamiento de resistencias, pues, a los efectos de la circulación de la corriente, la resistencia interna  $r$  y la del circuito exterior,  $R$ , están en serie. Luego la resistencia total es:

$$R + r$$

y aplicando la ley de Ohm, se obtiene la expresión de la intensidad de corriente, exactamente, igual a la que hemos escrito más arriba.

**Ejemplo.**

¿Cuál será la intensidad de corriente en el circuito de la figura 30, si la f.e.m. de la pila es de 1,5 Volt, la resistencia interna de la misma 0,1 Ohm y la del circuito exterior 0,5 Ohm?

Solución

Aplicando la expresión dada más arriba, se tiene:

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{1,5}{0,5 + 0,1} = 2,5 \text{ A}$$

**§ 40). Agrupamiento de pilas.**

Una cierta cantidad de pilas puede acoplarse en dos formas distintas: en serie o en paralelo.

Se acoplan en serie (fig. 32) cuando se unen con trozos de conductores, el polo negativo de una con el positivo de la siguiente, el negativo de ésta con el positivo de la que siga, y así siguiendo, quedando disponibles para el circuito exterior, el primer polo positivo y el último negativo.

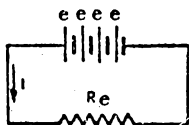


Fig. 32

De acuerdo con la fig. 31, es lógico que la f.e.m. total de este grupo de pilas, que se llama: "batería", es igual a la suma de las f.f.e.e.mm. de cada pila. Si hay  $n$  pilas, y cada una tiene una f.e.m.:  $e$ , y son todas iguales, como es común, la f.e.m. total de la batería será:

$$E = n e$$

De manera que las pilas se agrupan en serie cuando se desea disponer de una f.e.m. mayor que la de una sola pila. La intensidad de corriente está dado por la fórmula del párrafo anterior, en la que la f.e.m., es la total de la batería, y la resistencia interior, también debe tomarse la de toda la batería.

Las resistencias internas de todas las pilas están acopladas en serie, luego, si cada una tiene un valor  $r$ , y hay  $n$  pilas, la resistencia interna total será (§ 38):

$$R = r n$$

y si la resistencia del circuito exterior la llamamos  $R_e$ , se puede calcular la intensidad de corriente en el circuito, por la expresión dada para una sola pila, siempre que se tomen los valores que aparecen en la siguiente expresión:

$$I = \frac{n e}{R_e + n r}$$

Veamos ahora la duración de la batería. Si la cantidad de electricidad de cada pila es  $Q$ , como la corriente  $I$  pasa por todas al mismo tiempo, se gastarán también conjuntamente, de modo que si  $I$  es esa intensidad, la duración será:

$$T = \frac{Q}{I}$$

igual para todas las pilas, y que resulta dada en horas, si la capacidad  $Q$  de una pila se da en Amper-horas.

**AGRUPAMIENTO EN PARALELO.** Supongamos que se conecta un grupo de pilas en la forma indicada en la figura 33. Por un lado se unen todos los polos positivos y por el otro, todos los negativos, formándose así los polos exteriores de la batería, puntos A y B.

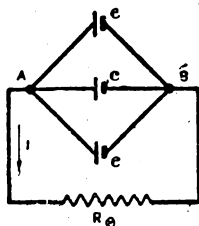


Fig. 33

La diferencia de potencial entre los puntos A y B es la misma si hay una sola pila que si hay varias, pues no aparecen tensiones en serie en ninguna parte. Luego, al acoplar un grupo de pilas en paralelo, la f.e.m. de la batería,  $E$  es igual a la de una sola pila,  $e$ :

$$E = e$$

Veamos lo que pasa con la resistencia interna. Las pilas están acopladas en paralelo, luego sus resistencias interiores también lo estarán, de manera que la resistencia interna de la batería

será menor que la de una sola pila (§ 38), y si el valor de cada una es  $r$ , y hay  $n$  pilas acopladas en paralelo, la resistencia interior de la batería será:

$$R = \frac{r}{n}$$

De modo que puede escribirse la expresión de la intensidad de corriente en el circuito de la figura 33, en el que la resistencia exterior es  $R_e$  y la f.e.m. total es  $e$ . Se tiene:

$$I = \frac{e}{R_e + \frac{r}{n}}$$

La ventaja del acoplamiento en paralelo es, entonces, la de reducir la resistencia interna de la batería. Además, si cada pila tiene una cantidad de electricidad disponible de  $Q$  Amper-hora, la batería tendrá una cantidad  $n$  veces mayor, es decir que la cantidad de electricidad de la batería será:

$$Qn$$

de modo que si la duración de una pila es  $T$ , dada por el cociente  $Q/I$ , la de la batería de  $n$  pilas en paralelo será:

$$\frac{Qn}{I} = nT$$

$n$  veces mayor que la de una sola pila.

#### Ejemplo 1.

Cuatro pilas de 1,5 Volt de f.e.m. y 0,1 Ohm de resistencia interna se conectan en serie. Determinar la intensidad de corriente en el circuito de la figura 32, si la resistencia exterior es de 2,1 Ohm.

Solución

Aplicando la expresión de la intensidad de corriente en el circuito, dada para el caso de acoplamiento en serie de varias pilas, se tiene:

$$I = \frac{n e}{R_e + r n} = \frac{4 \times 1,5}{2,1 + 0,1 \times 4} = 2,4 \text{ A}$$

#### Ejemplo 2.

Cuatro pilas de 1,5 Volt de f.e.m. y 0,2 Ohm de resistencia interna, se conectan en paralelo. Determinar la intensidad de corriente

eléctrica en el circuito de la figura 33, si la resistencia exterior vale 1,15 Ohm.

#### Solución

Aplicando la expresión de la intensidad de corriente en el circuito, dada para el caso de acoplamiento en paralelo de varias pilas, se tiene:

$$I = \frac{e}{R_o + \frac{r}{n}} = \frac{1,5}{1,15 + \frac{0,2}{4}} = 1.25 \text{ A}$$

### § 41) Leyes de Kirchhoff.

Se refieren a los circuitos eléctricos, por lo que conviene citarlas. La primera ley habla de los nudos en los circuitos, es decir, de los puntos donde concurren varios conductores (figura 34 a). Cada conductor unido al nudo estará recorrido por corriente eléctrica, siendo unas de sentido "entrante" al mismo y otras "salientes".

Dice entonces la primera ley de Kirchhoff, que la suma de las corrientes entrantes debe ser igual a la suma de las salientes. Para el caso de la figura:

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

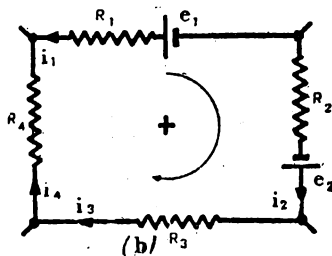
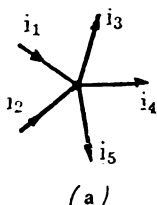


Fig. 34

Esto es evidente, pues en el nudo no se pueden acumular electrones; todos los electrones que llegan en un segundo al nudo, representan la suma de las corrientes entrantes y los que salen en ese mismo tiempo, la suma de las corrientes salientes.

La segunda ley es un poco más compleja y se refiere a las mallas, o circuitos cerrados, cualquiera que sea el número de lados del polígono que se forma (ver fig. 34 b). Cada vértice es un nudo, al que concurren dos o más conductores.

Cada lado del polígono o malla tiene cierta resistencia, y está recorrida por una intensidad de corriente, con un sentido de circulación al que debe atribuírsele un signo. Por ejemplo, se puede considerar sentido positivo el que coincide con el movimiento de las agujas del reloj, y así se ha indicado en la figura.

Asimismo, uno, dos o más lados de la malla pueden incluir pilas o cualquier otro generador de una cierta f.e.m., que tendrá su polaridad definida.

Dice entonces la segunda ley de Kirchhoff, que en toda malla, la suma de las caídas de potencial es igual a la suma de las f.f.e.e.mm. Claro está que esa suma se hará, dando a cada caída de potencial un signo, que corresponde al sentido de la corriente que la produce.

Así, en el caso de la figura 34 b, se puede escribir:

$$e_2 - e_1 = i_2 R_2 + i_3 R_3 + i_4 R_4 - i_1 R_1$$

donde hemos tenido en cuenta que la f.e.m. es positiva, cuando la corriente que entrega al circuito coincide con el sentido de circulación positivo adoptado.

Si en la malla no hay f.f.e.e.mm., la suma de las caídas de potencial es igual a cero.

## § 42) Circuitos eléctricos.

Un conjunto formado por un generador de corriente eléctrica, cuyos bornes se unen mediante conductores a una resistencia, se llama: "circuito eléctrico". Así, todos los esquemas de las figuras 30, 32, 33 y 34 b, son circuitos eléctricos.

En un circuito eléctrico, la circulación de corriente es cerrada, es decir, que si partimos de un punto cualquiera, y recorreremos todo el circuito, llegaremos al punto inicial.

El dispositivo que produce electricidad, o que la hace circular, se denomina "*generador*" y se caracteriza por mantener siempre una diferencia de potencial entre sus armaduras, electrodos, o, simplemente: *polos*. Esa diferencia de potencial se llama: "*fuerza electro-motriz*".

Además, el generador tiene una cierta resistencia interna, que es la resistencia eléctrica que opone al paso de la corriente la materia que está colocada entre sus polos, en el interior del

generador. No debe confundirse la resistencia interna, con la del circuito exterior.

**TENSIÓN EN LOS BORNES.** Desde el momento que un generador se conecta a un circuito, circulará corriente eléctrica, y al pasar por la resistencia interna se producirá una caída de potencial, de modo que sólo quedará disponible para el circuito exterior una diferencia de potencial menor que la f.e.m. Ya sabemos (§ 39) que la caída interna se resta directamente a la f.e.m., para conocer la tensión disponible para el circuito, que se llama: "*tensión en los bornes*".

En efecto, si la f.e.m. del generador es  $E$ , y su resistencia interna es  $r$ , al pasar una corriente de intensidad  $I$ , se producirá una caída de tensión:

$$e = r I$$

y la tensión en los bornes, o tensión disponible para el circuito, será:

$$V = E - r I$$

donde  $V$ , tensión en los bornes, y  $E$ , f.e.m., están dadas en Volt;  $I$  se da en Amper y  $r$  en Ohm.

#### Ejemplo.

Cuál será la tensión en los bornes de una pila de 1,5 Volt de f.e.m. y de 0,1 Ohm de resistencia interna, si el régimen de descarga es de 2 Amper.

#### Solución

La tensión en los bornes es igual a la f.e.m. menos la caída interna. Esta última es el producto de la intensidad de corriente por la resistencia interna, luego, la tensión pedida es:

$$V = E - I r = 1,5 - 2 \times 0,1 = 1,3 \text{ V}$$

**REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA.** Un circuito eléctrico se caracteriza entonces, por incluir un generador y una resistencia eléctrica. El generador puede ser una pila, un conjunto de pilas, un condensador cargado, o una máquina eléctrica, cuyo funcionamiento no corresponde tratar aquí. En todos los casos, conviene adoptar un símbolo para dibujar el circuito. El símbolo de la pila, que se dijo que era un par de rayas paralelas, una larga y fina (polo positivo) y otra corta y gruesa (polo negativo), es el más común que se utiliza para representar el generador, tal



como se ve en las figuras 30, 32 y 33, según haya una sola o varias conectadas entre sí.

La resistencia se simboliza con una línea quebrada, como se ha visto en las figuras 27; 28, 29, 30, 31, 32, 33 y 34. También en este caso puede haber una sola o varias acopladas o conectadas entre sí. Ya se sabe como se procede para calcular el valor de la resistencia total de todo el circuito.

De modo que tenemos un circuito, con una cierta tensión en los bornes, una resistencia total, que equivale a un conjunto de resistencias, de las que representa el valor equivalente, y luego, en dicho circuito circulará una cierta intensidad de corriente. Su valor estará dado por la ley de Ohm, es decir que:

$$I = \frac{V}{R}$$

donde V es la tensión en los bornes y R la resistencia total del circuito. De esa expresión se deduce cualquiera de sus tres magnitudes en función de las otras dos.

Si en lugar de conocer la tensión en los bornes, conocemos la f.e.m., se debe saber también la resistencia interna del generador, pues se puede también calcular la intensidad de corriente en el circuito. En efecto, reemplacemos en lugar de V. su equivalente, dado más arriba:

$$I = \frac{E - r I}{R}$$

expresión que permite ser simplificada con solo pasar R al otro miembro y despejando luego I, quedándonos:

$$I = \frac{E}{R + r}$$

que ya conocíamos del caso de las pilas (§ 39).

## CAPÍTULO VI

# ENERGIA ELECTRICA

### § 43) Trabajo eléctrico.

De acuerdo con las consideraciones hechas en el capítulo II (§ 17), sabemos que el transporte de cargas eléctricas de un punto a otro de un campo eléctrico representa un cierto trabajo, siempre que el transporte no se haga entre dos puntos que estén al mismo potencial. En efecto, si una carga eléctrica pasa de un punto a otro que está al mismo potencial, es decir, se mueve entre dos puntos que están sobre una misma superficie equipotencial, no se desarrolla ningún trabajo.

Para que se ponga en juego una cantidad de energía, la carga eléctrica tiene que llevarse desde un punto hasta otro que esté a distinto potencial. Así, si tenemos dos puntos A y B (ver fig. 35), cuyos potenciales son  $V_1$  y  $V_2$ , sabemos que entre ellos habrá una diferencia de potencial dada por la diferencia:

$$E = V_1 - V_2$$

que hemos llamado diferencia de potencial entre A y B, o, simplemente, tensión entre A y B. Si unimos esos puntos por un conductor, se originará una corriente eléctrica, que va desde el punto a mayor potencial hacia el de menor potencial.

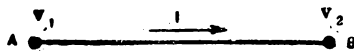


Fig. 35

Ahora bien, esa corriente eléctrica es una gran cantidad de electrones circulantes, es decir, una cierta cantidad de electricidad que recorre el conductor, de A hacia B, por ejemplo. La carga eléctrica total que pasa de A a B, se la designa  $Q$ , y su pasaje dura un tiempo  $t$ , hasta que el potencial de A y B sea el

mismo; mientras entre esos puntos haya tensión, seguirá circulando la corriente.

Por otra parte, en el capítulo II se definió la diferencia de potencial entre dos puntos, como el trabajo que se pone en juego para llevar la carga eléctrica unitaria desde uno de esos puntos hasta el otro. En el caso de la figura 35, la diferencia de potencial entre A y B será igual al trabajo que se gasta para llevar una carga igual a un Coulomb, desde A hasta B.

Si queremos saber cual es el trabajo que se necesita para llevar una carga que tiene  $Q$  Coulombs, desde A hasta B, no hay más que multiplicar el gastado para llevar uno, por la cantidad  $Q$ , es decir, que el trabajo eléctrico que se pone en juego por el transporte de una carga eléctrica  $Q$ , entre dos puntos cuya diferencia de potencial es  $E$ , será:

$$T = Q E$$

que expresa que dicho trabajo es igual al producto de la carga por la tensión o diferencia de potencial entre los puntos inicial y final del recorrido.

El trabajo eléctrico se mide en Joule, unidad que expresa el trabajo dado por el producto de un Coulomb por un Volt. En Mecánica, hay otra unidad de trabajo, el Kilográmetro, dado por el producto de una fuerza de un Kilogramo por la distancia de un metro. La equivalencia entre ambas es la siguiente:

$$1 \text{ Kgm} = 9,81 \text{ Joule}$$

Por otra parte, sabemos que la carga eléctrica  $Q$  puede ser expresada en función de la intensidad de corriente eléctrica y el tiempo que aquella circula. En efecto, la intensidad de corriente no es otra cosa que la carga eléctrica que pasa por una sección en la unidad de tiempo, de modo que si se considera un tiempo de  $t$  segundos, la carga que ha pasado será:

$$Q = I t$$

es decir, que si queremos saber cual será el trabajo eléctrico desarrollado por una corriente eléctrica de intensidad  $I$ , que circula entre A y B (ver fi. 35), durante un tiempo  $t$ , no hay más que reemplazar en la ecuación del trabajo, la que da la carga en función de la intensidad. Tendremos:

$$T = E I t$$

que expresa que el trabajo eléctrico desarrollado por una intensidad de corriente  $I$ , durante un tiempo  $t$ , al pasar desde un punto hasta otro entre los cuales hay una tensión  $E$ , es igual al producto de esas tres magnitudes. La tensión  $E$  se toma en Volt;  $I$  en Amper y  $t$  en segundos, resultando el trabajo  $T$  en Joule.

#### § 44) Potencia eléctrica.

En Física, se define a la potencia, como el trabajo realizado en la unidad de tiempo, es decir, que si un determinado trabajo se realiza en un tiempo tomado como unidad (por ejemplo un segundo), se dice que ese trabajo representa la potencia del dispositivo que lo efectuó. En otras palabras, la potencia está dada por el trabajo capaz de realizarse en la unidad de tiempo.

En los circuitos eléctricos también se puede definir la potencia en juego, en base al conocimiento del trabajo eléctrico desarrollado en un segundo.

En efecto, basta dividir la expresión general del trabajo por el tiempo, para que resulte una nueva expresión que da la potencia. El símbolo utilizado para esta magnitud es:  $W$ , y se tiene:

$$W = E I$$

de modo que en un circuito como el de la figura 35, en el que una corriente eléctrica de intensidad  $I$  circula entre dos puntos cuya diferencia de potencial es  $E$ , la potencia eléctrica está dada por el producto de las dos magnitudes citadas.

Tomando una corriente de un Amper, que circula entre dos puntos cuya tensión es un Volt, resulta la unidad de potencia que se denomina Watt.

Observando las expresiones de la potencia y el trabajo eléctricos, resulta evidente que este último puede calcularse en base a la potencia y al tiempo durante el cual se manifiesta aquella, pues se tiene:

$$T = W t$$

que dice que en un circuito eléctrico donde hay disponible una potencia  $W$ , se pone en juego un trabajo eléctrico, el que está dado, para un cierto tiempo considerado, por el producto de la

potencia y el tiempo. Como la unidad de potencia es el Watt y de tiempo el segundo, está claro que la unidad de trabajo resulta:

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ Watt} \times 1 \text{ seg.}$$

### § 45) Potencia y trabajo eléctricos en circuitos prácticos.

En el capítulo V se estudiaron algunas características de los circuitos eléctricos, aplicando a los mismos las leyes de Ohm y de Kirchhoff. Así, se vió que la representación simbólica de un circuito eléctrico era como la que se ve en la figura 36, donde la diferencia de potencial disponible entre los dos bornes,  $E$ , puede provenir de cualquier dispositivo generador de electricidad. Además, puede haber un conjunto de resistencias, pero sabemos que siempre se puede encontrar un valor  $R$  equivalente a todas, que insertada en el circuito ocasione la circulación de una corriente eléctrica de intensidad  $I$ .

Todo circuito complejo puede ser simplificado, mediante cálculo de los valores equivalentes, al caso de la figura 36. Las tres magnitudes que intervienen,  $E$ ,  $I$  y  $R$ , están ligadas entre sí por la ley de Ohm.

Aplicaremos a este circuito las expresiones del trabajo y de la potencia eléctrica, para plantear los casos prácticos de mayor frecuencia en la técnica.

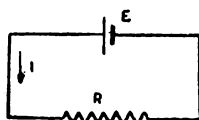


Fig. 36

Al pasar la corriente de intensidad  $I$  por la resistencia  $R$ , durante un tiempo  $t$ , se realiza un trabajo eléctrico dado por la expresión conocida:

$$T = E I t$$

pero como sabemos, las dos magnitudes  $E$  e  $I$ , pueden ser reemplazadas por sus equivalentes, dados por la ley de Ohm, de

manera que tendríamos, si se conocen la intensidad de corriente y la resistencia:

$$T = I^2 R t$$

y si se conocen la tensión y la resistencia:

$$T = \frac{E^2}{R} t$$

con lo que se dispone de un juego de tres fórmulas para calcular el trabajo eléctrico que se desarrolla en el circuito durante un cierto tiempo  $t$ . En todas ellas, la tensión se toma en Volt, la intensidad en Amper, la resistencia en Ohm y el tiempo en segundos. En esta forma el trabajo resulta expresado en Joule.

La fórmula de la potencia eléctrica también admite el reemplazo de una de sus magnitudes en función de las otras del circuito. En efecto, la potencia eléctrica que se pone en juego en el circuito de la figura 36, cuando la diferencia de potencial es  $E$  y circula una intensidad de corriente  $I$ , vale:

$$W = E I$$

pero si la resistencia insertada vale  $R$ , se puede reemplazar  $E$  ó  $I$  por sus equivalentes, de acuerdo con la ley de Ohm. Se tienen las dos siguientes expresiones que dan también la potencia:

$$W = I^2 R$$

cuando se conoce la intensidad de corriente y la resistencia eléctrica, y:

$$W = \frac{E^2}{R}$$

cuando se conoce la tensión y la resistencia.

Tenemos así tres expresiones para calcular la potencia eléctrica en un circuito, con las cuales se pueden resolver todos los casos prácticos. En dichas fórmulas, la potencia resulta expresada en Watt si se toma la tensión en Volt, la intensidad en Amper y la resistencia en Ohm.

#### Ejemplo 1.

En un circuito sometido a una diferencia de potencial de 220 Volt, circula una intensidad de corriente de 2 Amper. Determinar la potencia eléctrica.

#### Solución

Aplicando la expresión general vista, se tiene:

$$W = E I = 220 \times 2 = 440 \text{ W}$$

**Ejemplo 2.**

Un conductor de 1,5 Ohm de resistencia está recorrido por una corriente de 40 Amper. Determinar la potencia que se pone en juego.

Solución

Se emplea la expresión que da la potencia en función de la intensidad y la resistencia:

$$W = I^2 R = 40 \times 40 \times 1,5 = 2400 \text{ W}$$

**Ejemplo 3.**

Determinar la resistencia eléctrica que tiene una lámpara de alumbrado, de potencia nominal igual a 100 Watt, si es para utilizar en redes de 220 Volt.

Solución

De la expresión que da la potencia en función de la tensión y la resistencia, se deduce el valor de esta última:

$$R = \frac{E^2}{W} = \frac{220^2}{100} = \frac{48400}{100} = 484 \Omega$$

### § 46) Unidades de potencia y trabajo usuales en la industria eléctrica.

Las unidades definidas más arriba son de utilización corriente en circuitos eléctricos, ya sea en laboratorio de mediciones o en el taller. Sin embargo, para ciertas aplicaciones prácticas de la energía eléctrica, se emplean otras unidades que guardan con aquellas relaciones bien determinadas.

Así, la potencia eléctrica, sabemos que se expresa en Watt, pero en la industria de producción o de utilización de electricidad en gran escala tal unidad resulta pequeña, y se utiliza un múltiplo de ella: el Kilowatt, que equivale a 1000 Watt. Tenemos entonces: \_

$$1 \text{ Kilowatt} = 1000 \text{ Watt}$$

De manera que cuando se indica la potencia eléctrica de un determinado circuito, que según el cálculo o la medición ha resultado de algunos miles de Watt, se divide la cifra-obtenida por 1000 y se la expresa en Kilowatt. (KW.)

Otro caso particular es el de transformación de energía eléctrica en mecánica y viceversa, muy frecuente en la industria. Se presentarán, en los cálculos técnicos, unidades de potencia y de

trabajo de dos clases, según su origen; tendremos unidades de origen en la Mecánica y de origen en la Electricidad. Veremos las equivalencias para pasar de unas a otras.

El trabajo en Mecánica se expresa en Kilográmetros; en Electricidad, en Joule. Ya sabemos que

$$1 \text{ Kgm} = 9,81 \text{ Joule}$$

La potencia se puede expresar en Kilográmetros por segundo o en Caballos-vapor, unidad esta última que equivale a 75 veces la anterior. Es decir, que:

$$1 \text{ C.V.} = 75 \text{ Kgm/seg.}$$

siendo ambas unidades usadas indistintamente en la Mecánica. Hacemos notar que el C.V. suele designarse H.P., aunque no sean exactamente iguales, pues  $1 \text{ H.P.} = 76,16 \text{ Kgm/seg.}$

Veremos cuál es la equivalencia entre las unidades de potencia de origen mecánico y eléctrico, partiendo de las que ya conocemos.

En primer lugar, tenemos:

$$1 \text{ Kgm/seg.} = 9,81 \text{ Watt}$$

puesto que la equivalencia debe ser la misma que la que hay entre las unidades similares de trabajo, y sabemos que  $1 \text{ Joule/seg.}$  es, precisamente, un Watt.

Ahora tomemos la unidad práctica generalizada de potencia en Mecánica, el Caballo-vapor: como cada  $\text{Kgm/seg.}$  equivalen a  $9,81 \text{ Watt}$ , es lógico que 75 de aquellos serán equivalentes a:

$$1 \text{ C.V.} = 736 \text{ Watt}$$

que se obtiene por simple producto de las respectivas equivalencias. Además, de acuerdo con lo visto, se tiene:

$$1 \text{ C.V.} = 0,736 \text{ KW}$$

$$1 \text{ KW} = 1,36 \text{ C.V.}$$

Tenemos, como se ve, una serie de unidades para expresar la potencia y el trabajo, tanto eléctricas como mecánicas, pudiéndose utilizar en cada caso las que más convengan, y reduciéndolas mediante las equivalencias respectivas.



Falta todavía considerar la unidad más generalizada para apreciar la energía eléctrica en la práctica comercial o industrial de venta y utilización de la misma. Sabemos que la unidad común de trabajo eléctrico es el Joule, pero resulta muy pequeño para los casos que mencionamos más arriba, pues basta considerar que un Joule es la energía eléctrica que se pone en juego en un circuito, por el que circula una intensidad de corriente de un Amper, durante el tiempo de un segundo, bajo la diferencia de potencial de un Volt, para darse perfecta cuenta que tal unidad carece de valor práctico.

Se emplea en su lugar el Kilowatt-hora, unidad de trabajo eléctrico que se obtiene cuando en un circuito hay una potencia en juego de un Kilowatt, durante el tiempo de una hora. Como se puede apreciar, resulta así una unidad mucho más cómoda. La equivalencia entre ésta y la anterior salta a la vista:

$$1 \text{ Kilowatt-hora} = 3.600.000 \text{ Joule}$$

puesto que el KW equivale a 1000 Watt y la hora tiene 3600 segundos.

#### Ejemplo 1.

Calcular el trabajo eléctrico que se pone en juego en un circuito recorrido por una corriente de 10 Amper, y sometido a una diferencia de potencial de 220 Volt, si se toma en cuenta un intervalo de media hora.

#### Solución

Determinemos previamente el trabajo eléctrico con la fórmula general:

$$T = E I t = 220 \times 10 \times 1800 = 3960000 \text{ Joules}$$

puesto que el tiempo se debe tomar en segundos, la tensión en Volt y la intensidad en Amper.

Reduciendo esa cantidad a la unidad práctica Kilo-Watt-hora, se tiene:

$$T = \frac{3960000}{3600000} = 1,1 \text{ KWh.}$$

Calculemos el trabajo, expresado en KWh, directamente, para lo cual tomaremos la potencia en Kilowatt y el tiempo en horas:

$$W = E I = 220 \times 10 = 2200 \text{ W}$$

Reducimos esta potencia a Kilowatt, dividiendo por 1000:

$$W = \frac{2200}{1000} = 2,2 \text{ KW}$$

Y ahora aplicamos la expresión del trabajo eléctrico del § 44:

$$T = W t = 2,2 \times 0,5 = 1,1 \text{ KWh}$$

puesto que el tiempo expresado en horas es 0,5 h.

La igualdad de los dos resultados permite comprobar la identidad de métodos, pero uno de ellos es más cómodo, pues sus cifras son menos voluminosas.

### Ejemplo 2.

Determinar el valor de la intensidad de corriente que absorbe de la red de 220 Volt un motor eléctrico de 5 C.V.

Solución

La intensidad de corriente está dada por el cociente entre la potencia y la tensión, pero la potencia debe estar expresada en Watt. Debemos hacer, previamente, una reducción de unidades.

$$1 \text{ C.V.} = 736 \text{ W}$$

$$5 \text{ C.V.} = 5 \times 736 = 3680 \text{ W}$$

Y ahora se aplica el criterio expuesto más arriba:

$$I = \frac{W}{E} = \frac{3680}{220} = 16,72 \text{ A}$$

## § 47) Consumo de energía eléctrica.

En la venta de energía eléctrica, se emplean contadores para indicar la cantidad consumida, así como para la venta de materiales sólidos se utiliza la balanza, de los líquidos la medida de capacidad etc. Los contadores o medidores están graduados directamente en Kilowatt-hora (KWh), a cuya cantidad de trabajo eléctrico le corresponde un precio, que es la "tarifa".

La tarifa representa en este caso lo que los precios unitarios en la venta de productos por peso o por litro, mencionados anteriormente. Es el costo de una unidad. Así, si se ha utilizado una cantidad de energía eléctrica medida por un número de Kilowatt-horas, el costo de esa energía se obtiene multiplicando ese número por la tarifa.

Para apreciar la energía consumida y saber su costo, resulta útil conocer la cifra de KWh directamente, no interesando la cantidad de energía expresada en la unidad Joule, pues habría que hacer la reducción correspondiente. Se suele emplear, por tal

motivo, una fórmula directa, que da el trabajo eléctrico en KWh, que es:

$$T = \frac{W h}{1000}$$

en la cual W es la potencia conectada, en Watt, pues en los artefactos eléctricos usuales es muy común que la potencia esté indicada en Watt, y h es el tiempo que el artefacto está conectado, pero tomado en horas. Si hay fracción de horas, dada en minutos o segundos, se debe reducir tal fracción a horas. El divisor 1000 tiene por objeto reducir la potencia expresada en Watt a Kilowatt, para que la fórmula suministre el resultado en KWh.

Para determinar cuál es el costo de la energía consumida, basta multiplicar el resultado de la fórmula anterior por la tarifa correspondiente, pero debe hacerse una aclaración:

La tarifa suele no ser única para cualquier cantidad de energía consumida, pues se fija un consumo mínimo, llamado "base" al cual se aplica la tarifa máxima. Todo el consumo que exceda esa cifra goza de una tarifa reducida, generalmente la mitad de la anterior.

La base se fija en función de las dimensiones de las habitaciones de la residencia, del número de bocas conectadas o de la potencia instalada. En esa forma se obtiene una cantidad de Kilowatt-horas de consumo teórico mínimo, que es la base, y que se factura a la tarifa máxima. El excedente se cobra a una tarifa menor. A veces hay dos o más bases, cada una de las cuales tiene distinta tarifa. Por ejemplo, se dice: los primeros 50 KWh a \$ 0,20; los 50 subsiguientes a \$ 0,15 y el resto a \$ 0,10.

Como se ve, la tarificación es muy compleja, dependiendo de la jurisdicción del lugar, de modo que no se pueden sentar normas al respecto. Otras veces se establecen distintas tarifas según el horario del consumo, fijando períodos económicos, que coinciden con los de menor carga de la usina generadora. Se utilizan varios medidores, que son conectados en el momento preciso por relojes especiales y desconectados en la misma forma. Otro caso es el de las cocinas eléctricas, cuyo consumo goza de una tarifa reducida, por lo que se les conecta un medidor para determinar la energía eléctrica gastada por las mismas. La indi-

cación de ese medidor, llamado "diferencial", se descuenta del contador general de la residencia, pues todo el consumo restante tiene la tarifa común.

### Ejemplo 1.

Determinar el consumo de energía eléctrica de un calentador de 500 Watt de potencia, que está conectado durante 5 horas, si la tarifa es de \$ 0,24 por Kilo-Watt-hora.

#### Solución

Calculamos la energía eléctrica consumida, mediante la expresión dada más arriba:

$$T = \frac{W h}{1000} = \frac{500 \times 5}{1000} = 2,5 \text{ KWh}$$

Esta energía, multiplicada por la tarifa, da el costo de la misma:

$$2,5 \times 0,24 = 0,60 \$$$

### Ejemplo 2.

Calcular el costo de la energía eléctrica consumida mensualmente por un motor de 10 C.V., que está conectado durante 8 horas diarias y tiene una base de \$ 0,20 los primeros 100 KWh, facturándose el excedente a \$ 0,10.

#### Solución

Reducimos previamente la potencia del motor a Watt:

$$1 \text{ C.V.} = 736 \text{ W}$$

$$10 \text{ C.V.} = 10 \times 736 = 7360 \text{ W}$$

Calculamos ahora la energía consumida, en la forma conocida: debe tenerse en cuenta que el tiempo se tomará en horas, y que 8 horas diarias representan:

$$h = 8 \times 30 = 240 \text{ horas mensuales}$$

Aplicando la expresión de trabajo eléctrico:

$$T = \frac{W h}{1000} = \frac{7360 \times 240}{1000} = 1766,40 \text{ KWh}$$

El costo de esta energía será el siguiente:

Los primeros 100 KWh a \$ 0,20 .....	\$ 20,00
El excedente, 1666,40 KWh a \$ 0,10 .....	„ 166,65
Total .....	\$ 186,65

## CAPÍTULO VII

# EFFECTOS TERMICOS DE LA ELECTRICIDAD

### § 48) Transformación de la electricidad en calor.

Sabemos que la corriente eléctrica no es otra cosa que la circulación muy veloz de electrones por los conductores. Además, hemos asignado al átomo una constitución corpuscular, con partículas fijas y móviles en rotación. El pasaje de electrones por la materia produce choques con los corpúsculos atómicos, provocando un aumento de la velocidad de los mismos, que se traduce en un aumento de la temperatura del cuerpo.

Toda substancia posee una cierta cantidad de energía térmica propia, es decir, una cierta cantidad de calor, que se manifiesta por la temperatura del cuerpo. Una elevación de temperatura revela un aumento de la cantidad de calor que posee el cuerpo, o lo que es lo mismo, un incremento de su energía térmica propia.

Luego, para calentar una substancia hay que entregarle energía, que puede ser directamente energía térmica o manifestada en otra forma cualquiera. Así, al frotar un cuerpo, se produce una elevación de temperatura, que equivale a un aumento de la cantidad de calor contenida en él, pero para ello debemos invertir trabajo bajo la forma de la frotación. Es un caso de transformación de energía mecánica en térmica.

La corriente eléctrica, al recorrer los conductores, produce una elevación de la temperatura de los mismos y, por ende, se incrementa la cantidad de calor propia del cuerpo. La energía necesaria la debe proveer la misma electricidad, puesto que no interviene ningún otro agente exterior. Veamos como se justifica esto.

Sabemos que para que se pongan en movimiento las cargas eléctricas es menester disponer de una cierta cantidad de trabajo. La circulación de corriente por un conductor lleva consigo energía eléctrica, y, si deja de circular la corriente, tal energía no puede desaparecer, sino que debe transformarse en alguna otra manifestación. Luego, al pasar corriente eléctrica por un conductor, la energía que lleva esa corriente se transforma en calor, esto es, en energía térmica.

Así, si entre dos puntos de un conductor de resistencia  $R$ , hay una diferencia de potencial  $E$ , circulará una corriente  $I$ , durante todo el tiempo  $t$  que se mantenga esa tensión. La energía eléctrica que se pone en juego por el pasaje de cargas desde un extremo al otro, está dado por el producto:

$$T = E I t$$

y toda esa energía se debe transformar en calor, puesto que no se efectúa ningún otro trabajo. De modo que la energía eléctrica que se desarrolla en toda circulación de corriente se transforma en calor, produciéndose una elevación de la temperatura del cuerpo.

#### § 49) Ley de Joule.

Joule postuló que la cantidad de calor que se desarrolla en un conductor por el pasaje de la corriente eléctrica es igual a la energía eléctrica que lleva esa corriente, multiplicada por un coeficiente numérico, de reducción de unidades. Si esa energía o trabajo eléctrico es  $T$ , dado en Joule, se tiene:

$$Q = 0,24 T$$

obteniéndose la cantidad de calor  $Q$  en gramo-Calorías.

Como el trabajo eléctrico se puede expresar en función de la potencia y el tiempo, se puede escribir:

$$Q = 0,24 W t$$

que es equivalente a la anterior, y en la cual se toma la potencia  $W$  en Watt y el tiempo  $t$  en segundos.

También se puede hacer intervenir en la ecuación, las magnitudes características del circuito, reemplazando en lugar de  $W$ , sus equivalentes dados por las ecuaciones de la potencia, que

son:  $EI$ ;  $I^2R$  y  $E^2/R$ , obteniéndose en cada caso una nueva expresión que da la cantidad de calor desarrollada en un circuito eléctrico de resistencia  $R$  (Ohm), cuando circula la corriente de intensidad  $I$  (Amper), bajo la diferencia de potencial  $E$  (Volt). Se tiene:

$$Q = 0,24 EI t$$

$$Q = 0,24 I^2 R t$$

$$Q = 0,24 \frac{E^2}{R} t$$

con cualquiera de las cuales se pueden resolver todos los casos prácticos.

### § 50) Calor que absorbe la substancia.

Toda la energía térmica producida por la electricidad no queda acumulada en los cuerpos, pues para ello deberían estar completamente aislados, y esto no es posible perfectamente. Parte de ese calor queda en ellos y parte se irradia a los cuerpos vecinos, de acuerdo a las leyes de la transmisión del calor.

La cantidad de calor que ha quedado en el cuerpo puede ser calculada en base a sus temperaturas inicial y final,  $T_i$  y  $T_f$  respectivamente, o, a la elevación de temperatura, diferencia entre las dos cantidades mencionadas:

$$T = T_f - T_i$$

Además, habrá que considerar la cantidad de materia, tomando su peso, por ejemplo, y las características de la misma, reveladas por un coeficiente llamado: "calor específico", que se define como la cantidad de calor que se debe entregar a la substancia considerada para que eleve su temperatura en un grado centígrado, por unidad de peso, es decir, es el número de gramo-Calorías que necesita un gramo de dicha substancia para elevar su temperatura en  $1^\circ\text{C}$ . En base a las consideraciones precedentes, la cantidad de calor que ha acumulado la substancia será:

$$Q = M c T$$

en cuya expresión  $Q$  está dada en gramo-Calorías,  $c$  es el calor específico,  $T$  la elevación de temperatura y  $M$  el peso de la substancia, en gramos.

Con la fórmula anterior y la ley de Joule, se pueden resolver una cantidad de aplicaciones prácticas, referentes al diseño y utilización de aparatos eléctricos de calefacción. Se debe tener en cuenta, en todos los casos, que la cantidad de calor producida por el artefacto no se aprovecha totalmente, pues parte la absorben los cuerpos vecinos, y no el que se quiere calentar.

### Ejemplo 1.

Determinar la cantidad de calor que produce la corriente eléctrica, por minuto, al recorrer una resistencia de 200 Ohm, que está conectada a una tensión de 220 Volt.

#### Solución

Aplicando la correspondiente fórmula del § 49, en la que aparecen como datos la tensión y la resistencia, y teniendo en cuenta que el tiempo debe tomarse en segundos, es decir que para este problema vale 60 seg., se tiene:

$$Q = \frac{0.24 E^2 t}{R} = \frac{0.24 \times 220 \times 220 \times 60}{200} = 3484,8 \text{ gCal}$$

### Ejemplo 2.

Averiguar cuánto tiempo necesita un calentador de 500 Watt, para calentar 2 litros de agua, desde 20 hasta 80 °C, si se supone un rendimiento térmico de aquél de 40 %.

#### Solución

La cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura del agua en:

$$T = T_f - T_i = 80 - 20 = 60 \text{ °C}$$

se determina mediante la fórmula dada más arriba, y teniendo en cuenta que el calor específico del agua vale: 1. El peso del agua a calentar es:

$$M = 2 \text{ litros} \times 1000 \text{ g/lt} = 2000 \text{ g}$$

Con lo que se tiene:

$$Q = M c T = 2000 \times 60 = 120000 \text{ gCal}$$

La potencia del calentador es de 500 Watt, pero como el rendimiento es de 40 %, la parte de esta potencia que se aprovecha para fines útiles será:

$$\frac{500 \times 40}{100} = 200 \text{ W}$$



El resto se gasta en producir calor de irradiación, en calentar las masas metálicas vecinas, etc. De la fórmula:

$$Q = 0,24 W t$$

se deduce inmediatamente la expresión del tiempo necesario:

$$t = \frac{Q}{0,24 W} = \frac{120000}{0,24 \times 200} = 2500 \text{ seg.}$$

$$t = 41' 40''$$

### § 51) Variación de la resistencia eléctrica con la temperatura.

Al calentarse un cuerpo, se produce un aumento de la agitación interna de los átomos, y ello da lugar a modificaciones de las propiedades de conducción de la electricidad por esa substancia. En los conductores (con excepción del carbón), al aumentar la temperatura se produce un aumento de la resistencia opuesta al pasaje de la corriente, aumento que es distinto para cada substancia, siendo muy pequeño para algunas pero importante para otras.

Para determinar cuál es la variación de resistencia con el calor, se toma un trozo de la substancia considerada que tenga una resistencia eléctrica de un Ohm, y se eleva su temperatura en un grado centígrado. La variación de resistencia experimentada se denomina: "*coeficiente de temperatura*", y permite calcular la variación para cualquier valor de resistencia y de variación de temperatura.

En efecto, la variación de resistencia es directamente proporcional al valor de dicha resistencia, al coeficiente de temperatura ( $\alpha$ ) y a la variación de temperatura, es decir que, llamando  $r$  al incremento de resistencia, se tiene:

$$r = \alpha R T$$

siendo  $T$  la variación de temperatura o diferencia entre la temperatura final e inicial:

$$T = T_f - T_i$$

Como hemos dicho que la resistencia aumentaba al calentarse el cuerpo, el valor que alcanzará a la temperatura  $T_f$  será

igual al que tenía a la temperatura  $T_1$ , más el valor de la variación, es decir:

$$R_t = R_i + R_i \alpha T$$

o, lo que es lo mismo:

$$R_t = R_i (1 + \alpha T)$$

en cuya expresión se ha llamado  $R_i$  a la resistencia inicial, a la temperatura  $T_i$ . El coeficiente de temperatura,  $\alpha$ , está dado en tablas para las substancias más conocidas.

Substancia	$\alpha$	Substancia	$\alpha$
Acero	0,005	Manganina	0,00001
Aluminio	0,0037	Mercurio	0,00087
Bronce	0,001	Niquel	0,0037
Cobre	0,004	Niquelina	0,0003
Constantán	0,00003	Plata	0,0036
Estaño	0,0045	Plomo	0,0037
Hierro	0,0045	Rheotán	0,0004
Maillechort	0,0004	Tungsteno	0,0045

El carbón tiene coeficiente de temperatura negativo, puesto que hemos dicho que su resistencia disminuía con el calor. Dicho valor oscila entre  $-0,003$  y  $-0,0003$ .

Si un cuerpo se enfría en vez de calentarse, la variación de resistencia será una reducción, lo que se pone en evidencia si se considera que  $T$ , diferencia entre las temperaturas final e inicial, será negativo.

#### Ejemplo.

Un alambre de niquelina tiene, a la temperatura ambiente de  $20^\circ\text{C}$ , una resistencia eléctrica de 200 Ohm. Calcular la resistencia que ofrece a  $300^\circ\text{C}$ .

#### Solución

En la tabla que da los coeficientes de temperatura, obtenemos, para la niquelina:

$$\alpha = 0,0003$$

Aplicando la expresión que da la resistencia en función de la elevación de temperatura, se tiene:

$$R_t = R_i (1 + \alpha T)$$

Donde  $T$  es la elevación de temperatura, que vale;

$$T = 300 - 20 = 280^\circ\text{C}$$

Reemplazando valores:

$$R_t = 200 (1 + 0,0003 \times 280) = 200 (1 + 0,084)$$

$$R_t = 200 \times 1,084 = 216,8 \Omega$$

## § 52) Temperatura límite de conductores.

La transformación de energía eléctrica en térmica se aprovecha con fines prácticos en los aparatos para calefacción y en las lámparas de incandescencia, pero hay ocasiones en las que esa inevitable elevación de temperatura de los conductores debe limitarse para la eficacia del servicio. En efecto, los cables para instalaciones eléctricas se aíslan con derivados del caucho, cuerpo que no admite elevaciones de temperatura importantes sin perder sus cualidades.

Por tal motivo se debe tener en cuenta, al instalar un conductor, que la temperatura que alcance el mismo no comprometa la calidad de la aislación. Para ello se elige el diámetro en forma tal, que la superficie lateral del cable sea suficiente para irradiar la cantidad de calor necesaria, para que la que queda en el conductor no provoque un aumento inadmisible de la temperatura del mismo.

Veamos cuál debe ser la sección de un conductor para que al paso de una corriente conocida no alcance la temperatura fijada como límite.

Por de pronto, la cantidad de calor producida en un cierto tiempo  $t$ , por paso de una corriente  $I$ , si ese conductor tiene resistencia  $R$ , será:

$$Q = 0,24 I^2 R t$$

que puede modificarse, reemplazando en lugar de  $R$  su equivalente en función de las dimensiones (largo y sección transversal) y de la resistividad; se tiene:

$$Q = 0,24 I^2 \frac{\rho l}{\pi d^2} t$$

donde  $d$  es el diámetro de la sección transversal del conductor.

Por otra parte, la cantidad de calor irradiada por el cable será proporcional a la superficie lateral del mismo y a la eleva-

ción de temperatura, en el mismo tiempo  $t$  considerado. La superficie lateral es la de un cilindro de diámetro  $d$  y longitud axial  $l$  de modo que se puede escribir:

$$Q = C \pi d l (T_r - T_1)$$

en la que  $C$  es la constante de irradiación, o cantidad de calor irradiada por la unidad de superficie lateral, en la unidad de tiempo, por la substancia que forma el conductor.

Como queremos que no se supere la temperatura final  $t_r$ , prefijada, se debe igualar la cantidad de calor producida e irradiada, de manera que debemos igualar las dos expresiones que dan  $Q$ , y se tiene:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\rho I^2}{10 C (T_r - T_1)}}$$

obtenida mediante simple reducción algebraica. Se ve que el diámetro necesario para el conductor no es una función lineal de la intensidad de corriente, o, lo que es lo mismo, la densidad de corriente (intensidad por unidad de sección transversal) no es constante.

Tomando una elevación de temperatura sobre el ambiente de 20°C, valor admisible para la aislación de goma, y considerando cables de cobre, con lo que se fijan los valores de la resistividad y la constante de irradiación, se puede confeccionar una tabla que da la sección necesaria para cada valor de la intensidad de corriente:

Sección mm <sup>2</sup>	I Amp.	Sección mm <sup>2</sup>	I Amp.
0,75	9	35	125
1,0	11	50	160
1,5	14	70	200
2,5	20	95	240
4	25	120	280
6	31	150	325
10	43	185	380
16	75	240	450
25	100	300	525

Obsérvese los valores decrecientes de la densidad de corriente, que parte de 12 Amp./mm<sup>2</sup> para el primer valor de la tabla, y llega a 1,75 Amp/mm<sup>2</sup> para la última sección anotada.

### § 53) Otros efectos térmicos.

Podemos mencionar ciertos curiosos efectos producidos por el pasaje de la electricidad a través de los puntos de unión de dos metales distintos, perfectamente casados por soldadura.

Tenemos así el efecto Peltier, que consiste en hacer pasar corriente por un anillo formado por dos metales distintos, habiendo en consecuencia dos soldaduras, una de ellas se enfría y otra se calienta. El efecto Thomson, en el cual se calienta una barra de hierro en la parte central y se hace circular una corriente de extremo a extremo. Se constata que del centro hacia un extremo la barra se calienta y del centro al otro extremo se enfría.

Todo ello se explica por el efecto termo-electro-motriz o de los potenciales de contacto, que aparecen en los puntos de unión de metales distintos por efecto del calor.

Así, si se toman dos metales y se calienta la soldadura que los une, entre sus extremos se comprueba la presencia de una fuerza electro-motriz. Esto se utiliza para medir temperaturas, puesto que esa f.e.m. es aproximadamente proporcional a la temperatura de la soldadura. No otra cosa son los pirómetros termo-eléctricos para la medición de temperaturas elevadas, donde no se pueden emplear termómetros comunes (ver fig. 37).

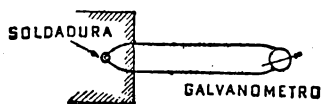


Fig. 37

Consisten en dos alambres metálicos, cuya soldadura se introduce en el recinto cuya temperatura se desea medir. Los extremos libres de los alambres se conectan a un galvanómetro, o aparato indicador de corrientes de débil intensidad. La indicación del galvanómetro es proporcional a la temperatura del recinto, de modo que tarándolo con valores conocidos, se puede tener en la escala lectura directa de temperaturas.

Este dispositivo actúa, pese a tener una sola soldadura caliente, porque la unión de los otros extremos está a la temperatura ambiente, de modo que se puede considerar como si fuera la soldadura fría del efecto Peltier.

P A R T E   T E R C E R A

# **ELECTROMAGNETISMO**

MAGNETISMO — ELECTROMAGNETISMO — FUERZAS  
ELECTROMAGNETICAS — INDUCCION ELECTROMAGNETICA

## CAPÍTULO VIII

# MAGNETISMO

### § 54) Generalidades.

Hemos definido a la materia y a la electricidad, como "agentes físicos", teniendo ambos una existencia real pero con diferente manifestación, pues la primera se puede constatar por su sola existencia, mientras que la segunda, sólo por sus efectos.

Otro agente físico que guarda cierta similitud con la electricidad, y que aparece muchas veces íntimamente ligado a ella, es el "magnetismo", cuya existencia también se conoce únicamente por sus efectos. Las primeras observaciones se apoyaban en la propiedad de ciertas sustancias de atraer pequeñas partículas de hierro. Tales cuerpos se denominaron: "imanes", y se los encontraba en estado natural; posteriormente se comprobó que un trozo de hierro podía adquirir esa propiedad, que se llamó: magnética, y al proceso: imantación. Los imanes no son otra cosa que trozos de óxido de hierro ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) o magnetita, como se le llamó al conocer sus propiedades.

Si se corta a un imán en varios trozos, se observa que todos ellos conservan las características magnéticas, por lo que se comprendió enseguida que el magnetismo estaba ligado a la estructura íntima de la materia. Luego, al comprobar que un pedazo de hierro podía adquirir magnetismo, por simple frotamiento con un imán, permitió deducir que tal propiedad estaba en estado latente en la sustancia, y que la imantación no era otra cosa que ponerla de manifiesto.

### § 55) Imanes.

Los imanes naturales presentan características muy irregulares, por lo que todas las experiencias se realizan con imanes

artificiales, que son barras de hierro imantadas. Los procedimientos de imantación serán vistos en su oportunidad.

La primera experiencia consiste en acercar un extremo de la barra imantada a un montón de limaduras de hierro, notándose que quedan adheridas una cantidad de ellas. Si se hace lo mismo con el otro extremo, también quedarán en él un montón de partículas, pero no pasa esto con la parte central de la barra. Quiere decir que introduciendo el imán en las limaduras, se notará que presenta, al sacarlo, el aspecto de la fig. 38.

Por tal motivo, se dice que las propiedades magnéticas se presentan en los extremos del imán, a los que se denomina: "*polos*" y no en la parte central o "*zona neutra*". Todo imán tiene, entonces, dos polos.

Si se suspenden dos imanes por la parte central mediante un hilo, y se los coloca próximos, se verá que según cuales extremos se acerquen, se atraen o se rechazan. Esto dice que los dos polos tienen distintas características, por lo que se les dió distinto nombre: sud a uno y norte al otro.

Al estar suspendido, un imán se orienta en una dirección bien definida, que es la que corresponde aproximadamente a un meridiano terrestre, es decir, que un polo señalará hacia el norte geográfico y el otro hacia el sud. Esto es debido a que el globo terrestre tiene propiedades magnéticas, y sus polos geográficos son también polos magnéticos del enorme imán que él constituye. Al polo del imán que señala el norte terrestre, se le hace corresponder la denominación: norte, y al otro la de: sud.

Una vez que tenemos el imán con sus polos señalados, veremos que la atracción o repulsión se opera cuando difieren o coinciden las polaridades, respectivamente. De modo que:

polos del mismo nombre se repelen

polos de distinto nombre se atraen

fácil de comprobar por vía experimental.

De resultas de estas consideraciones, vemos que el polo norte de la tierra, al atraer a los polos norte de los imanes, es, en realidad, el polo sud magnético del imán terrestre, y, viceversa, el polo sud geográfico, es el norte magnético. Lo lógico hubiera sido cambiar la designación ya sea a los polos de los imanes o a los de la tierra, pero la costumbre ha dejado ese estado de cosas, puramente convencional, de modo que hay que aceptar que



el polo geográfico es contrario al magnético que coincide con él en ubicación. En tal forma, los polos de la tierra atraen a los de los imanes de igual nombre.

Una aplicación inmediata de esto lo constituyen las brújulas, dispositivos que sirven para orientarse en cualquier parte de la superficie terrestre; son pequeños imanes, apoyados en un eje que les permite girar. Tienen indicado su polo norte, de modo que dicho extremo señala siempre el rumbo norte de la tierra. La brújula se utiliza también en numerosas experiencias de laboratorio, para comprobar la existencia de magnetismo en cualquier zona del espacio, lo que se evidencia cuando su aguja imantada cambia de posición. Está claro que si los polos que hay en la zona donde se coloca la brújula coinciden en dirección con los del meridiano terrestre, la brújula no se moverá.

Si se toma una barra de hierro imantada (imán artificial), y se la corta en trozos (ver fig. 39) aparecen en las caras del

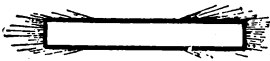


Fig. 38



Fig. 39

corte polos de signo contrario, de manera que cada trozo forma un nuevo imán.

## § 56) Masa magnética

Dijimos que todo agente físico admite ser agrupado en porciones o cantidades (§ 5). La materia que forma una sustancia representa una cantidad, que es la masa. Así también, la masa eléctrica era la cantidad de electricidad o cantidad de electrones.

El magnetismo también debe admitir el concepto de masa. Así, la cantidad de magnetismo que hay en una sustancia será la masa magnética de la misma. En los imanes, la masa aparece como concentrada en los polos, y en igual cantidad en ambos. La cantidad de magnetismo o masa magnética puede ser apreciada por los efectos que produce, pues si un polo magnético atrae a un corpúsculo de hierro con cierta fuerza, y otro polo lo atrae con fuerza mayor, es porque la masa magnética del segundo es mayor que la del primero.

La magnitud de las fuerzas que se ponen en juego está dada, igual que para la electricidad, por leyes perfectamente determi-

nadas. Veremos así desfilar conceptos muy similares a los estudiados en esa oportunidad (ver cap. II), pues gran parte de las leyes que rigen el campo eléctrico pueden ser extendidas al magnético.

### § 57) Campo magnético.

Una partícula de hierro puesta en las proximidades de un polo magnético, está sometida a una fuerza de atracción dirigida hacia el polo. Variando la posición de la partícula, siempre encontraremos aplicada a ella una fuerza. La región del espacio donde se manifiesta el efecto del polo se denomina campo magnético, en forma enteramente similar al campo eléctrico (§ 9).

Si colocamos próximas dos masas magnéticas (ver fig. 40), entre ellas se ejercerá una fuerza de atracción, si son polos de distinto nombre, y de repulsión si coinciden sus polaridades.

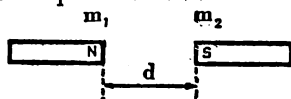


Fig. 40

El valor de esa fuerza depende de las masas magnéticas de los polos y de la distancia a que se hallen uno de otro. La dependencia está dada por la ley de Coulomb, que también rige las acciones de las cargas dentro de los campos eléctricos (§ 8):

$$F = \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

en la que  $m_1$  y  $m_2$  son los valores de las masas magnéticas y  $d$  es la distancia (cm). La fuerza se obtiene en dinas. Para reducirla a gramos se divide por 981.

De modo que la fuerza de atracción o repulsión entre dos masas magnéticas es proporcional al producto de las mismas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

De aquí podemos definir la unidad de masa magnética, puesto que si colocamos dos polos de igual masa a la distancia de un centímetro y se repelen o atraen con la fuerza de una dina, es porque sus masas valen uno. Resulta que la unidad de masa magnética es aquella que atrae o repele a otra igual, distante un centímetro, con la fuerza de una dina. Hay que convenir que

el campo magnético en el cual se considera sumergidas a las dos masas debe ser un medio indiferente al magnetismo, pues veremos que algunos materiales tienen influencia perturbadora (ver § 62). Puede suponerse que el campo se desarrolla en el aire.

### § 58) Líneas de fuerza.

Con el mismo criterio utilizado para describir el campo eléctrico (§ 10), imaginemos un corpúsculo de hierro dentro del campo magnético producido por un polo. Las fuerzas del campo obrarán sobre él, y será llevado hacia el polo. La trayectoria seguida por el corpúsculo es una línea, cuya configuración depende del campo, pues puede haber un solo polo a considerar, o varios. Esa línea es lo que se denomina: línea de fuerza.

Como en cualquier otro punto del campo que coloquemos el corpúsculo también será impelido por las fuerzas del campo, se entiende que habrá muchas de esas líneas imaginarias.

Convencionalmente se asigna un sentido a las líneas de fuerza, que es saliente para el polo norte y entrante para el sud. Esto coincide con la convención hecha para el campo eléctrico, en el que se las consideraba salientes para las cargas positivas (§ 10) y entrantes para las negativas.

Podemos entonces imaginar al campo magnético formado por una serie de líneas de fuerza que salen de los polos norte y se dirigen a los sud. El valor de la fuerza en cada punto está dado por la ley de Coulomb.

Sin embargo, conviene aclarar que, pese a la gran analogía, hay una diferencia marcada entre los campos eléctricos y magnéticos, y es que, mientras en el primero se puede conseguir una carga aislada de un solo signo, por ejemplo positiva, obtenida por influencia (§ 22), en el magnetismo es imposible. En efecto, vimos que un imán puede ser cortado en trozos, pero siempre se forman nuevos imanes, cada uno de los cuales tiene sus dos polos, norte y sud, y es imposible quitarle a uno de ellos sus propiedades magnéticas sin que desaparezcan al mismo tiempo en el otro.

Esta conclusión habla de una naturaleza distinta de electricidad y magnetismo, pues todo sucede como si las cargas eléctricas pudieran ser separadas perfectamente en grupos de dos signos distintos, y luego independizar los grupos, mientras que

las masas magnéticas, si bien se manifiestan separadas, no son independientes, pues la existencia de un polo norte implica, forzosamente, la de uno sud de igual masa.

Debido a estas consideraciones, la representación del campo magnético no será igual a la del eléctrico, pues en éste podíamos suponer cargas aisladas. Es común considerar, en el magnético, solamente la configuración del campo entre las dos masas polares de un mismo imán, que se puede ver en la figura 41. Nótese la similitud con el campo de dos cargas de signo opuesto, en el campo eléctrico (fig. 10).

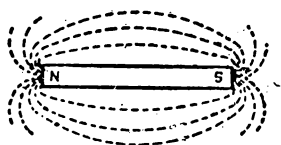


Fig. 41

Es fácil obtener una configuración visible del campo magnético, esparciendo limaduras de hierro sobre un papel y colocando debajo del mismo un imán. La limaduras se dispondrán siguiendo las líneas de la fig. 41.

### § 59) Intensidad de campo magnético.

La definición de intensidad de campo es la misma que se dió para el campo eléctrico (§ 11), pero substituyendo el agente: carga eléctrica por el: masa magnética.

En efecto, la intensidad del campo magnético en un punto del mismo, está dada por la fuerza que actúa sobre una masa magnética unitaria colocada en ese punto. De modo que si se tiene en un punto cualquiera del campo una masa unitaria, y sobre ella actúa la fuerza de una dina, diremos que en tal punto la intensidad del campo vale un Gauss (este es el nombre de la unidad de intensidad de campo). Si la fuerza es de 20 dinas, el campo tendrá una intensidad de 20 Gauss y así sucesivamente.

Para saber la intensidad de campo magnético que se produce a una distancia  $r$  de un polo de masa  $m$ , no tenemos más que suponer colocado a esta distancia otro polo de masa unitaria

( $m' = 1$ ) y aplicar la ley de Coulomb, donde el producto de las masas da:  $m$ . Se tiene:

$$H = \frac{m}{r^2}$$

De modo que en un punto distante  $r$  centímetros de un polo de masa magnética  $m$ , la intensidad de campo es proporcional a la masa e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

Se ve claro que la intensidad de campo decrece rápidamente al alejarnos del polo que produce el campo.

Utilizando la convención de Faraday, ya vista para el campo eléctrico (§ 15), podemos imaginar un cuadrado de un centímetro de lado, colocado perpendicularmente a las líneas de fuerza del campo. La cantidad de líneas que atraviesa esa superficie mide, numéricamente, la intensidad de campo. Así, si por el cuadrado pasan 20 líneas de fuerza, diremos que el campo tiene una intensidad de 20 Gauss; también puede decirse que dicho campo tiene 20 líneas por centímetro cuadrado, o, en general,  $H$  líneas por centímetro cuadrado.

Generalizando la expresión de la fuerza que actúa sobre una masa magnética colocada dentro del campo, podemos dar dicha fuerza en función de la intensidad de campo. En efecto, si  $H$  es la fuerza que actúa sobre una masa unitaria, sobre una masa  $m$  actuará una fuerza  $m$  veces mayor, es decir:

$$F = H m$$

dada en dinas.

Esta expresión coincide con la ley de Coulomb, pues basta substituir  $H$  por el valor equivalente, dado más arriba, para tener la expresión de dicha ley.

## § 60) Flujo magnético.

Para definir la intensidad de campo magnético, consideramos una superficie perpendicular a las líneas de fuerza, que tenía un centímetro cuadrado. Generalizando, si tomamos una superficie cualquiera  $S$ , se define el flujo magnético a través de la misma, como el producto de la intensidad de campo por el valor de  $S$ :

$$\Phi = H S$$

en cuya expresión, si se toma  $H$  en Gauss y  $S$  en  $\text{cm}^2$ , resulta el flujo en Maxwell.

Nótese la similitud de la expresión, con la dada para el campo eléctrico (§ 16). Podemos entonces extender las consideraciones hechas en esa oportunidad, e imaginar objetivamente al flujo magnético.

En efecto, ya que la intensidad de campo puede representarse por el número de líneas de fuerza que pasan por un centímetro cuadrado, el producto de ella por la superficie dará el número total de líneas de fuerza que atraviesa normalmente la superficie considerada.

Se obtiene así la visualización del flujo magnético, que estará dado, numéricamente, por la cantidad total de líneas de fuerza que pasan por la sección que se considera.

### § 61) Potencial magnético.

Extenderemos, también en este caso, las consideraciones hechas para el campo eléctrico (§ 17).

Definiremos el potencial en un punto del campo magnético, como la relación entre el valor de la masa magnética que produce el campo y la distancia del punto a ella:

$$P = \frac{m}{r}$$

donde hemos utilizado el símbolo P para el potencial magnético, a fin de no confundirlo con el potencial eléctrico.

De acuerdo también con las consideraciones citadas, se puede definir al potencial magnético en un punto del campo, como un trabajo gastado para llevar la masa magnética unitaria desde fuera del campo hasta el punto. La energía potencial acumulada en el punto, por haber sido llevada la masa unitaria desde una región donde no hay fuerzas hasta dentro del campo, a expensas de las fuerzas actuantes, representa el potencial de ese punto.

Del mismo modo, si se tienen dos puntos dentro del campo magnético, y uno de ellos tiene un potencial magnético  $P_1$  y el otro uno  $P_2$ , mayor que el anterior, la diferencia de potencial magnético entre esos puntos será igual a:

$$P = P_2 - P_1$$

en forma completamente similar a lo visto para el campo eléctrico. Esta diferencia de potencial equivale al trabajo que se

necesita gastar para llevar la masa magnética unitaria desde el punto que está a mayor potencial hasta el otro.

Podemos así imaginar fácilmente las superficies equipotenciales del campo magnético, con solo recordar lo dicho para el campo eléctrico (§ 18).

### § 62) Influencia de la materia contenida en el campo magnético.

Hemos supuesto que el campo magnético era toda la región del espacio influenciada por la presencia de polos magnéticos. En esa región puede haber o no alguna substancia. Según las características que presente la misma a los efectos de la influencia que produzca sobre el campo, se encuentran cuerpos de tres clases distintas, como veremos enseguida.

Supongamos que introducimos en un campo magnético tres trozos de substancias distintas, por ejemplo madera (1), hierro (2), y bismuto (3) (ver fig. 42). Si podemos observar la configuración del campo, es decir, el espectro magnético, mediante las limaduras de hierro diseminadas sobre el papel, veremos que las líneas de fuerza cambian sus direcciones en la forma ilustrada.

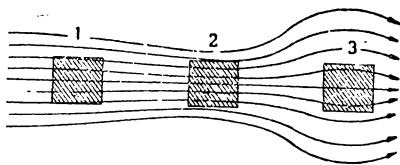


Fig. 42

Hay cuerpos que se comportan, en lo que atañe al paso de las líneas de fuerza, como el vacío, es decir que el campo no cambia de configuración por el hecho de hallarse ellas contenidas en él. Estas son las substancias no magnéticas (cuerpo 1 en la fig. 42).

Hay otras, que se comportan como si fueran más permeables a las líneas del campo, es decir, como si ofrecieran menor resistencia al paso de las líneas de fuerza que el aire, el vacío o cualquier material no magnético. Son los cuerpos paramagnéticos y ferromagnéticos (cuerpo 2 en la fig. 42).

Finalmente, tenemos las substancias que ofrecen impermeabilidad a las líneas del campo, es decir, que las hacen desviar, por tener las mismas un camino menos resistente en la zona vecina al cuerpo. Son las substancias diamagnéticas (cuerpo 3 en la fig. 42).

Vemos así tres clases de materiales que se comportan distintamente. En electricidad, solo teníamos dos clases: conductores y aisladores. Ahora tenemos, además de esas dos categorías, la de los indiferentes, que dejan pasar las líneas como si no estuvieran colocados en el campo.

Como ejemplo típico de cuerpos *no magnéticos*, tenemos el aire y gases, los líquidos, el cobre, el plomo, la madera, el papel, etcétera.

Entre los permeables a las líneas de fuerza, hemos hecho dos grupos: los *paramagnéticos*, que son muy poco permeables, pero algo más que los no magnéticos, como el estaño, el platino, el manganeso, el calcio, el potasio, etc. Los *ferromagnéticos*, en cambio, presentan características de permeabilidad notables, y encontramos entre ellos al hierro y todos sus derivados, el níquel, el cobalto, y las aleaciones de hierro con manganeso, con silicio, etc.

Los cuerpos *diamagnéticos* son los que se oponen al paso de las líneas de fuerza, es decir, que son menos permeables que el aire o el vacío. Como ejemplo típico tenemos el bismuto y el bronce.

### § 63) Inducción magnética.

El hecho de introducir una substancia en el campo magnético no interrumpe la continuidad de las líneas de fuerza; ellas existen también dentro de la substancia, pero sabemos que pueden cambiar de configuración según la clase de material.

En un imán, las líneas de fuerza que salen de su polo norte (ver fig. 41) llegan al sud, pero no pueden interrumpirse, sino que siguen su recorrido llegando nuevamente al norte, por el interior del imán. Tenemos así una diferencia con el campo eléctrico, pues en él las líneas salían de las cargas positivas y llegaban a las negativas, consecuencia de poder disponer de cargas aisladas de un solo signo.



En los imanes, no podemos obtener polos aislados de un solo nombre, de manera que siempre se presentan de a pares, un norte con un sud. Las líneas de fuerza son cerradas, siguiendo un recorrido continuo por dentro y por fuera del imán.

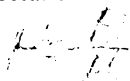
En cualquier substancia colocada en un campo magnético encontraremos líneas de fuerza, que pasarán por ella para seguir su recorrido cerrado.

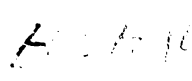
La intensidad de campo magnético se define en base al campo mismo, y no a la substancia introducida. Dentro de la substancia podemos imaginar la superficie elemental de un centímetro cuadrado y contar la cantidad de líneas que la atraviesa. Puede ser igual, mayor o menor que el número que mide la intensidad de campo, o número de líneas por centímetro cuadrado si no estuviera la substancia.

Se llama *inducción magnética*, a ese número, o sea a la cantidad de líneas de fuerza que pasan por un centímetro cuadrado, normal a las mismas. Es evidente que la inducción magnética será igual a la intensidad del campo, si la substancia es indiferente (no magnética).

De modo que el número de líneas de fuerza que pasan por un  $\text{cm}^2$ , colocado perpendicularmente a las mismas, mide la intensidad del campo magnético. Si en esa zona del campo introducimos una substancia cualquiera, en ella se inducen líneas de fuerza, es decir, pasan por ella, y el número de líneas que atraviesan el mismo centímetro cuadrado, mide la inducción magnética en esa zona.

Entre la inducción magnética y la intensidad de campo hay una relación, que califica la mayor o menor facilidad que ofrece la substancia al paso de las líneas de fuerza. Tal relación es:



$$\mu = \frac{B}{H}$$


donde  $B$  es la inducción magnética.  $\mu$  se denomina: "*permeabilidad magnética*" del material y representa el número de veces que el cuerpo es más conductor magnético que el vacío o el aire. En realidad todos los cuerpos no magnéticos tienen permeabilidad unitaria.

De acuerdo con esto, podemos dar una nueva definición de los distintos cuerpos, según su comportamiento al pasaje de las líneas del campo.

En efecto, para los paramagnéticos y ferromagnéticos,  $B$  debe ser mayor que  $H$ , y para los diamagnéticos, a la inversa, de manera que se tiene:

cuerpos no magnéticos .....  $\mu = 1$

cuerpos paramagnéticos y ferromagnéticos  $\mu > 1$

cuerpos diamagnéticos .....  $\mu < 1$

Si bien es cierto que para los cuerpos paramagnéticos, la permeabilidad será poco mayor que la unidad.

De acuerdo con lo que antecede, el flujo magnético a través de un cuerpo colocado dentro del campo, estará dado por la cantidad total de líneas de fuerza que lo atraviesa. Si la sección transversal del cuerpo es  $S$ , el flujo será:

$$\Phi = BS = H\mu S$$

puesto que la inducción es igual al producto de la intensidad de campo por la permeabilidad magnética del material. Resulta  $\Phi$  en Maxwell;  $B$  y  $H$  en Gauss;  $S$  en  $\text{cm}^2$ .

#### § 64) Saturación magnética.

En las substancias no magnéticas y paramagnéticas, en las que la permeabilidad vale uno o poco más de uno, respectivamente, las líneas de fuerza pasan por ella en cualquier número, según la intensidad del campo en que se hallan sumergidas. Se dice entonces que la permeabilidad de las mismas es constante.

No sucede lo mismo con los cuerpos ferromagnéticos, que presentan una diferencia bien marcada, atribuida a la distinta configuración atómica de tales cuerpos. Se supone que los corpúsculos elementales de estas substancias tienen propiedades magnéticas propias, es decir, que se los puede imaginar formados por una multitud de minúsculos imancillos, dispuestos desordenadamente en la masa del cuerpo. Por esa distribución caprichosa, no se manifiesta propiedad magnética exterior ninguna, pero si introducimos al cuerpo en un campo magnético, los imancillos serán orientados en el sentido de las fuerzas del campo, es decir, que tomarán todos la dirección norte-sud.

Si el campo es débil, algunos imanes elementales comienzan a orientarse. Si el campo es más fuerte, será mayor la cantidad que se dispone en el sentido indicado. Pero si aumenta mucho la intensidad de campo, todos los imancillos quedan ya orientados, y aunque se aumente más la intensidad no se logrará ningún efecto adicional, puesto que ya se había conseguido la orientación total. En tal estado se dice que el cuerpo está *saturado*.

Es fácil comprender que la inducción magnética en el cuerpo ferromagnético, es decir, la cantidad de líneas de fuerza que se inducen en él, dependerá del estado interno del mismo. A medida que se va produciendo la orientación de sus corpúsculos, van quedando menos en posiciones desordenadas, y en el estado de saturación, el cuerpo se comportará como si fuera no-magnético.

Quiere decir que la permeabilidad magnética del cuerpo será mayor cuando el campo es débil, disminuirá a medida que crece el campo, y llegará a valer la unidad cuando se produce la saturación. Estos cuerpos no tienen, entonces, permeabilidad constante, sino que la misma depende de la intensidad del campo en el que se los coloca.

Posteriormente, en el estudio de los circuitos magnéticos (§ 74) volveremos sobre esto, para mostrar la forma de la variación de la permeabilidad magnética.

## § 65) Desmagnetización de los imanes.

Los imanes artificiales o barras de hierro imantadas, pierden sus propiedades magnéticas por diversas causas. Una de ellas es el tiempo, puesto que no conservan indefinidamente la imantación original.

Otra causa de desmagnetización es la temperatura. Al calentar un imán, se puede llegar a una temperatura llamada "crítica", para la cual pierde por completo su magnetización. Para el hierro, esa temperatura, denominada también "de Curie", es  $753^{\circ}\text{C}$  y para el níquel,  $376^{\circ}\text{C}$ . Esto explica porqué no se puede des-templar o templar un imán después de imantado, pues habría que llegar a la temperatura crítica.

Puede disminuirse la acción del tiempo, si se coloca una barra de hierro dulce que apoye en los dos polos de un imán, si éste es de forma de herradura, o tomando dos de ellos y colocando dos barras de hierro, si son de forma de barra (ver fig. 43).

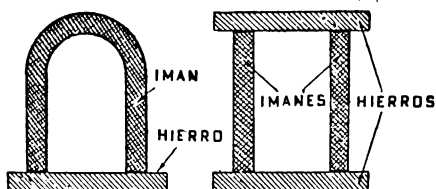


Fig. 43

Finalmente, podemos citar como causa de desimantación, una que se utiliza también para imantar barras de hierro. Es la de introducir el imán en un campo magnético que tenga sentido contrario al del imán. Si las líneas de fuerza del campo van de izquierda a derecha, por ejemplo, se coloca el imán con el norte a la izquierda y el sud a la derecha, con lo que se anulará su campo magnético. Si el campo supera en intensidad a la del imán, la barra quedará imantada con polaridad contraria a la que tenía antes de introducirla en el campo. Para anular la imantación se debe tener equilibrio entre el campo actuante y el del imán.

Este procedimiento se utiliza para producir imanes artificiales, colocando barras de hierro dentro de campos magnéticos intensos, producidos, como se verá más adelante, por medio de la electricidad. Al sacar la barra de hierro, quedará imantada.

## CAPITULO IX

### ELECTROMAGNETISMO

#### § 66) Campo magnético producido por una corriente eléctrica.

Oersted fué el primero en observar que en el entorno de los conductores circulares recorridos por corrientes eléctricas, se operaban fenómenos magnéticos. En efecto, si se coloca una brújula (ver fig. 44) en las proximidades de un conductor por el que circula una corriente, se notará que el polo norte de la aguja sufre una desviación con el sentido indicado en la figura.

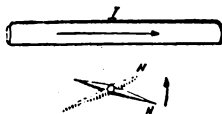


Fig. 44

Para ello es necesario que actúe sobre el imán de la brújula un polo magnético. El sentido de la desviación cambia si colocamos la brújula debajo o encima del conductor, en la siguiente forma: Partiendo de una posición superior, y manteniendo todo el tiempo a la brújula horizontal, la movemos siguiendo un círculo, cuyo centro coincide con el conductor mismo. Considerando un plano horizontal que contiene al conductor, para el semicírculo superior a dicho plano se mantiene la desviación del polo norte, y para el semicírculo inferior cambia de sentido. Para que esto sea posible, se debe tener un campo magnético cuyas líneas de fuerza sean concéntricas con el conductor.

De la observación de la desviación, se deduce que en torno al conductor se forma un campo magnético cuyas líneas están en planos perpendiculares al conductor, y son cerradas, de forma cir-

cular. El sentido de las mismas es tal, que girando un sacacorchos (ver fig. 45), de forma que avance con la corriente, su rotación da la de las líneas de fuerza. En la figura 45 hemos indicado ese sentido.

Si se coloca una masa magnética norte en un punto cerca del conductor, ella será desplazada siguiendo el sentido de las líneas de fuerza del campo. Así se explica la desviación del polo norte de la brújula, que cambiaba según estuviera encima o debajo del conductor.

### § 67) Ley de Biot y Savart.

El campo magnético producido por la corriente tiene una intensidad que depende del valor de la misma, puesto que si imaginamos que no circula corriente alguna, no habrá campo magnético y si va creciendo paulatinamente, también crecerá la intensidad de campo.

De modo que la intensidad del campo en un punto tal como el A (ver fig. 46), será directamente proporcional a la intensi-

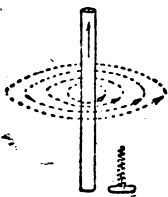


Fig. 45

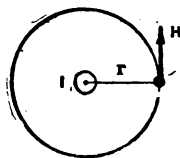


Fig. 46

dad de la corriente. Biot y Savart dedujeron, además, que dicho campo tiene una intensidad que varía en forma inversamente proporcional a la distancia al conductor.

De modo, pues, que en un punto que dista  $r$  cm. del conductor recorrido por la corriente  $I$ , la intensidad del campo magnético será:

$$H = \frac{2I}{r}$$

siendo 2 el factor de proporcionalidad si la intensidad de corriente está dada en la unidad electromagnética, que es el Weber. Como

se utiliza poco en la técnica, posteriormente haremos la reducción correspondiente para poder expresarla en Amper, puesto que:

$$1 \text{ Weber} = 10 \text{ Amper}$$

Como, por definición, la intensidad de campo magnético es la fuerza que actúa sobre una masa unitaria colocada en el punto considerado, si en el punto A (fig. 46) hay una masa magnética unitaria, sobre ella actuará una fuerza de  $H$  dinas, si  $H$  está dada por la expresión anterior.

### § 68) Fuerza magneto-motriz.

Hemos definido al potencial magnético (§ 61) como el trabajo gastado para llevar una masa magnética unitaria desde fuera del campo hasta el punto. Veamos ahora un concepto que tiene cierta analogía con aquél.

Si colocamos una masa magnética unitaria en el punto A (figura 46), será impulsada por las fuerzas del campo a seguir el recorrido de las líneas de fuerza, por lo que describirá un círculo concéntrico con el conductor. Como sobre esa masa actúa una fuerza, podemos calcular el trabajo que se ha invertido en dar la vuelta completa, haciendo el producto de la fuerza por el camino recorrido:

$$T = F 2 \pi r$$

pero la fuerza actuante en A, no es otra cosa que la intensidad del campo en ese punto, cuyo valor está dado por la expresión de Biot y Savart; se tiene:

$$T = \frac{2 I}{r} 2 \pi r = 4 \pi I$$

que representa el trabajo invertido para llevar la masa magnética unitaria, dando una vuelta alrededor del conductor. Tal trabajo se llama: *Fuerza magneto-motriz*, y tiene una analogía marcada con la fuerza electro-motriz de los círculos eléctricos, pues representa una cierta diferencia de potencial magnético. En efecto, el transporte de una masa unitaria venciendo las fuerzas del campo, entre dos puntos, no es otra cosa que la diferencia de potencial magnético entre esos puntos (§ 61).

### § 69) Solenoide.

Si se arrolla un conductor sobre una forma cilíndrica, se obtiene una bobina o "*solenoide*" como el representado en la figura 47. Veamos qué sucede si se hace pasar una corriente eléctrica por dicho conductor.

En torno al conductor se forma un campo magnético, cuyas líneas de fuerza son círculos concéntricos con el conductor, según se ha visto (§ 66). Como las espiras del solenoide están muy próximas entre sí, las líneas más cercanas al conductor conser-

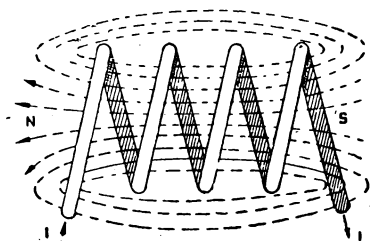


Fig. 47

varán la forma circular, pero las más alejadas se combinan con las de otras espiras, formando líneas únicas, que se cierran abarcando todo el largo de la bobina. En el interior del solenoide se puede considerar al campo magnético como formado por líneas paralelas al eje del mismo, que se cierran por la parte exterior (ver fig. 47).

Puede asimilarse entonces el solenoide a un imán, por la similitud que presenta el campo magnético que se forma en ambos (§ 58). Veamos cómo se determina el sentido del campo magnético obtenido.

Aplicando la *regla del tirabuzón* a cada espira, veremos que las líneas se dirigen de derecha a izquierda, en la fig. 47. Tenemos entonces el polo norte a la izquierda y el sud a la derecha.

Prácticamente, se aplica la regla del tirabuzón directamente, haciendo girar al mismo de forma que se mueva en la dirección del eje de la bobina. La manija del tirabuzón debe girar en el mismo sentido que la corriente recorre las espiras, y el extremo por el que sale en su avance es el polo norte del solenoide. En el caso de la figura 47, por ejemplo, si se coloca el tirabuzón a la derecha de la figura, se lo debe hacer girar en el sentido



de las agujas de un reloj, y vemos que avanza hacia la izquierda, por lo que el polo norte estará en el extremo izquierdo de la bobina. Lo mismo se hubiera obtenido si se coloca el tirabuzón en el otro extremo, como es fácil comprobar.

### § 70) Intensidad del campo en el interior del solenoide.

Supongamos una bobina de longitud  $l$  grande con respecto a la sección transversal. En el extremo sud de la misma colocamos una masa magnética unitaria, en el punto A (ver fig. 48). Esa masa estará sometida a las fuerzas del campo, y si la imagi-

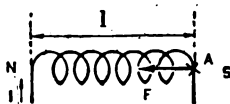


Fig. 48

namos trasladada al otro extremo de la bobina, se habrá invertido un trabajo dado por el producto de la fuerza actuante y la distancia recorrida.

c La fuerza que actúa sobre una carga unitaria colocada en un punto del campo, es igual a la intensidad del campo en ese punto, de modo que el trabajo citado será:

$$T = H l$$

Por otra parte, sabemos que ese trabajo representa la fuerza magneto-motriz (§ 68), y cuyo valor conocemos para el campo formado por un conductor único. En el caso presente, podemos suponer que se trata de tantos conductores como espiras tenga la bobina, de manera que la fuerza magneto-motriz será  $n$  veces mayor, si la bobina tiene  $n$  espiras. Como el valor de la f.m.m. para un conductor era:  $4 \pi I$ , para una bobina de  $n$  espiras será:

$$T = 4 \pi n I$$

que hemos igualado al trabajo, puesto que son iguales, por definición.

Tenemos dos expresiones que nos dan el trabajo gastado para llevar una masa magnética unitaria desde un extremo de la bobina hasta el otro. Podemos igualarlas:

$$H l = 4 \pi n I$$

recordando que la intensidad de corriente estaba expresada en la unidad electromagnética, el Weber. Dividimos por 10 para poderla tomar en Amper, y despejamos de la igualdad anterior el valor de H:

$$H = \frac{0,4 \pi n I}{l}$$

obteniendo la expresión de la intensidad de campo en el interior del solenoide, en función de la intensidad de corriente que lo recorre, el número de espiras y su longitud. H resulta en Gauss, o líneas por cm<sup>2</sup> si se toma I en Amper y l en cm.

Debemos resaltar que el valor de la intensidad de campo obtenido no es rigurosamente exacta, primero porque hemos supuesto que la f.m.m. de n espiras era directamente n veces mayor que la de un conductor único, y segundo porque dicha intensidad no es constante en todos los puntos del interior de la bobina. H es mayor en los puntos del eje, y particularmente en la parte central, que equidista de los extremos. En estos últimos, la intensidad de campo decrece hasta casi la mitad del valor anterior.

En la práctica, para bobinas de longitud importante con respecto a la sección transversal, la intensidad de campo tiene un valor dado aproximadamente por la fórmula propuesta, de modo que se la utiliza generalmente con buenos resultados.

#### Ejemplo.

¿Cuál será la intensidad del campo magnético producido en el interior de una bobina de 200 espiras, que abarca una longitud de 20 centímetros, si el conductor que la forma está recorrido por una corriente de 5 Amper?

#### Solución

Aplicando la expresión de la intensidad de campo en el interior de un solenoide, se tiene:

$$H = \frac{0,4 \pi n I}{l} = \frac{0,4 \times 3,14 \times 200 \times 5}{20} = 62,8 \text{ Gauss}$$

O sea que el campo magnético tiene 62,8 líneas por centímetro cuadrado.

### § 71) Solenoide con núcleo de hierro.

Si se coloca dentro de la bobina un trozo de hierro o material ferromagnético, sabemos (§ 62) que se producirá un incremento de la intensidad del campo en dicho material, es decir

que la inducción magnética en el hierro será mayor que la intensidad de campo, si él no estuviera.

El aumento de la cantidad de líneas de fuerza está dado por la permeabilidad magnética del núcleo, de modo que el valor de la inducción será:

$$B = H \mu$$

de acuerdo con la definición de inducción (§ 63).

Esta es la razón por la cual, en la práctica, se construyen las bobinas con núcleo de hierro, a fin de obtener campos magnéticos intensos. El mismo resultado se obtendrá si aumentamos la intensidad de corriente eléctrica o el número de espiras, de acuerdo con la expresión que da la intensidad de campo magnético, pero no es una solución económica, porque colocando el núcleo de hierro se consigue una inducción magnética de valor muchas veces superior a la intensidad de campo producida por la bobina. Para justificar esta afirmación, obsérvese el valor de la permeabilidad magnética, dado en la tabla de la página 147.

## § 72) Ley de Hopkinson.

Supongamos una bobina formada por un conductor arrollado sobre un núcleo de hierro, que ocupa todo el interior de la misma, es decir, tiene igual longitud y sección transversal que la bobina misma (ver fig. 49).

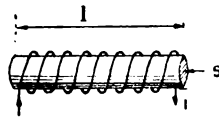


Fig. 49

Determinaremos al valor del flujo magnético total que atraviesa longitudinalmente al núcleo, en base a las consideraciones anteriores. Por de pronto, el flujo magnético está dado por (§ 60):

$$\Phi = H \mu S$$

de modo que substituyendo el valor de la intensidad de campo magnético en el interior de la bobina, se tiene:

$$\Phi = \frac{0,4 \pi n I}{l} \mu S$$

que da el flujo magnético o cantidad total de líneas de fuerza que pasan por el núcleo de la bobina. El flujo resulta expresado en Maxwell, si se toma  $I$  en Amper,  $l$  en cm,  $S$  en  $\text{cm}^2$ .

Hopkinson dió a la expresión del flujo otra forma, a fin de poner en evidencia la similitud de los circuitos magnéticos con los eléctricos. Para ello basta escribirla así:

$$\Phi = \frac{0,4 \pi n I}{\frac{l}{\mu S}}$$

y se notará que el numerador no es más que la fuerza magnetomotriz (§ 70) dada para un solenoide de  $n$  espiras.

El denominador tiene una marcada analogía con la expresión de la resistencia eléctrica de los conductores (§ 35), en la que, en vez de figurar la resistividad, se coloque su inversa, la conductibilidad eléctrica. La permeabilidad magnética juega, en los circuitos magnéticos, el rol de la resistencia en los eléctricos. Por estas razones, se llamó al denominador de la expresión de Hopkinson: "*reluctancia magnética*" y equivale a la resistencia de los circuitos eléctricos.

Tenemos, entonces, que el cociente de la fuerza magnetomotriz y la reluctancia magnética da el flujo magnético. La ley de Hopkinson es entonces el símil magnético de la ley de Ohm. La f.m.m. substituye a la fuerza electro-motriz: la reluctancia substituye a la resistencia y el flujo a la intensidad de corriente. Puede así suponerse al flujo como una corriente magnética, que recorre los núcleos de las bobinas como la corriente eléctrica recorre los conductores, pero no conviene llevar demasiado lejos esta analogía.

Las unidades son las siguientes:

La fuerza magnetomotriz, dada por el numerador de la expresión de Hopkinson, se mide en Gilbert, La reluctancia mag-

nética, que es el denominador de la misma fórmula, se expresa en Oersted. El flujo magnético, ya sabemos que se toma en Maxwell.

### § 73) Agrupamiento de reluctancias magnéticas.

Los circuitos magnéticos suelen estar formados por trozos de distintos materiales, de tamaño y forma diversas. También puede encontrarse que las líneas de fuerza recorren a esos materiales en forma sucesiva o conjunta. El caso puede compararse a los circuitos eléctricos, en los que se tenían varias resistencias acopladas en serie o en paralelo (§ 38).

Se habla entonces de agrupamiento de reluctancias magnéticas, y particularmente, de agrupamiento en serie o en paralelo, según las líneas recorran a los distintos trozos de material sucesivamente (en serie), o conjuntamente (en paralelo).

La resolución de los problemas se hace en forma similar a los de los circuitos eléctricos, puesto que hemos visto la analogía que se cumple, y que emana implícitamente de la ley de Hopkinson. Tendremos, así, las dos soluciones siguientes:

**AGRUPAMIENTO EN SERIE:** Supongamos el caso de la figura 50, en el que el circuito magnético está formado por varios trozos de distintos materiales, con longitudes, secciones transver-

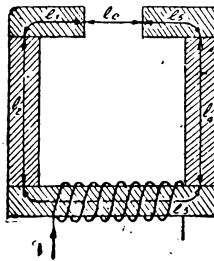


Fig. 50

sales y permeabilidades magnéticas conocidas. Hay que hacer notar que la longitud a considerar en cada trozo no es siempre la geométrica, sino la de recorrido de la línea de fuerza media, tal como se ha indicado en la figura. Además, sabemos que la permeabilidad magnética no es constante para los materiales ferromagnéticos, sino que depende de la intensidad de campo en que estén sumergidos (§ 64). Por tal motivo, los valores de la per-

meabilidad se deben obtener de la tabla, en base a dicha intensidad.

La reluctancia magnética total, o sea la dificultad que oponen los trozos de cada material colocado en el camino de las líneas de fuerza al recorrido de las mismas, será igual a la suma de la reluctancia de cada trozo, es decir:

$$\mathcal{R} = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_3}{\mu_3 S_3} + \frac{l_4}{\mu_4 S_4} + \frac{l_5}{\mu_5 S_5} + \frac{l_6}{S_e}$$

donde  $\mathcal{R}$  es la reluctancia magnética total, y las longitudes de cada trozo se toman en cm; las secciones transversales en  $\text{cm}^2$  y las permeabilidades son las correspondientes al valor de la intensidad de campo magnético producido por la bobina. Nótese que el último término carece de permeabilidad magnética, por tratarse del entrehierro, como se llama al espacio de aire comprendido entre dos partes de hierro del circuito. Sabemos que la permeabilidad del aire vale la unidad, por lo que se la ha omitido. Es común utilizar los subíndices: e, para el entrehierro.

**AGRUPAMIENTO EN PARALELO:** Supongamos que el núcleo de una bobina está formado por varios trozos superpuestos de distintos materiales, con diferentes secciones (ver fig. 51). Se trata de un acoplamiento en paralelo de reluctancias, pues las líneas

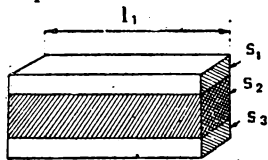


Fig. 51

de fuerza las recorren conjuntamente. Por analogía con el caso de resistencias eléctricas en paralelo, diremos que se cumple, que la inversa de la reluctancia magnética total, es igual a la suma de las inversas de las reluctancias parciales, es decir que:

$$\frac{1}{\mathcal{R}_t} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} + \frac{1}{\mathcal{R}_3}$$

Podemos ahora substituir las reluctancias parciales por sus respectivas expresiones, obteniéndose:

$$\frac{1}{\mathcal{R}_t} = \frac{\mu_1 S_1}{l_1} + \frac{\mu_2 S_2}{l_2} + \frac{\mu_3 S_3}{l_3}$$

donde las longitudes se toman en cm; las secciones transversales en  $\text{cm}^2$  y las permeabilidades son función de la intensidad de campo magnético en que se halla sumergido el núcleo. La reluctancia total se obtiene en Oersted, previa inversión del resultado de la sumatoria.

#### § 74) Curvas de imantación.

Se ha visto que la inducción magnética, o cantidad de líneas de fuerza por  $\text{cm}^2$  de sección transversal en el núcleo, no tiene una dependencia directa con la intensidad del campo magnético en que se coloca a dicho núcleo (§ 64). La saturación hace que la inducción no crezca en la misma proporción en que se hace crecer a la intensidad de campo.

Supongamos que hacemos una instalación como la de la figura 52, con una bobina arrollada sobre un núcleo de hierro, y cuyo circuito eléctrico incluye una resistencia variable que permite regular la intensidad de corriente.

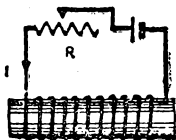


Fig. 52

La intensidad del campo magnético en el interior del solenoide, es directamente proporcional a la intensidad de corriente que recorre la bobina (§ 70), pues las demás magnitudes que intervienen en la expresión conocida son constantes para una bobina dada. Quiere decir que, variando la intensidad de corriente, provocamos una variación proporcional de la intensidad del campo magnético.

En el núcleo tendremos una inducción magnética, que suponemos se pueda medir (veremos oportunamente que tal medición es posible). Se toman distintos valores de la intensidad de campo, partiendo desde cero hacia las densidades magnéticas crecientes y se determinan los sucesivos valores correspondientes de la inducción magnética en el núcleo de hierro.

Haciendo un gráfico con los pares de valores, se obtiene una curva como la de la fig. 53, que se denomina: "*curva virgen de imantación*". Se nota que, al principio, la inducción crece casi linealmente con la intensidad de campo magnético, pero luego comienza a tener influencia la saturación del núcleo y finalmente, por más que se aumente la corriente en la bobina, es decir, por más que crezca la intensidad de campo, no se tienen apreciables aumentos de la inducción magnética.

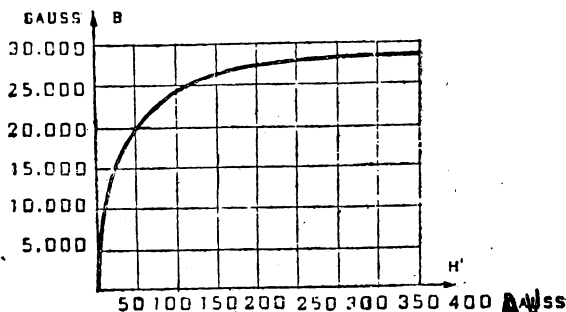


Fig. 53

Como sabemos que el cociente entre la inducción y la intensidad de campo da la permeabilidad magnética (§ 63), se puede hacer ese cociente para cada par de valores y obtener una curva que de los valores de la permeabilidad en función de la intensidad de campo. Es el gráfico de la fig. 54, en el que se nota

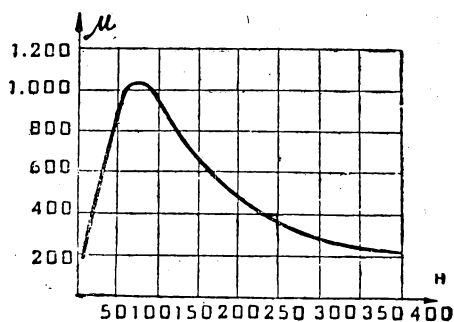


Fig. 54

que el valor de la permeabilidad crece hasta un máximo para decrecer paulatinamente luego, debido a los efectos de la saturación magnética del núcleo.

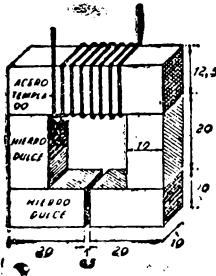


Cualquiera de las dos curvas presta utilidad para resolver los problemas prácticos referentes a núcleos de hierro, los que no tienen una permeabilidad constante. Damos a continuación una tabla con los valores mas comunes de la inducción y la permeabilidad magnética de distintos materiales empleados en la práctica.

Int. de campo magnético H	Hierro dulce		Hierro forjado		Acero dulce		Acero templado		Fundición	
	B	$\mu$	B	$\mu$	B	$\mu$	B	$\mu$	B	$\mu$
2,5	10.500	4.200	6.000	2.400	9.300	3.720	112	45	235	94
5	12.900	2.580	10.000	2.000	12.150	2.430	240	48	570	114
10	14.600	1.460	12.430	1.243	14.100	1.410	500	50	1.960	196
20	15.700	785	14.260	713	15.450	775	1.120	56	4.700	235
50	16.900	340	15.920	320	16.830	335	4.280	86	7.520	150
100	17.930	179	16.900	169	17.980	180	9.820	98	9.320	93
150	18.700	125	17.450	116	18.750	125	11.670	78	10.500	70
200	19.400	97	18.000	90	19.509	97	12.900	64	11.430	57
300	20.200	67	18.670	62	20.400	68	14.320	48	12.550	42
500	21.200	42	20.000	40	21.450	43	15.400	30	13.900	28

### Ejemplo.

Calcular el número de Amper-vueltas necesarios para producir en el entrehierro del núcleo del croquis, un flujo magnético de 1.000.000 de Maxwell.



### Solución

La sección transversal del entre-hierro es de 100 cm<sup>2</sup>, luego, la inducción magnética será:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1000000}{100} = 10000 \text{ líneas/cm}^2$$

La inducción magnética en las ramas del núcleo que son de hierro dulce, se calcula en la misma forma, y como la sección transversal es también de 100 cm<sup>2</sup>:

$$B = \frac{1000000}{100} = 10000 \text{ líneas/cm}^2$$

En la rama de acero templado, la inducción será:

$$B = \frac{1000000}{125} = 8000 \text{ líneas/cm}^2$$

Con estos valores de la inducción se entra en las tablas dadas más arriba, para encontrar el valor de la permeabilidad magnética en cada rama

Para el hierro dulce, encontramos que a una inducción de 10000 corresponde una permeabilidad de 4000 obtenida por proporción. Para el acero templado, hay dos valores entre los cuales está comprendido el que interesa:

para  $B = 4280$  .....  $\mu = 86$

„  $B = 9820$  .....  $\mu = 98$

es decir que, cuando la inducción crece en 5540 líneas, la permeabilidad crece en 12 unidades. Por proporción, se obtiene:

a aumento de  $B$  5540 corresponde aumento de 12

„ „ „ „ 1 „ „ „  $\frac{12}{5540}$

„ „ „ „  $8000 - 4280 = 3720$  „ „ „  $\frac{12 \times 3720}{5540} = 8$

luego, la permeabilidad del acero templado, para inducción de 8000 líneas es:

$$86 + 8 = 94$$

Para poder calcular la reluctancia magnética total del núcleo, hay que determinar las longitudes de las líneas de fuerza medias:

entrehierro .....  $l_c = 0,05$  cm

ramas de  $h^o$  dulce .....  $l = 20$  cm

rama de acero .....  $l = 40,5 - 10 + 12,5 = 43$  cm

Ahora se determina la reluctancia magnética total del núcleo, aplicando la expresión válida para acoplamiento de reluctancias en serie (§ 73):

$$\mathcal{R} = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_3}{\mu_3 S_3} \dots$$

que en nuestro ejemplo se reemplaza por los valores numéricos respectivos:

$$\begin{aligned} \mathcal{R} &= \frac{20}{4200 \times 100} + \frac{20}{4200 \times 100} + \frac{43}{94 \times 125} + \frac{20}{4200 \times 100} + \\ &+ \frac{20}{4200 \times 100} + \frac{0,5}{100} = \frac{43}{11750} + \frac{4 \times 20}{42000} + \frac{0,5}{100} = \\ &= 0,00019 + 0,0036 + 0,005 = \mathcal{R} = 0,00879. \end{aligned}$$

$$\mathcal{R} = 0,00879 \text{ Oersted}$$

De la ley de Hopkinson se deduce el número de amper vueltas, por simple transposición de términos:

$$nI = \frac{\Phi}{0,4 \pi} \sum \frac{\mu S}{l} = 0,8 \Phi \mathcal{R}$$

con lo que, reemplazando valores, se tiene:

$$nI = 0,8 \times 1000000 \times 0,0088 = \sim 7000 \text{ Av}$$

### § 75) Histéresis.

Realicemos nuevamente el montaje de la figura 52, para tener variaciones de la intensidad del campo magnético, produciéndolas regulando la corriente con la resistencia variable, pero incluyamos un dispositivo para invertir el sentido de circulación de esa corriente. Sabemos que el sentido de las líneas de fuerza del campo depende del sentido de la corriente (§ 69), de modo que al invertir ésta, se invertirá también el sentido del campo, y, por ende, la inducción en el núcleo de hierro.

Si se llevan a un gráfico los valores de la inducción y la intensidad de campo, para valores crecientes de esta última, se obtiene la curva virgen de imantación, OS de la fig. 55, similar a la de la figura 53.

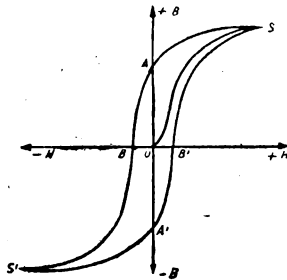


Fig. 55

Si llegado al punto S, se hace disminuir la intensidad de corriente en la bobina, decrecerán la intensidad de campo y la inducción, pero no se obtendrán los mismos valores que para la curva inicial, sino que la inducción se mantendrá siempre por encima de la curva virgen, según la curva SA. De modo que, anulándose la intensidad de corriente, es decir, cuando ya no existe el campo magnético en la bobina, persiste un valor de la inducción, esto es, el núcleo queda magnetizado con un valor OA, llamado: *magnetismo remanente*.

Esto explica la producción de imanes artificiales, con trozos de hierro que se colocan dentro de campos magnéticos. Al retirarlos, quedan imantados.

Si se invierte ahora el sentido de la corriente, el campo cambia de sentido, y se tienen valores hacia el otro lado del eje vertical. Para un cierto valor del campo, la inducción se anula. Ese valor de la intensidad de campo,  $OB$ , se llama: *fuerza coercitiva*.

Si se sigue aumentando en el nuevo sentido la intensidad de campo, se llega al punto  $S'$  que es simétrico al  $S$ , y que también es el punto de saturación del núcleo.

Disminuyendo ahora el valor de la corriente, se llega al punto  $A'$ , simétrico del  $A$ , que da el valor del magnetismo remanente  $OA'$ , igual al  $OA$ ; la fuerza coercitiva  $OB'$  y llegando finalmente al punto  $S$ , después de describir una figura cerrada, llamada: "*ciclo de histéresis*".

La superficie encerrada por el ciclo de histéresis representa un cierto trabajo de imantación, directamente proporcional a aquella, que se transforma en calor. Los núcleos de las bobinas sometidas a campos magnéticos variables sufren el fenómeno descrito, por lo que experimentarán una elevación de temperatura, que debe preverse en los cálculos técnicos.

Steinmetz da una fórmula empírica para calcular las pérdidas por histéresis, referidas a un Kilogramo de núcleo:

$$W = \eta f B^{1.6}$$

donde la potencia de pérdidas está dada en Watt;  $f$  es el número de ciclos cumplidos en un segundo;  $B$  es la inducción máxima a que se llega y  $\eta$  un coeficiente numérico, cuyo valor para los materiales comunes es:

Chapas de acero dulce .....	$2,7 \times 10^{-8}$
Chapas de acero dulce con 2% silicio ..	$1,5 \times 10^{-8}$
Chapas de acero dulce con 4% silicio ..	$1,0 \times 10^{-8}$

#### Ejemplo.

Determinar las pérdidas por histéresis, por kilogramo de chapas de hierro dulce, sometidas a una inducción magnética de 10000 Gauss, si el número de ciclos cumplidos por segundo es igual a 50.

El coeficiente de pérdidas, para el hierro dulce, vale  $2,7 \times 10^{-8}$

Aplicando la fórmula vista, se tiene:

$$W = \eta f B^{1.6} = 2,7 \times 10^{-8} \times 50 \times 10000^{1.6} =$$

$$W = 2,7 \times 50 \times 2,5 \times 10^{-2} = 3,37 \text{ W}$$

### § 76) Electroimanes.

Aprovechando las fuerzas actuantes en un campo magnético, se construyen dispositivos capaces de levantar pesos, cuya forma esquemática se ve en la figura 56. La parte suelta inferior se denomina: *armadura* y la superior: *culata*. Pueden tener una o dos ramas, que constituyen los núcleos de las bobinas recorridas por corriente eléctrica. Si las piezas a levantar son de hierro (caños, barras, etc.), se suprime la armadura y se aplica el electroimán directamente sobre las mismas.

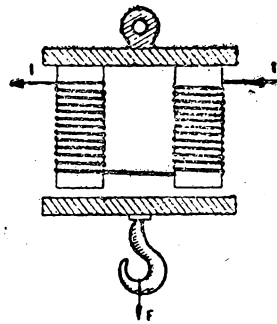


Fig. 56

El peso que puede levantar un electroimán se llama "*fuerza portante*", y su valor depende de la inducción magnética y de la sección transversal del núcleo. Para deducir el grandor de dicha fuerza se puede considerar la presión magnética por analogía con la presión eléctrica (§ 21):

$$p = \frac{H^2}{8\pi}$$

Expresión que es válida para el circuito magnético, y que da la presión magnética en función de la intensidad del campo. Si el imán tiene núcleo de hierro (electroimán) la densidad magnética es  $B$ , y reemplaza a  $H$  en la fórmula.

$$p = \frac{B^2}{8\pi}$$

Como la superficie de contacto entre la culata y la armadura es  $S$ , la fuerza total se calcula multiplicando ambos factores:

$$F = pS = \frac{B^2 S}{8\pi}$$

En el cálculo de electroimanes es común adoptar un cierto valor de la inducción magnética, en cuanto se conoce el material que formará el núcleo, obteniéndose de las curvas o tablas de imantación (§ 74) el valor para  $B$ ; y resulta inmediatamente la sección necesaria:

$$S = \frac{8\pi F 981000}{B^2}$$

y como la intensidad de campo magnético, necesaria para obtener el fijado valor de inducción, la podemos encontrar en la tabla del material del núcleo, se recurre a la expresión de  $H$ , ya conocida para solenoides (§ 70), en la que las incógnitas serán:  $n$  e  $l$ , de modo que se tiene:

$$n l = 0,8 H l$$

es decir, que el número de Amper-vueltas, pues así se denomina al primer miembro de la ecuación anterior, está dado por el producto de la intensidad de campo y la longitud magnética media del núcleo, salvo un coeficiente numérico.

Conocido el número de Amper-vueltas necesario, es cuestión de adoptar uno u otro de los valores, ya sea en base a la potencia eléctrica que se debe gastar, ya sea en función de la resistencia eléctrica que debe presentar el bobinado, etc. En la expresión anterior, la longitud magnética media resulta de adoptar una forma para el núcleo, pero como se conoce la sección, es fácil dimensionar proporcionalmente el resto del aparato.

#### Ejemplo.

Calcular el número de Ampervueltas necesarios para un electroimán que debe levantar 2 ton, si el núcleo se hace con un material que admite una inducción de 10.000 Gauss.

#### Solución

Calculamos la sección necesaria, de acuerdo con la fórmula dada.

$$S = \frac{8 \pi F 981000}{B^2} = \frac{8 \times 3,14 \times 2000 \times 981000}{10000 \times 10000} = 500 \text{ cm}^2$$

De las tablas de permeabilidad para el hierro dulce (§ 74), obtenemos:

$$\text{para } B = 10000 \quad \dots \quad H = 2,5$$

Con lo que se puede aplicar la fórmula que da el número de Av pero es necesario conocer la longitud magnética media del núcleo. De acuerdo con la sección que ha resultado, se adopta una longitud de 200 cm.

$$n l = 0,8 H l = 0,8 \times 2,5 \times 200 = 400 \text{ Av.}$$

## CAPÍTULO X

### FUERZAS ELECTROMAGNETICAS

#### § 77) Acción recíproca entre un campo magnético y una corriente eléctrica.

Hemos representado a los campos magnéticos mediante líneas de fuerza (§ 58), y se ha visto que la forma de dicho campo, comprendido entre dos polos de distinto nombre, norte y sud, era un conjunto de líneas paralelas, cuyo sentido era el que corresponde a la dirección norte-sud (ver fig. 57). El mismo campo puede ser originado por un solenoide recorrido por corriente eléctrica, y cuya polaridad magnética se determina mediante la regla del tirabuzón (§ 69).

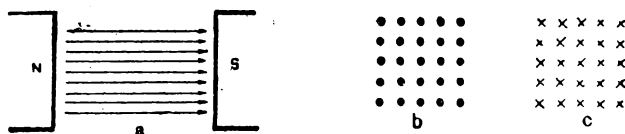


Fig 57

A fin de apreciar más claramente los fenómenos que describiremos a continuación, emplearemos una representación frontal, por así decirlo, del campo magnético. Si nos colocamos en la dirección de las líneas de fuerza, por ejemplo en el polo sud (fig. 57, a), veremos a las líneas de frente, dirigiéndose hacia nosotros; a esto lo representamos como en b, de la misma figura.

Si en cambio, nos colocamos en la misma dirección, pero en el polo norte, veremos a las líneas desde atrás, y lo representamos como en c, de la figura 57.

Resumiendo, para representar un campo magnético cortado por un plano perpendicular a las líneas de fuerza, se emplean puntos cuando las líneas salen desde ese plano hacia el observador, y cruces cuando se dirigen desde el plano hacia la dirección opuesta en que se halla el observador. Puede decirse, también, que el esquema b corresponde a un campo magnético saliente del papel, y que el c se refiere a un campo entrante al papel.

La razón de estas aclaraciones es la siguiente: en la representación común del campo por líneas paralelas (fig. 57, a), no se ve si un conductor corta a las líneas perpendicularmente, ni aun si su movimiento es en un sentido o en el otro.

Imaginemos ahora un campo magnético saliente (ver figura 58), en el cual se coloca un conductor rectilíneo. Sabemos que si ese conductor está recorrido por corriente eléctrica, se producirá un campo magnético que actuará sobre masas magnéticas colocadas en las inmediaciones, acciones que se manifiestan en forma de fuerzas (§ 66).

Entre el campo magnético que teníamos, y en el cual está sumergido el conductor, y el que forma la corriente en torno a dicho conductor, se originan también fuerzas, que tenderán a desplazar a la corriente o al campo. Si el dispositivo que produce al campo magnético es fijo (imán o solenoide), la fuerza actuante desplazará al conductor en cierto sentido, indicado en la figura.

De manera, pues, que si un conductor está recorrido por corriente eléctrica, y sumergido en un campo magnético, se originará una fuerza que tenderá a desplazarlo del campo.

El valor de dicha fuerza es tanto mayor cuanto más intenso sea el campo, cuanto mayor sea la intensidad de corriente  $I$  y cuanto más largo sea el conductor, en su porción útil  $l$  que es la parte que está dentro del campo de intensidad  $H$ . Resulta entonces el valor de dicha fuerza dado por el producto de esas magnitudes:

$$F = 0,1 H I l$$

expresada en dinas. El coeficiente 0,1 es para poder tomar la intensidad en Amper, y no en Weber. Para tener la fuerza en Kilogramos se divide por 981.000.



### § 78) Sentido del desplazamiento.

La fuerza actuante moverá al conductor en dirección perpendicular a las líneas de fuerza del campo, y para encontrar el sentido de ese movimiento, se aplica una regla práctica, llamada: de la *mano izquierda*. Si se coloca la palma de la mano de manera que reciba las líneas de fuerza perpendicularmente a la palma, entrando por ella, y los cuatro dedos juntos, desde el índice al meñique, indicando la dirección de la corriente eléctrica, el pulgar determina el desplazamiento del conductor si se lo separa del resto de la mano en dirección perpendicular al dedo índice (ver figura 59).

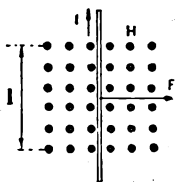


Fig 58

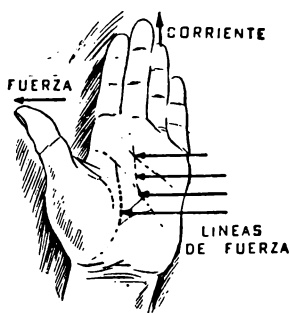


Fig. 59

Así, en el caso de la figura 58, la palma debe apoyar en el papel, para recibir perpendicularmente las líneas de fuerza, que son salientes. Los cuatro dedos estirados deben señalar hacia arriba, pues ese es el sentido de la corriente  $I$ . El pulgar indica hacia la derecha, y tal es el sentido del desplazamiento del conductor.

Cambiando el sentido de cualquiera de los dos agentes que intervienen en la acción electromagnética, la corriente o el campo cambia también el sentido de la fuerza. Si cambian a la vez los sentidos de ambos, la fuerza mantiene su dirección y sentido.

Otra regla práctica, debida a Flemming, consiste en colocar los tres dedos, pulgar, índice y medio de la mano izquierda, de manera que estén perpendiculares entre sí; el pulgar señala el sentido de las líneas de fuerza, el índice el de la corriente, resultando el mayor señalando la dirección de la fuerza.

Debido a que la aplicación inmediata de las fuerzas electromagnéticas está en los motores eléctricos, y que hay otros fenómenos para los cuales la regla práctica utiliza la mano derecha, se acostumbra a llamar a la izquierda: *mano motora*, para evitar confusiones al aplicar una regla práctica.

### § 79) Rueda de Barlow.

Un dispositivo simple para comprobar la existencia de fuerzas electromagnéticas, y el sentido de las mismas, está ilustrado en la figura 60. Consiste en un disco metálico conductor, que puede girar libremente en torno a su eje. La parte inferior está sumergida en una cubeta con mercurio, a fin de que al moverse, la corriente salga siempre por el mismo punto. Un imán herradura está colocado de modo que las líneas de fuerza del campo magnético que se dirigen de su polo norte al sud, atraviesen el disco.

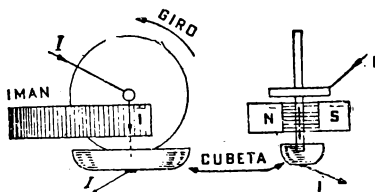


Fig. 60

Si se hace entrar corriente por el eje, la misma recorrerá la parte inferior del disco, para salir por la cubeta de mercurio. Como el campo corta al conductor (disco), se originarán fuerzas electromagnéticas que tenderán a desplazarlo, y el disco girará. Aplicando la regla de la mano izquierda, se determina el sentido de giro, que se comprueba de inmediato.

### § 80) Cupla motora.

La rueda de Barlow da idea de construir un dispositivo que pueda suministrar un trabajo útil mediante la acción recíproca de un campo magnético y una corriente eléctrica. Como el campo magnético también puede ser producido por la corriente eléctrica (§ 66), se ve claro que puede obtenerse un movimiento, capaz de producir trabajo, mediante la corriente eléctrica.

No otra cosa son los motores eléctricos, de difusión amplia en la industria, que se conectan a la red de distribución eléctrica y se emplean para accionar máquinas diversas.

Para poner en evidencia la posibilidad de efectuar trabajo de los motores electromagnéticos, imaginemos un imán de la forma que se ve en la fig. 61. Entre los polos se dispone un hueco de forma cilíndrica, en el que se coloca una espira de alambre conductor, que pueda girar libremente alrededor de un eje de posición fija, que coincide con el eje del cilindro mencionado.

De acuerdo con la polaridad magnética del imán, sabemos cual es el sentido de las líneas de fuerza del campo magnético, que se dirigen del norte al sud. Si hacemos pasar corriente eléctrica por el conductor, élla tendrá un cierto sentido, que indicamos con flechas en la figura 61.

Para facilitar la comprensión de la figura, haremos un corte con un plano perpendicular al eje de la espira, o eje del hueco cilíndrico del imán. En tal corte, la espira se verá como dos pequeños círculos, que son las secciones transversales del conductor de ida y de vuelta (ver fig. 62). Supongamos que el

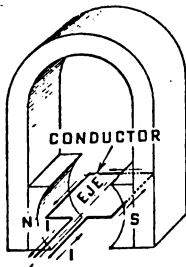


Fig. 61

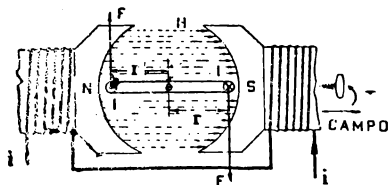


Fig. 62

campo magnético lo produce una corriente eléctrica de intensidad  $i$ , para acercarnos más a la realidad práctica. La corriente en la espira la designamos  $I$ . El radio de giro de la espira es  $r$ , que es exactamente la mitad del ancho de dicha espira, o sea la mitad de la distancia entre los dos conductores, de ida y vuelta.

El sentido del campo magnético que produce el solenoide, se determina con la regla del tirabuzón, que permite fijar cual

es la dirección de las líneas de fuerza y la polaridad N y S, que aparecen en la figura. El campo tendrá una intensidad  $H$  (Gauss).

En el corte de la espira indicamos con un punto a la corriente saliente del plano del papel y con una cruz a la entrante, de acuerdo con los sentidos de circulación adoptadas en la fig. 61.

Sabemos que en cuanto circula corriente por los conductores de la espira, debido a que están sumergidos en un campo magnético, se originará una fuerza que tenderá a desplazar a dichos conductores, y que ella tendrá por valor:

$$F = \frac{H l I}{9,81 \times 10^9}$$

de acuerdo con § 77, y con la conversión de unidades necesarias para que  $F$  resulte en Kg, si  $H$  está dada en Gauss,  $l$  en cm, e  $I$  en Amper.

Esta fuerza hará girar a la espira, si nada lo impide, de modo que se puede determinar el momento de giro, dado por el producto de la fuerza por el brazo de palanca, momento que se llama: "*cupla motora*". Como tenemos dos lados de la espira, cada uno de los cuales está sometido a la misma fuerza  $F$ , cuyos sentidos se determinan con el auxilio de la regla de la mano izquierda, resultando los indicados en la figura, la cupla será doble de la que correspondería a un solo conductor unido a un eje.

Tendremos pues que, por definición de cupla, y como tenemos dos fuerzas  $F$ , el valor del momento de giro de la espira es:

$$M = 2 F r$$

pero la fuerza puede ser expresada por la fórmula dada más arriba, con lo que se tiene:

$$M = \frac{2 H r I}{9,81 \times 10^9}$$

donde  $M$  resulta dada en Kilográcentímetros (Kgcm), puesto que la fuerza resultaba en Kg, y el radio  $r$  lo tomamos en cm.

Ahora bien, obsérvese que el producto:

$$H / 2 r = H S$$

está formado por dos factores, siendo uno de ellos la intensidad del campo magnético y el otro es la superficie abarcada por el

contorno de la espira, que es un rectángulo de longitud  $l$  y ancho  $2r$ . Este producto no es otra cosa que el flujo magnético máximo que puede abarcar la espira, o sea el total de líneas de fuerza, del campo disponible, que pueden pasar por el interior de la espira.

La fórmula anterior, por tal motivo, queda reducida a:

$$M = \frac{\Phi I}{9,81 \times 10^6}$$

que dice que la cupla motora o momento de giro es directamente proporcional al flujo magnético que puede abarcar la espira y a la intensidad de corriente que recorre a esta última. Este es el motivo por el cual, en los motores eléctricos, se emplean fuertes intensidades de corriente y campos magnéticos muy intensos, además de colocar núcleos de hierro de alta permeabilidad. Por otra parte sabemos (§ 72) que el flujo magnético es proporcional al número de Amper-vueltas de la bobina que produce el campo, lo que dice de la conveniencia de construirla con muchas vueltas para tener un flujo intenso.

En instrumentos de medida veremos interesantes derivaciones de las conclusiones precedentes, que se aplican al funcionamiento de los mismos.

#### Ejemplo 1.

Determinar la fuerza que se ejerce sobre un conductor de 40 cm de longitud, recorrido por una corriente de 50 Amper, y sumergido en un campo magnético de 10 Gauss de intensidad.

Solución

Aplicando la fórmula vista en el párrafo anterior, se tiene:

$$F = \frac{H l I}{9,81 \times 10^6} = \frac{10 \times 40 \times 50}{9,81 \times 10^6} = 0,022 \text{ Kg.}$$

*0,00203 Kg*

#### Ejemplo 2.

Calcular la cupla motora que actúa sobre una espira que abarca un flujo magnético de 1.000.000 Maxwell y está recorrida por una corriente de 20 Amper.

Solución

Se aplica la fórmula vista en el mismo párrafo, y tendremos:

$$M = \frac{\Phi I}{9,81 \times 10^6} = \frac{1000000 \times 20}{9,81 \times 10^6} = 2,2 \text{ Kgcm.}$$

*2,058*

## CAPÍTULO XI

### INDUCCION ELECTROMAGNETICA

#### § 81) Corriente inducida en un conductor que se mueve en un campo magnético.

La experiencia enseña que la aparición de fuerzas electro-magnéticas es un fenómeno reversible, es decir, que moviendo conductores dentro de campos magnéticos se originan corrientes eléctricas. El hecho se manifiesta por la existencia de una fuerza electro-motriz, que se constata entre los extremos del conductor, y que da lugar a una corriente en cuanto se cierra el circuito para que circule.

Consideremos, por ejemplo, un campo magnético representado de acuerdo a la convención hecha anteriormente (§ 77), que sea saliente del plano del papel (ver fig. 63). Coloquemos

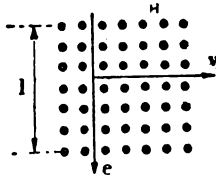


Fig. 63

dentro de él un conductor, cuya longitud útil será la porción comprendida dentro del campo (largo útil  $l$ ). Si desplazamos rápidamente el conductor hacia la derecha, con velocidad  $v$ , indicada en la figura, se inducirá una f.e.m. cuyo valor y signo se pueden determinar.

Calculemos primeramente el valor de la f.e.m. mencionada. La intensidad del campo magnético es  $H$  (Gauss); la velocidad del desplazamiento del conductor, es decir, la distancia recorrida

por el mismo en la unidad de tiempo es  $v$ , tomada en centímetros por segundo (cm/s). La longitud útil  $l$ , la tomamos en cm.

La f.e.m. será tanto mayor cuanto más intenso sea el campo magnético, cuanto más rápido sea el movimiento y cuanto más largo sea el conductor en su parte sumergida en el campo. El valor de la f.e.m. será entonces proporcional al producto de esas tres magnitudes, de modo que se tiene:

$$e = \frac{H l v}{10^8}$$

donde el divisor es una constante numérica para reducir el resultado a Volt, que es la unidad práctica de f.e.m.

El valor del denominador hace pensar que para tener una f.e.m. de valor apreciable se debe tomar un conductor muy largo, sumergido en un campo magnético muy intenso y moverlo vertiginosamente. En la aplicación inmediata de este principio, que son las máquinas generadoras de electricidad, único procedimiento industrial para generar corriente eléctrica en gran escala, se recurre a las soluciones mencionadas.

### § 82) Sentido de la f.e.m. inducida.

Faraday dió una regla muy práctica para determinar rápidamente el sentido de la corriente que se induce en el conductor por su desplazamiento. Se llama: "*regla de la mano derecha*", y consiste en colocar tal mano estirada, de modo que las líneas de fuerza entren perpendicularmente por la palma, y el pulgar, apartado del resto de la mano, señale la dirección del movimiento del conductor. Los demás dedos estirados indican el sentido de la f.e.m. inducida (ver fig. 64).

Así, en el caso de la figura 63, la mano se debe colocar con la palma vuelta hacia el papel y el pulgar señalando hacia la derecha. Los dedos indican hacia abajo, de modo que se justifica la flecha que hemos colocado para indicar el sentido de la f.e.m. inducida  $e$ .

También Flemming aplicó a este caso su regla de los tres dedos, pero tomando la mano derecha en lugar de la izquierda (§ 78). Colocando los tres dedos, pulgar, índice y mayor, de modo que queden perpendiculares entre sí, el pulgar indica la dirección del campo magnético, el mayor el movimiento del conductor y el índice nos determina el sentido de la f.e.m. inducida.

## § 83) Ley de Faraday.

Introduciendo algunas modificaciones en la fórmula general de la f.e.m. inducida, se llega a la expresión de Faraday, que rige todos los fenómenos de inducción electromagnética. En efecto, imaginemos que tomamos un conductor de longitud útil  $l$ , y que lo desplazamos desde la posición  $a$  hasta la  $b$  (ver figura 65). Esa distancia  $d$  la recorre en un tiempo  $t$ , de modo que la velocidad de desplazamiento será, por definición:

$$v = \frac{d}{t}$$

que puede ser reemplazada en la fórmula general de la f.e.m. inducida, obteniéndose:

$$e = \frac{H l d}{10^8 t}$$

Pero obsérvese que el producto:  $l d$ , no es otra cosa que el área barrida por el conductor en su movimiento, área que está totalmente atravesada por líneas de fuerza del campo magnético.

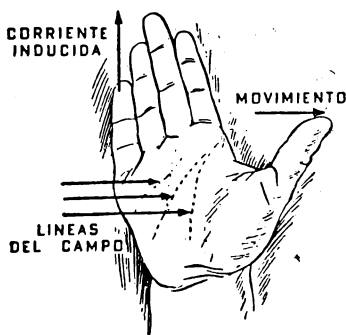


Fig. 64

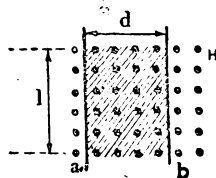


Fig. 65

Como el producto de la intensidad de campo por un área da el flujo magnético (§ 60) a través de esa superficie, el numerador de la última expresión no es otra cosa que el flujo cortado por el conductor al desplazarse. Este flujo no es el total disponible, sino solamente la parte cortada, que llamaremos: "*variación de flujo*", durante el tiempo  $t$ , que dura el movimiento. Para significar que solo se considera esa variación de flujo, utiliza-



remos el símbolo  $\Delta$  que afecta al flujo y al tiempo durante el cual se ha cortado ese flujo. Nos queda:

$$e = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t 10^8}$$

que es la expresión de la ley de Faraday, que se emplea toda vez que se corta un flujo con un conductor, o que un campo barre al conductor.

La fuerza electro-motriz inducida está dada, pues, por la relación entre la variación de flujo producida y el tiempo tardado en producirla. Puede decirse también, que está dada por el flujo cortado o variado en la unidad de tiempo. El coeficiente numérico que afecta a la expresión se coloca para tener el resultado en Volt.

Si se desea conocer la intensidad de corriente, y el circuito del conductor es cerrado, con resistencia  $R$ , no hay más que dividir la f.e.m. por la resistencia  $R$ , según la ley de Ohm.

Ejemplo.

Un conductor de 50 cm de longitud se mueve en un campo magnético de 300 Gauss, a razón de 60 metros en 1/5 de segundo. Averiguar el valor de la f.e.m. inducida.

Solución

Aplicando la fórmula vista, y teniendo en cuenta que la distancia se debe tomar en centímetros, se tiene:

$$e = \frac{H l d}{10^8 t} = \frac{300 \times 50 \times 6000}{10^8 \times 0,2} = 4,5 \text{ V.}$$

### § 84) Caso del desplazamiento oblicuo.

Supongamos un conductor colocado perpendicularmente al plano del papel (ver fig. 66) que se moverá cortando un campo magnético, pero en lugar de hacerlo en dirección normal a las líneas de fuerza, como hemos supuesto hasta ahora, lo hace formando con ellas un ángulo  $\alpha$ , que es menor de  $90^\circ$ . Es decir que, en lugar de moverse en dirección AC, lo hace en la AB.

Obsérvese que desde que sale del punto A, hasta llegar al B, el conductor corta un cierto número de líneas de fuerza, que es el mismo que cortaría si llegara al punto C, recorriendo la recta AC. No hay ventaja, pues, en el mayor recorrido AB, pues como la f.e.m. inducida depende de la cantidad total de líneas de fuerza cortadas, resultará del mismo valor si el conductor recorre la distancia  $d$ , formando el ángulo  $\alpha$ , que si reco-

re la  $d'$ , que es menor, formando un ángulo de  $90^\circ$  con las líneas de fuerza. Esto quiere decir que, para los cálculos, no debe tomarse la distancia  $d$ , sino la  $d'$  que es el recorrido útil. Como generalmente se conocerá el recorrido real  $d$ , y no es útil  $d'$ , conviene conocer la relación que hay entre ambos.

En el triángulo ABC, que es rectángulo en el vértice C, el ángulo B resulta igual al  $\alpha$ , por lo que se puede escribir:

$$d' = d \operatorname{sen} \alpha$$

y entonces se puede utilizar para los cálculos la distancia  $d$ , pero afectada del factor:  $\operatorname{sen} \alpha$ .

$$e = \frac{H l d \operatorname{sen} \alpha}{10^8 t} = \frac{H l v \operatorname{sen} \alpha}{10^8}$$

donde el ángulo  $\alpha$  es el que forma la dirección del movimiento del conductor con las líneas de fuerza. Veremos una aplicación de esto en las expresiones generales de corriente alternada.

Veamos los dos casos extremos: cuando  $\alpha$  vale  $90^\circ$  el movimiento es perpendicular a las líneas de fuerza, y el seno de ese ángulo vale uno. Nos queda la expresión simple deducida anteriormente. El otro caso es cuando  $\alpha$  vale  $0^\circ$ . El conductor se mueve sin cortar líneas de fuerza, y el seno del ángulo vale cero. La f.e.m. inducida es nula, lo que es lógico, puesto que no se corta el campo magnético.

### § 85) Ley de Lenz. Corrientes de Foucault.

Supongamos un anillo conductor suspendido desde un punto O (ver fig. 67), dentro del campo magnético de un imán. Haga-

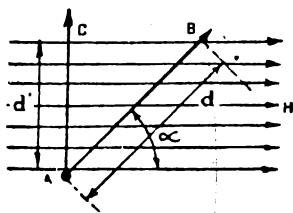


Fig. 66

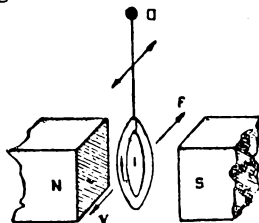


Fig. 67

mos oscilar al anillo dentro del campo, de modo que se mueva perpendicularmente a las líneas de fuerza. Sabemos que se inducirá en él una f.e.m., y, como tiene un circuito eléctrico cerrado, circulará una corriente eléctrica.

Pero ahora tenemos una corriente circulando por un conductor, que está sumergido en un campo magnético: sabemos que esto da origen a una fuerza que tiende a desplazar al conductor. Veamos cuales son los sentidos correspondientes.

Consideremos el caso de que el anillo se esté moviendo con velocidad  $v$ , en dirección saliente del papel. Aplicamos la regla de la mano derecha, para determinar el sentido de la corriente inducida, y vemos que la misma es ascendente en la parte delantera del anillo, como se indica en la figura.

Entre esa corriente y el campo magnético se origina una fuerza, cuyo sentido se encuentra con la regla de la mano izquierda. La aplicamos, y vemos que la fuerza se dirige hacia dentro del papel. Como el anillo tenía movimiento en dirección contraria, será frenado y cesará todo el fenómeno.

Esto lo contempla la ley de Lenz, que dice que la f.e.m. inducida tiende siempre a oponerse a la causa que la genera. En nuestro caso, la causa es el movimiento del anillo, pues merced a él se inducía la corriente, y ésta tiende a anular el movimiento.

Las corrientes inducidas en las masas metálicas en movimiento, que forman circuitos eléctricos cerrados, se denominan: "*corrientes de Foucault o parásitas*" y representan siempre una pérdida de energía en las máquinas eléctricas. Para que se produzcan corrientes parásitas no es necesario que se muevan las masas metálicas, sino que basta que éstas sean cortadas por un flujo magnético, y esto sucede siempre que hay un flujo variable. Otras veces las corrientes de Foucault prestan su utilidad, como es el caso del amortiguamiento de las oscilaciones en instrumentos de medida, como veremos más adelante, en que se aprovecha el frenado que actúa sobre las partes móviles dentro de los campos magnéticos.

Para reducir las corrientes de Foucault, se pueden emplear metales de alta resistividad, si el funcionamiento del dispositivo lo permite, o aumentar la resistencia al recorrido de tales corrientes; esto último se consigue haciendo los núcleos de hierro, sometidos a campos magnéticos variables, con chapas delgadas yuxtapuestas.

Las pérdidas por corrientes de Foucault se expresan por la potencia eléctrica que absorbe un Kg de núcleo de hierro, formado por varias chapas de espesor  $e$ , cuando la inducción máxi-

ma del campo magnético es  $B$  y la cantidad de variaciones con pletas por segundo es  $f$ . Se tiene:

$$W = \frac{2,2 f^2 B^2 e^2}{10^{11}}$$

en cuya expresión se toma el espesor de las chapas en mm, resultando la potencia por Kg en Watt. Hacemos notar que  $f$  representa, en corriente alternada, directamente la frecuencia, como se verá oportunamente. La fórmula anterior habla de la conveniencia de reducir en lo posible el espesor de las chapas del núcleo, las que, como es evidente, deben estar aisladas eléctricamente entre sí.

#### Ejemplo.

Calcular las pérdidas por corrientes de Foucault en un núcleo de chapas de hierro, si está sometido a una inducción magnética de 12.000 Gauss, y la cantidad de variaciones por segundo es 50. El espesor de las chapas es de 0,5 mm.

#### Solución

Aplicamos directamente la fórmula dada más arriba, que da las pérdidas por Kilogramo de núcleo.

$$W = \frac{2,2 f^2 B^2 e^2}{10^{11}} = \frac{2,2 \times 50^2 \times 12000^2 \times 0,5^2}{10^{11}} = 1,98 \text{ W/Kg}$$

### § 86) Inducción mutua.

Estudiaremos ahora los fenómenos que ocurren en un circuito en el cual se varía la intensidad de corriente. Primeramente trataremos el caso en el que hay conductores vecinos al circuito considerado.

Supongamos al efecto que se dispone un conductor (1), paralelamente a otro (2) (ver fig. 68), formando parte el primero

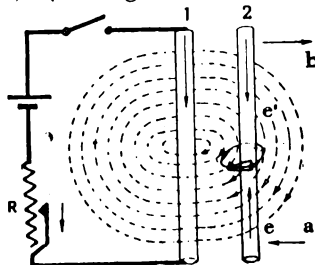


Fig. 68

de un circuito eléctrico cerrado, con una pila y una resistencia variable. Al circular corriente  $I$  por el conductor (1), se esta-

blece en su alrededor un campo magnético con líneas circulares concéntricas (§ 66). El conductor (2) estará sumergido en ese campo. Pero veamos que ha sucedido mientras tanto.

Al formarse el campo magnético, las líneas de fuerza han barrido al conductor (2), y ello debe haber originado la inducción de una f.e.m. en el mismo. Para encontrar el sentido de tal f.e.m., hagamos la siguiente suposición:

Si la línea de fuerza más exterior ha cortado primero al conductor (2), después la que le sigue, con un diámetro un poco menor, y así sucesivamente, lo mismo hubiera sucedido si el campo fuera fijo y el conductor (2) lo hubiéramos desplazado en el sentido de la flecha a, porque en tal forma también se cortaría primero a la línea exterior y después a las demas.

Ahora es fácil determinar el sentido de la corriente inducida, con auxilio de la regla de la mano derecha. El campo magnético tiene el sentido indicado en la figura, que se encuentra con la regla del tirabuzón (§ 66). La f.e.m. inducida tiene el sentido e, indicado en la parte inferior del conductor (2), que es, como se ve, contrario al de la corriente en el conductor (1).

Si el conductor (2) tiene un circuito cerrado, la corriente que circulará producirá un campo magnético con sentido contrario al del conductor (1), que tenderá, pues, a anularlo. Esto confirma la ley de Lenz, pues la corriente inducida trata de anular la causa que le da origen, que es la circulación de corriente en el conductor (1).

Supongamos ahora que abrimos el interruptor del circuito (1), con lo que la corriente I disminuirá hasta anularse, sucediendo lo propio con su campo magnético circundante. Las líneas de fuerza, al desaparecer, cortarán al conductor (2), primero las más internas y finalmente la exterior. Todo pasa como si el conductor lo retiráramos bruscamente en el sentido de la flecha b.

En tales condiciones, la f.e.m. que se induce, de acuerdo con la regla de la mano derecha, tiene el sentido indicado e', en la parte superior del conductor (2); como se ve, coincide con la dirección de circulación de la corriente I en el conductor (1). Si la f.e.m. inducida e' produce circulación de corriente, la misma forma un campo magnético que se adiciona al de I, es decir, trata de que este último no desaparezca. También en este caso,

la corriente inducida se opone a la causa que la genera, que es la desaparición de la corriente  $I$ .

Lo mismo que ha sucedido al establecerse la corriente en el circuito (1), y al anularse, pasa si sólo varía dicha corriente, lo que puede hacerse con la resistencia  $R$ . Si aumentamos la corriente  $I$ , se inducirá una f.e.m. en el conductor (2), con sentido contrario a la circulación de  $I$ . Si la disminuimos, también se inducirá, pero con sentido igual al de  $I$ . Está claro que siempre la f.e.m. inducida trata de anular la causa que le da origen. Como no puede anularla totalmente, porque la fuente continúa suministrando corriente al circuito (1), su influencia se nota durante un corto lapso.

### § 87) Valor de la f.e.m. de inducción mutua.

Deduciremos el valor de la f.e.m. inducida en el conductor vecino al que se somete a variación de corriente, en base a la ley de Faraday, cuya expresión ya conocemos (§ 83). Tomemos para ello un par de bobinas en lugar de los conductores lineales de la figura 68, porque el campo magnético producido en torno a un conductor tiene poca intensidad. El campo de un solenoide, en cambio, es más denso.

Se disponen las dos bobinas sobre un mismo núcleo, arrolladas una sobre la otra, aunque para simplificar la figura 69, las dibujamos contiguas. La bobina alimentada por la fuente de

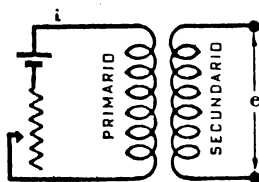


Fig. 69

tensión, se llama "*primario*", y la otra, en la cual obtendremos la f.e.m. inducida: *secundario*. En el circuito primario incluimos una resistencia variable, a fin de poder regular la corriente.

Al pasar corriente por el primario se produce un campo magnético, que abarca también al secundario. Cualquier variación de ese campo producirá, a su vez, una f.e.m. inducida en el secundario, que se podrá medir entre sus terminales (diferencia de potencial  $e$ , en la figura).

Supongamos que la corriente en el primario tiene un valor  $I_1$ , y que variando la resistencia pasa a otro valor  $I_2$ . Se produce una variación de corriente:

$$\Delta I = I_2 - I_1$$

Sabemos que el flujo magnético en el interior del solenoide está dado por la ley de Hopkinson (§ 72), y que es proporcional a la intensidad de corriente. Luego, cuando la corriente tiene el valor  $I_1$  el flujo tendrá el valor  $\Phi_1$ , y cuando vale  $I_2$ , el valor  $\Phi_2$ . La variación de flujo es:

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$$

Tomemos ahora la expresión de Hopkinson, que da el flujo en función de la intensidad de corriente, y calculemos la variación de flujo, que será proporcional a la variación de la intensidad de corriente y al número de espiras del primario,  $n_1$ :

$$\Delta \Phi = \frac{0,4 \pi n_1 \mu S \Delta I}{l}$$

cuyo valor puede ser llevado a la expresión de la ley de Faraday, pero haciendo una aclaración: la f.e.m. inducida es proporcional al cociente entre la variación de flujo y el tiempo que tardó en producirse esa variación. El valor de la f.e.m. se dedujo para un conductor lineal vecino al otro que producía el campo magnético. En nuestro caso, tenemos una bobina en lugar de un conductor lineal, y en cada espira de ella se inducirá una f.e.m., de acuerdo con la expresión de Faraday. Tendremos tantas f.e.m. en serie como espiras tenga la bobina secundaria, luego la f.e.m. total será la suma de todas ellas, es decir, como son todas iguales, será igual al valor de una, multiplicado por el número de espiras.

Si la bobina secundaria tiene  $n_2$  espiras, el valor de la f.e.m. inducida en ella será:

$$e = \frac{\Delta \Phi n_2}{\Delta t 10^8}$$

pero la variación de flujo la tenemos conocida, y la variación de tiempo es la duración de la variación de corriente, es decir, el tiempo que transcurre desde que ésta tiene el valor  $I_1$ , hasta

que pasa a valer  $I_2$ . Entonces no hay más que reemplazar valores, y se tendrá:

$$e = \frac{0,4 \pi n_1 n_2 \mu S}{l \cdot 10^8} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$e = M \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

donde, como se ve, hemos agrupado todas las cantidades que son constantes para un circuito determinado (o aproximadamente constantes, si el núcleo es de hierro, pues la permeabilidad varía), en forma de un factor que se denomina: "*coeficiente de inducción mutua*" o "*mutual*", y que tiene un valor determinado para cada par de bobinas en particular.

El coeficiente de inducción mutua tiene su unidad, y se la define de la siguiente manera: cuando por la variación de corriente de un Amper, producida durante un segundo, se induce una f.e.m. de un Volt, es porque la mutual vale un *Henry*, que es el nombre de la unidad. Conocido el valor de  $M$ , es fácil calcular cual será el valor de la f.e.m. inducida para cualquier variación de corriente que se produzca en un tiempo conocido.

### § 88) Carrete de Ruhmkorff.

Una de las primeras aplicaciones prácticas del fenómeno de inducción mutua se debe a Ruhmkorff, y consiste en el dispositivo ilustrado en la figura 70. Sobre un núcleo de hierro se

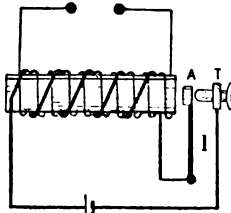


Fig. 70

arrollan las dos bobinas: primaria, que tiene además el circuito de la fuente de tensión, y secundaria, cuyos terminales se llevan a dos descargadores de chispa.

En serie con el primario hay un juego de dispositivos: la lámina elástica  $l$ , en cuyo extremo hay una pieza de hierro dulce



A. que constituye la armadura del electroimán formado por el primario, y un tope T, con tornillo de regulación, para ajustar la distancia óptima entre la armadura y el núcleo.

Mientras no pasa corriente por el circuito, la lámina elástica mantiene a la armadura contra el tope, y el circuito primario está cerrado. Al pasar corriente, se produce un campo magnético que atraerá la armadura del electroimán, separándola del tope y abriendo el circuito. En este momento desaparece el campo, deja de ser atraída la armadura, y el elástico la lleva contra el tope. El ciclo comienza nuevamente, y se repite sin cesar.

Mientras tanto, veamos lo que sucede con el secundario; el campo magnético del primario se forma y desaparece continuamente, es decir, varía constantemente, y por lo tanto, se inducirá una f.e.m. en el secundario. Como las interrupciones del primario son rapidísimas, la tensión producida entre los extremos del secundario es de valor elevado y se produce una chispa en el descargador.

### § 89) Autoinducción.

Hemos visto cómo se induce una corriente eléctrica, en un conductor vecino a otro, en el cual variaba la intensidad de corriente que lo recorría. La variación podía ser el caso de cerrar o abrir el circuito, pues la corriente pasa del valor cero al valor normal o viceversa.

Si se tiene una sola bobina, formando un circuito cerrado (ver fig. 71), con su fuente de tensión y su resistencia variable, sin disponer de bobina secundaria, veamos lo que sucede:

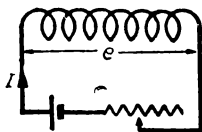


Fig. 71

Si se varía la intensidad de corriente, el campo magnético del interior del solenoide experimenta, a su vez, una variación. Las líneas de fuerza abarcan a todas las espiras de la bobina, de modo que cualquier desplazamiento sufrido por el campo magnético barrerá los conductores de las espiras y ya sabemos que ello provoca la inducción de una f.e.m.

Se ve claro que, pese a tener una sola bobina, al variar la corriente, y con ella el campo magnético, se producirá un corte de líneas de fuerza del campo por los conductores de esa bobina y, por ende, inducción de una f.e.m. que se llama: "*de autoinducción*".

Todo pasa como si se tratara de dos bobinas, de igual número de espiras, encimadas, en una de las cuales se produjera la variación de corriente y en la otra la inducción de la f.e.m., tal como se describió en el parágrafo 87. Será fácil, entonces, averiguar el valor de la f.e.m. de autoinducción.

El fenómeno de autoinducción se presenta, en la práctica, toda vez que se cierra o se abre un circuito que contiene una bobina, o, simplemente, si varía la intensidad de corriente en el mismo. Hay ocasiones en que se lo aprovecha con fines útiles, y otras, en las que puede resultar perjudicial, por lo que debe tenerse en cuenta, diseñando dispositivos de protección, pues la tensión inducida puede alcanzar valores muy elevados. En el estudio de máquinas eléctricas, por ejemplo, se verá que en el conmutador o colector de las mismas se produce continuamente la interrupción de un circuito formado por una bobina, apareciendo el fenómeno de autoinducción, descargándose la f.e.m. inducida en forma de chispas entre la escobilla y el colector. En corriente alternada, veremos también que siempre aparece este fenómeno, pues al ser variable la corriente, lo será también el campo magnético que circunda a los conductores. Un caso de utilidad práctica lo constituyen los auto-transformadores, en los que se aprovecha la autoinducción con fines útiles.

### § 90) Valor de la f.e.m. de autoinducción.

En la misma forma como se dedujo la f.e.m. de inducción mutua, encontraremos la que se produce por autoinducción. Supongamos que la corriente  $I_1$ , de la figura 71, pasa de un valor  $I_1$  a otro  $I_2$ , por lo que tenemos una variación de corriente:

$$\Delta I = I_2 - I_1$$

El campo magnético del solenoide experimentará una variación enteramente proporcional a esa variación de corriente, dada por la diferencia entre los valores del flujo correspondientes a la intensidad final e inicial:

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$$

y como esa variación de flujo está dada, en función de la variación de corriente, por la ley de Hopkinson, se tiene:

$$\Delta \Phi = \frac{0,4 \pi n S \mu \Delta I}{l}$$

Podemos ahora aplicar la ley de Faraday, haciendo la misma aclaración que para el caso de dos bobinas: como no se trata de un conductor lineal en el que se induce la f.e.m., sino de  $n$  espiras, la f.e.m. total será  $n$  veces mayor a la que corresponde a una sola espira, de modo que se debe multiplicar la expresión de Faraday por  $n$ :

$$e = \frac{\Delta \Phi n}{\Delta t 10^8}$$

y sustituímos en lugar de la variación de flujo, la expresión que tenemos dada más arriba, agrupando los términos constantes para una bobina determinada aparte, para tener un coeficiente numérico:

$$e = \frac{0,4 \pi n^2 S \mu}{l 10^8} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$e = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

donde el coeficiente numérico de la última expresión,  $L$ , se denomina: "*coeficiente de autoinducción*" o "*inductancia*" de la bobina. Su unidad es también el Henry, que se define así:

Cuando en una bobina se induce una f.e.m. de un Volt, por una variación de corriente de un Amper, producida durante un segundo, la inductancia de la misma vale un Henry.

## § 91) Coeficiente de acoplamiento magnético.

Hemos visto, en párrafos anteriores, que toda variación de corriente, al producir una variación del flujo magnético en el interior de las bobinas, ocasiona un fenómeno de autoinducción en la misma bobina, y de inducción mutua en las bobinas próximas. Dicho fenómeno se manifiesta por la inducción de una f.e.m., cuyo valor es directamente proporcional a la variación de corriente en la unidad de tiempo, y a un coeficiente que ~~contempla~~ las características de la bobina, o grupo de bobinas.

En el caso de dos bobinas, hemos supuesto que estaban encimadas, utilizando el mismo núcleo, y que todas las líneas de fuerza del campo producido por una de ellas abarcaba a la otra.

En la práctica estas condiciones ideales no se realizan, porque siempre hay líneas de fuerza que no abarcan a una de las bobinas. Además, las dimensiones de ambas no siempre son iguales, por lo que el cálculo del coeficiente de inducción mutua puede complicarse.

Tomemos dos bobinas idénticas de forma, que tienen el mismo núcleo y están perfectamente encimadas, pero tienen distinto número de espiras. Tenga el primario  $n_1$  y el secundario  $n_2$  espiras. Escribamos los valores de los coeficientes de auto-inducción para las dos bobinas:

$$L_1 = \frac{0,4 \pi n_1^2 S \mu}{l 10^8}$$

$$L_2 = \frac{0,4 \pi n_2^2 S \mu}{l 10^8}$$

Si multiplicamos entre sí los valores de los dos coeficientes de autoinducción, obtendremos:

$$L_1 L_2 = \frac{0,4^2 \pi^2 n_1^2 n_2^2 S^2 \mu^2}{l^2 10^{16}} = M^2$$

vemos que es precisamente el cuadrado del coeficiente de inducción mutua de las dos bobinas (§ 87). La ecuación anterior se cumplirá, entonces, para un par de bobinas perfectamente encimadas, de modo que el campo magnético de una abarque totalmente al de la otra. Como ello no siempre se realiza, en la práctica se hace intervenir un factor menor que la unidad, llamado: "*coeficiente de acoplamiento magnético*", designado comúnmente con la letra:  $a$ .

Tomando nuevamente el resultado de la ecuación anterior, y afectándolo del factor  $a$ , se tiene:

$$M = a \sqrt{L_1 L_2}$$

de modo que el coeficiente de inducción mutua entre dos bobinas está dado por la media geométrica entre los coeficientes de autoinducción de ambas, afectada por el acoplamiento mag-

nético. En los casos límites tendremos: Para bobinas fuertemente acopladas, encimadas, en que  $a = 1$ , el valor de  $M$  es máximo; para bobinas tan alejadas que el campo de una no llegue a la otra, se tiene que  $a = 0$ , y el valor de  $M$  es nulo.

Los coeficientes  $L$  y el de inducción mutua  $M$ , en la expresión anterior, se toman de Henry, o, los tres juntos, pueden expresarse en unidades submúltiplos, como el miliHenry o micro-Henry. El acoplamiento es un coeficiente numérico, pero suele expresarse en %, por ejemplo  $a = 70\%$ . En tales casos se lo debe dividir por 100, para referirlo a la unidad, y colocarlo en la fórmula anterior.

#### Ejemplo.

Se tienen dos bobinas, acopladas al 60 %, y se desea saber cuál es el coeficiente de inducción mutua entre ambas. Los datos son:

Primer bobina: longitud: 10 cm; N° espiras: 200; sección núcleo 100 cm<sup>2</sup>; conductor para intensidad nominal 2 Amper. (Dato necesario para encontrar la permeabilidad.)

Segunda bobina: longitud 12,5 cm; N° espiras: 300; sección núcleo: 225 cm<sup>2</sup>; conductor igual al de la otra bobina.

#### Solución

Como primer medida, y para poder aplicar la fórmula general que da el coeficiente de autoinducción, debemos conocer la permeabilidad magnética del núcleo. Calculamos la intensidad de campo producido por la corriente nominal:

Primer bobina:

$$H = \frac{0,4 \pi n I}{l} = \frac{0,4 \times 3,14 \times 200 \times 2}{10} = 50 \text{ Gauss}$$

Segunda bobina:

$$H = \frac{0,4 \pi n I}{l} = \frac{0,4 \times 3,14 \times 300 \times 2}{12,5} = 60 \text{ Gauss}$$

Con cuyos valores vamos a las tablas de la permeabilidad del hierro dulce de § 74:

Primer bobina, para  $H = 50$   $\mu_1 = 340$

Segunda bobina, para  $H = 60$   $\mu_2 = 380$  obtenido por proporción

Calculamos ahora los coeficientes de autoinducción de cada bobina:

Primera:

$$L_1 = \frac{0,4 \pi n^2 S_1 \mu_1}{l_1 10^9} = \frac{0,4 \times 3,14 \times 200^2 \times 100 \times 340}{10 \times 10^9} = 1,7 \text{ Hy}$$

Segunda

$$L_2 = \frac{0,4 \pi n^2 S_2 \mu_2}{l_2 \cdot 10^9} = \frac{0,4 \times 3,14 \times 300^2 \times 225 \times 308}{12,5 \times 10^9} = 6,24 \text{ Hy}$$

Pudiendo ahora calcularse el coeficiente de inducción mutua, teniendo en cuenta que un acoplamiento de 60 % equivale a un coeficiente de acoplamiento de 0,6:

$$M = a \sqrt{L_1 L_2} = 0,6 \sqrt{1,7 \times 6,24} = 1,95 \text{ Hy}$$

## § 92) Establecimiento de la corriente en circuitos con autoinducción.

Tomemos una bobina, que tiene una inductancia o coeficiente de autoinducción dado, y conectémosla a una fuente de tensión cualquiera. La bobina está hecha con alambre conductor, ofreciendo, en conjunto, una resistencia  $R$ , al pasaje de la corriente. Si se cierra el circuito, la intensidad no alcanza inmediatamente el valor:

$$I = \frac{E}{R}$$

que le corresponde, de acuerdo con la ley de Ohm, sino que se pone de manifiesto el fenómeno de autoinducción, en la siguiente forma: (ver fig. 72)

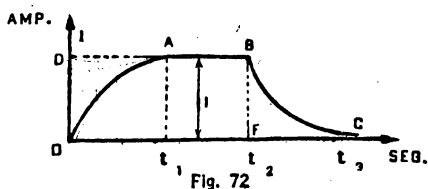


Fig. 72

La f.e.m. autoinducida, al formarse el campo magnético en la bobina, tiende, según la ley de Lenz, a oponerse a la causa que le da origen, es decir, tenderá a anular la corriente en el circuito. Por tal motivo, la intensidad de corriente crecerá lentamente, venciendo a la f.e.m. de autoinducción, la que se va anulando sola al desaparecer la variación de flujo en la bobina. El crecimiento de la intensidad de corriente está dado por la curva OA de la figura. Al cabo de un tiempo  $t_1$ , la intensidad

de corriente alcanza, prácticamente, el valor  $I$ , que corresponde al dado por la ley de Ohm, y que se mantiene mientras el circuito permanezca cerrado.

Supongamos que al llegar a un tiempo  $t_2$ , se abra el interruptor del circuito, con lo que la corriente debería anularse, es decir, pasar de su valor  $I$  al valor cero. Pero ahora aparece nuevamente el fenómeno de autoinducción, por el decrecimiento del flujo, y, para oponerse a la causa que la origina, la f.e.m. autoinducida debe sumar sus efectos al campo magnético, impidiendo que éste desaparezca. Naturalmente que no puede mantener al campo indefinidamente, sino que al cabo de un cierto tiempo la reducción de la corriente será tal, que se puede considerar que se ha anulado.

La disminución de la corriente en el circuito, en lugar de ser brusca, sigue la curva BC, de la figura, que para el tiempo  $t_2$  ya puede considerarse que toca el eje, es decir, que la corriente se ha anulado.

Tenemos pues tres períodos bien definidos: el de cierre del circuito, en el cual la corriente crece paulatinamente desde su valor cero hasta el valor  $I$ , que corresponde de acuerdo con la ley de Ohm; el régimen permanente, recta AB de la figura, en el cual la corriente se mantiene constante, por no haber variaciones de la tensión aplicada ni de la resistencia del circuito; y, finalmente, otro período de variación, cuando se abre el circuito, en el cual la corriente baja paulatinamente de valor hasta anularse.

Nótese que en el período inicial, parte de la energía eléctrica se transforma en magnética, porque el área OAD representa una cantidad de electricidad que falta del circuito. Al abrir el interruptor, esa energía almacenada en el campo magnético se restituye al circuito, pues el área BFC es una cantidad de electricidad que existe en el circuito, aun después de que la fuente no suministra más corriente.

El período inicial, dado por la curva OA, se suele llamar: régimen de establecimiento de la corriente  $I$  en el circuito, y el AB, en el cual no hay fenómenos de autoinducción, régimen permanente. Los dos períodos OA y BC son de carácter transitorio, pues duran un tiempo dado, o, mejor dicho, se puede considerar que duran un corto intervalo, pues pasado éste, los

valores de la intensidad coinciden prácticamente con los que corresponden con la ley de Ohm. que son  $I$  y  $0$ , para circuito cerrado y abierto. respectivamente.

En líneas de transporte de energía eléctrica a distancia, se debe tener en cuenta el fenómeno descrito, pues como son de longitud considerable presentan una inductancia apreciable, que puede dar lugar a sobretensiones peligrosas, no previstas por la aislación normal del equipo.

---



P A R T E C U A R T A

**CORRIENTE ALTERNADA**

PROPIEDADES DE LA CORRIENTE ALTERNADA — CIRCUITOS  
DE CORRIENTE ALTERNADA — POTENCIA DE LA CORRIENTE  
ALTERNADA — CIRCUITOS TRIFASICOS

## CAPÍTULO XII

# PROPIEDADES DE LA CORRIENTE ALTERNADA

### § 93) Producción de una corriente alternada.

Si un conductor se mueve dentro de un campo magnético, cortando sus líneas de fuerza, sabemos que se inducirá en él una f.e.m. (§ 81); cuyo valor puede calcularse. Además, hay que considerar el sentido del desplazamiento, pues si bien colocamos al conductor perpendicularmente a las líneas de fuerza; para obtener corte máximo de las mismas, no podemos lograr que el movimiento se cumpla siempre perpendicularmente a dichas líneas, porque deberíamos desplazarnos en línea recta hasta el infinito.

Prácticamente, se recurre a hacer girar al conductor alrededor de un eje, de modo que con un campo de reducidas dimensiones conseguimos que el movimiento se cumpla continuamente dentro del campo.

Veamos la figura 73. Los dos polos de un imán o electroimán tienen un hueco cilíndrico, dentro del cual haremos girar a un conductor recto, cuyo corte transversal se ve en la figura, en forma de pequeños círculos. Determinaremos al valor y sentido de la f.e.m. inducida, para diversas posiciones de una vuelta completa alrededor del eje. Asignamos un cierto sentido al giro del conductor y al campo magnético.

Se observa inmediatamente que en la posición inicial (1), la dirección del movimiento es paralela a las líneas de fuerza;

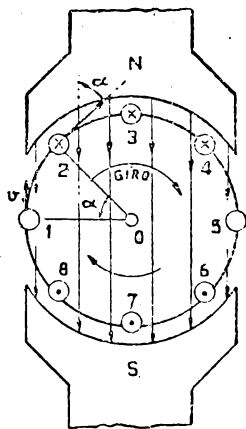


Fig. 73

en la posición (2), forma un ángulo  $\alpha$  con las mismas; en la (3), el conductor se mueve perpendicularmente a las líneas, y así sucesivamente. Como primera particularidad, el valor de la f.e.m. inducida no puede ser constante en toda la vuelta, pues ya sabemos la influencia que tiene en su valor el ángulo que forma la dirección del movimiento con las líneas de fuerza (§ 84).

Apliquemos ahora la regla de la mano derecha para encontrar el sentido de la f.e.m. inducida en el conductor, para cualquiera de las posiciones comprendidas entre la (1) y la (5), y veremos que, de acuerdo con el sentido de giro y del campo magnético, la f.e.m. tiene sentido entrante al papel, por lo que colocamos unas cruces dentro de los circuitos que representan los cortes del conductor en cada posición. Aplicamos la misma regla para las posiciones comprendidas entre la (5) y la (1), por la parte inferior, y vemos que la f.e.m. inducida tiene sentido contrario al de las posiciones superiores. Colocamos puntos dentro de los círculos. Salta a la vista la segunda característica de la f.e.m. inducida: durante la vuelta cambia de signo, correspondiendo un sentido determinado para media vuelta ( $180^\circ$  de giro), y sentido contrario para la otra media.

#### § 94) Valores instantáneos de la f.e.m. alternada.

Pasamos ahora a calcular los diversos valores que toma la f.e.m. en las sucesivas posiciones durante una vuelta completa. El valor de la misma está dado por la expresión ya vista para movimiento oblicuo (§ 84), que es:

$$e = \frac{H l v \sin \alpha}{10^8}$$

donde aparece en el numerador el factor correctivo que contempla la oblicuidad del movimiento. Si el campo magnético tiene la intensidad constante ( $H = \text{este}$ ) y la longitud del conductor también lo es ( $l = \text{este}$ ) y la velocidad del movimiento se mantiene invariable ( $v = \text{este}$ ), en la fórmula anterior queda una sola variable, que es:  $\sin \alpha$ . Las demás magnitudes pueden ser reemplazadas por los valores correspondientes, y colocar en la fórmula su equivalente numérico.

Tomemos, entonces, todas esas cantidades del segundo miembro, prescindiendo de  $\sin \alpha$ , y las agrupamos en un solo símbolo, con lo que se tiene:

$$e = \mathcal{E} \sin \alpha$$

y se nota enseguida que  $\mathcal{E}$  es el máximo valor que puede tomar la f.e.m. inducida, que se produce para las posiciones 3 y 7 de la vuelta completa, donde  $\alpha$  vale  $90^\circ$  y el  $\sin \alpha$  vale uno.

Los distintos valores  $e$ , que puede tomar la f.e.m. durante la vuelta, se denominan: *valores instantáneos*, y el valor  $\mathcal{E}$ , que sólo se produce dos veces durante una vuelta: *valor máximo*, *valor de cresta* o *amplitud* de la f.e.m.

Los valores instantáneos que se producen para sucesivas posiciones de una vuelta completa del conductor alrededor de su eje, son iguales a un valor máximo, que corresponde a la posición en que el desplazamiento se realiza perpendicularmente a las líneas de fuerza, multiplicado por el seno del ángulo que va formando dicha dirección con las líneas de fuerza. Luego, la variación de la f.e.m. es de carácter sinusoidal, pudiendo ser representada gráficamente por tal curva.

### § 95) Representación gráfica de la f.e.m. alternada.

Consideremos nuevamente la figura 73, pero marquemos los ángulos que forma la recta que une el conductor con el eje, con la misma recta de la posición inicial. Se notará enseguida que tales ángulos son idénticos a los  $\alpha$  de cada posición del conductor.

Podemos entonces representar gráficamente los valores instantáneos sucesivos de la f.e.m., partiendo de la posición inicial (1), para llegar a la misma nuevamente, pero después de haber dado una vuelta completa alrededor del eje.

Supongamos calculado el valor máximo, que es el valor instantáneo que se produce en la posición (3), es decir, que será igual a  $e_3$ . Los valores para cualquier otra posición serán iguales a ese máximo, multiplicados por el seno del ángulo que forma su posición con el origen o posición inicial, ángulo que varía desde  $0^\circ$  hasta  $360^\circ$ . Calculamos los sucesivos valores y

los llevamos al gráfico de la figura 74. Nótese que desde 0 hasta  $180^\circ$ , es decir, para la media vuelta superior, los valores de la f.e.m. son positivos, y los representamos hacia la parte de arriba del gráfico. Para la otra mitad, es decir, desde  $180^\circ$  hasta  $360^\circ$ , como el seno de esos ángulos es negativo, resultan valores negativos de la f.e.m. Esto ya lo sabíamos después de aplicar la regla de mano derecha (§ 93), pues se dedujo que la f.e.m. tenía distinto sentido en media vuelta que en la otra media.

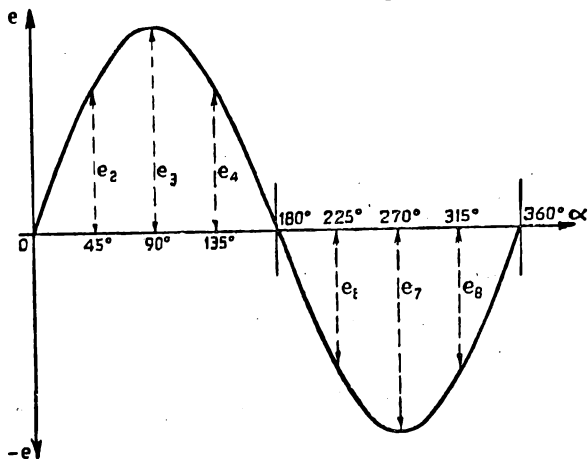


Fig. 74

Para las posiciones (1) y (5), la f.e.m. es nula, pues el conductor no corta líneas de fuerza. La fórmula confirma esta aseveración, pues el seno de  $0^\circ$  y de  $180^\circ$  son nulos. Los valores  $e_1$  y  $e_5$  son, entonces, nulos. Después de dar la vuelta completa, se produce un nuevo valor  $e_1$  nulo y se repite nuevamente todo el proceso. Cada vuelta del conductor alrededor del eje, tenemos una variación completa como la ilustrada en la figura 74, que se denomina: "ciclo". La duración de un ciclo, es decir, el tiempo que tarda el conductor en dar una vuelta se llama: "período". Así, si el conductor da 50 vueltas en un segundo, se producen 50 ciclos por segundo y el período será: 0,02 de segundo. Se lo designa con la letra T. El número de ciclos por segundo se denomina: *frecuencia*, y se le asigna la letra f.

La f.e.m. alternada tiene entonces la propiedad de que sus valores son variables desde cero a un máximo, para decrecer nuevamente a cero, cambiar de sentido, tomar un valor máximo,

igual al anterior, pero con signo contrario y llegar otra vez a cero. Así sucesivamente se repite el ciclo, tantas veces como vueltas dé el conductor alrededor del eje.

Si el conductor forma parte de un circuito cerrado, circulará una corriente cuyo valor estará dado, en cada instante, por la ley de Ohm, de manera que esa corriente experimentará las mismas variaciones que la f.e.m. Luego, el gráfico de la f.e.m. sirve también para la intensidad de corriente, la que tendrá también su valor máximo o de cresta y valores instantáneos variables, dados, en cada instante, o para cada ángulo  $\alpha$ , por la ley de Ohm.

En lugar de tomar sobre el eje de abscisas los ángulos que forma la posición del conductor con el comienzo del movimiento, se puede tomar el tiempo, partiendo del instante en que comenzó a girar el conductor. Como sabemos que una vuelta completa tarda un tiempo igual al período, se pueden reducir los ángulos a tiempos mediante la relación simple:

$$\frac{t}{T} = \frac{\alpha}{360}$$

y podemos obtener el gráfico de la figura 75, que da los valores de la f.e.m. o de la intensidad de corriente, en función del tiempo.

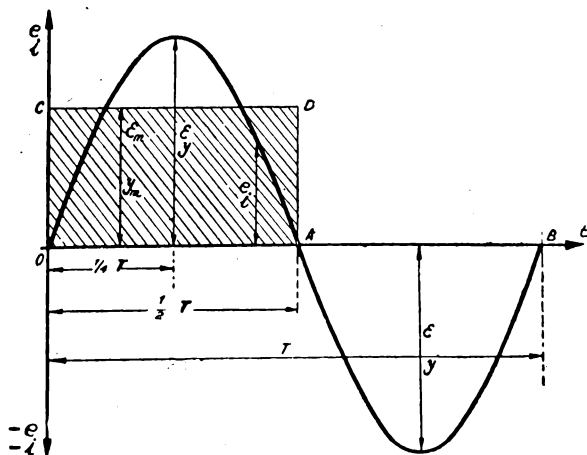


Fig. 75

transcurrido desde que comenzó el ciclo. El valor de cresta se produce para un tiempo  $t = \frac{1}{4} T$ , y la curva pasa por cero para

un tiempo  $t = \frac{1}{2} T$ . Inmediatamente veremos la comodidad de esta representación en función del tiempo, en lugar de la que toma los ángulos girados.

La amplitud o valor máximo de la tensión la designamos:  $\mathcal{E}$  y la intensidad:  $\mathcal{J}$ . Los valores instantáneos se representan con las letras:  $e$  y  $i$ , respectivamente. Entre ellos hay las siguientes equivalencias:

$$e = \mathcal{E} \sin \alpha \qquad i = \mathcal{J} \sin \alpha$$

#### Ejemplo 1.

Una tensión alternada tiene una amplitud de 200 Volt. Determinar el valor instantáneo para un ángulo de  $30^\circ$ .

#### Solución

Por la expresión vista en el párrafo 95, sabemos que entre el valor instantáneo y el de cresta existe una función sinusoidal:

$$e = \mathcal{E} \sin \alpha = 200 \times \sin 30^\circ = 200 \times 0,5 = 100 \text{ V.}$$

#### Ejemplo 2.

Una corriente alternada tiene un valor instantáneo de 2 Amper a  $1/6$  de período desde el origen. Calcular el valor máximo.

#### Solución

Hay que reducir la fracción de período a ángulo. Para ello hacemos uso de la proporcionalidad vista:

$$\frac{t}{T} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ}$$

De donde puede deducirse el valor del ángulo  $\alpha$ , por simple transposición de términos:

$$\alpha = \frac{360 \times t}{T} = \frac{360 \times 1 \times T}{6 \times T} = 60^\circ$$

Y ahora se aplica la expresión que liga al valor instantáneo con el de cresta:

$$\mathcal{J} = \frac{i}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{0,866} = 2,3 \text{ A.}$$

### § 96) Valor medio de la corriente alternada.

Si tomamos un ciclo completo de variación de la corriente (ver fig. 75), y queremos saber cuál es el promedio de los sucesivos valores que toma la misma, veremos que es cero, pues hay iguales valores positivos que negativos.

Por tal motivo, al referirnos al *valor medio*, consideraremos solo medio ciclo, que transcurre en medio período ( $\frac{1}{2} T$ ). Desde el punto O hasta el A, la corriente toma los sucesivos valores que corresponden a la mitad superior del ciclo. El valor medio es el promedio de todos esos valores.

Para visualizar el valor medio, tracemos un rectángulo OCDA, que encierre un área igual a la comprendida entre la curva y la porción OA del eje de los tiempos. La altura de ese rectángulo es el valor medio pedido. Para calcularlo, basta determinar el área encerrada entre la curva y el eje OA, y dividirla por la base. Ese cociente nos da la altura OC, del rectángulo de área equivalente.

Un procedimiento sería dividir al área del medio ciclo en pequeñas franjas verticales, calcular la superficie de cada franja y sumar la de todas ellas. El resultado sería aproximado. Para llevar a cabo esta operación, basta tener en cuenta que las alturas de las franjas no son otra cosa que los valores del seno del ángulo, referido a la posición inicial, multiplicados por el valor máximo (§ 94). Extremando la subdivisión, se llega al siguiente resultado:

$$J_m = \frac{2 J}{\pi}$$

donde  $J_m$  es el valor medio pedido e  $J$  el valor máximo o de cresta. Lo mismo podemos decir de la f.e.m., de manera que se tiene:

$$E_m = \frac{2 E}{\pi}$$

Más adelante veremos la utilidad del conocimiento de los valores medios de la tensión y corriente alternadas.

#### Ejemplo.

Calcular el valor medio de un semiciclo de una tensión alternada, cuyo valor máximo es 300 V.

Solución

El valor medio está ligado al de cresta por la expresión:

$$E_m = \frac{2 E}{\pi} = \frac{2 \times 300}{3,14} = 192 \text{ V.}$$



### § 97) Valor eficaz de la corriente alternada.

El valor medio, deducido recién, tiene poco valor práctico en las aplicaciones industriales de la corriente alternada. En efecto, para conocer la relación que hay entre ésta y la corriente continua, se debe considerar la equivalencia de efectos útiles. Así, si se utiliza una corriente alternada para producir trabajo, como ella es variable durante todo el tiempo que circula, hay que conocer el trabajo medio producido durante un ciclo, por ejemplo, y compararlo con el que produciría la corriente continua, para establecer cifras de relación entre ambas clases de corriente eléctrica. Como cada ciclo es igual al anterior, basta tomar uno de ellos para obtener el promedio de trabajo producido, que será idéntico al que se realiza en todos los ciclos siguientes.

Si un circuito eléctrico tiene una resistencia  $R$ , y está recorrido por una corriente continua de valor  $I$ , durante un tiempo cualquiera, el trabajo eléctrico desarrollado está dado por la expresión (§ 45):

$$\text{Trabajo} = I^2 R T$$

donde hemos tomado un tiempo igual a un período de la corriente alternada, para calcular el trabajo que produce dicha corriente durante un ciclo completo.

Una corriente alternada, de valor instantáneo  $i$ , al pasar por esa misma resistencia  $R$ , durante un brevísimo tiempo  $t$ , desarrolla un trabajo

$$i^2 R t$$

y durante un ciclo, el trabajo realizado se encuentra sumando los sucesivos valores que corresponden a los valores instantáneos de la intensidad, para cada instante  $t$ . Se tiene:

$$\text{Trabajo} = \Sigma i^2 R t$$

expresando con el símbolo: sumatoria, la proposición hecha más arriba.

Y como queremos encontrar la equivalencia de efectos útiles entre la corriente alternada y la continua, igualemos las dos expresiones del trabajo, con lo que se tiene, simplificando  $R$  que aparece en los dos miembros:

$$I^2 T = \Sigma i^2 t$$

Veamos la forma de representar gráficamente los dos miembros de esta igualdad. El segundo miembro está formado por dos factores: los cuadrados de los valores instantáneos sucesivos y los instantes de tiempo en que los mismos se producen. Luego, si tomamos una senoide que represente gráficamente la intensidad alternada (ver fig. 76) y elevamos al cuadrado cada valor instantáneo, se obtiene la curva (2), por cuadratura de las ordenadas de la (1).

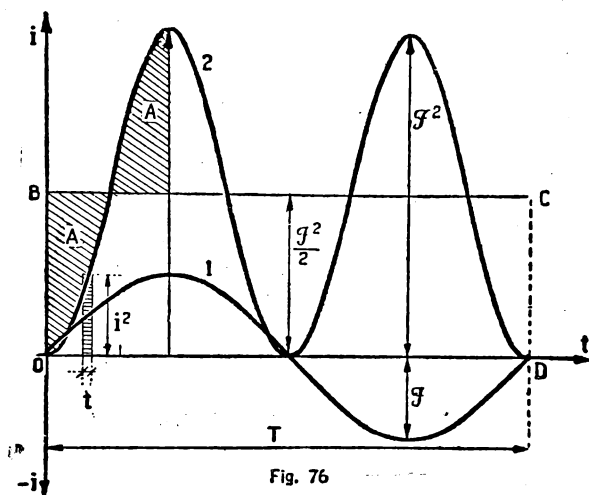


Fig. 76

Tracemos ahora un gran número de franjas como las indicadas con rayado horizontal en la figura 76 y calculemos la superficie de cada franja, que está dada por el área de un rectángulo, cuya base es el intervalo de tiempo  $t$ , y la altura el cuadrado de la intensidad instantánea  $i^2$ . Cada franja tiene, entonces, la superficie:

$$i^2 t$$

El área encerrada por la curva (2) y el eje de abscisas se obtiene sumando las áreas de todas las franjas comprendidas entre el punto O y el D, es decir que estará dada por:

$$\sum i^2 t$$

que es uno de los miembros de la igualdad anterior. Busquemos el otro  $I^2 T$ , que debe ser un rectángulo, puesto que  $I$  es constante. La base de ese rectángulo es el período  $T$ .

Tracemos la recta BC. que pasa a mitad de altura de la amplitud de la curva (2), y habremos formado el rectángulo OBCD. Las dos superficies A, rayadas en la figura son iguales, de modo que las partes excedentes hacia arriba de la recta BC, pueden calzar en los vacíos que deja la curva (2) en el rectángulo, lo que demuestra que la superficie de este rectángulo es igual al área encerrada por la curva (2) y el eje de abscisas. El rectángulo OBCD es el buscado. La superficie de este rectángulo está dada por el primer miembro de la igualdad básica propuesta, pero también puede ser expresada en función de las ordenadas de la curva (2). En efecto, la altura del mismo es la mitad de la amplitud de dicha curva, con lo que se tiene:

$$I^2 T = \frac{\mathcal{J}^2}{2} T$$

En esta igualdad se puede eliminar T de ambos miembros, y nos queda, finalmente:

$$I = \frac{\mathcal{J}}{\sqrt{2}} = 0,707 \mathcal{J}$$

Analícemos el resultado de nuestra deducción. La intensidad I, es el valor de una corriente continua que nos produciría el mismo efecto útil que la corriente alternada de amplitud  $\mathcal{J}$ , luego al valor I se lo llama: "*valor eficaz*" de la corriente alternada. Resulta de esto que si una corriente alternada tiene un valor máximo  $\mathcal{J}$ , el valor eficaz I es el que debería tener una corriente continua para producir el mismo trabajo útil.

En la técnica, se utiliza únicamente el valor eficaz de la corriente alternada, prestando de los valores máximos, medios e instantáneos. Con aquellos se taran las escalas de los instrumentos de medida y se indican las características de máquinas y artefactos eléctricos.

La misma deducción que hicimos para la intensidad la podemos hacer para la tensión alternada, puesto que el trabajo eléctrico puede expresarse en función de esta magnitud (§ 45), y se llegaría a que el valor eficaz de la tensión alternada está dado en función del valor de cresta, por la expresión:

$$E = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}} = 0,707 \mathcal{E}$$

Y de acuerdo con lo que antecede, diremos que una tensión o una corriente alternada equivale en efectos a magnitudes correspondientes de una corriente continua, de valores iguales a los eficaces de aquellas, cuando sus amplitudes son 1,414 veces mayores que la tensión o corriente continuas. En otras palabras, para la técnica se puede reemplazar una corriente alternada por una continua, siempre que se tome para la equivalencia, el valor eficaz de la primera igual al valor de la segunda. A título de curiosidad, diremos que el valor instantáneo de una corriente alternada alcanza una magnitud igual al valor eficaz para los ángulos de  $45^\circ$  y  $135^\circ$  en el semiciclo positivo, y para  $225^\circ$  y  $315^\circ$  en el negativo.

### Ejemplo 1.

¿Cuál es el valor de cresta de la tensión alternada de las redes industriales que utilizan 220 Volts eficaces?

Solución

Aplicando la relación vista más arriba, se tiene:

$$E = \frac{E}{0,707} = 1,414 \quad E = 1,414 \times 220 = 311 \text{ V.}$$

### Ejemplo 2.

Una corriente alternada tiene una amplitud de 20 Amper. Calcular el valor eficaz.

Solución

De acuerdo con la teoría expuesta, se puede escribir:

$$I = 0,707 \quad I = 0,707 \times 20 = 14,14 \text{ A.}$$

## § 98) Suma de corrientes alternadas.

En el estudio de la corriente continua, vimos que si se reunían en un nudo dos corrientes provenientes de distintas ramas del circuito, las mismas se sumaban para dar una intensidad total, de acuerdo con la primera ley de Kirchhoff (§ 41). Veamos lo que sucede si las corrientes que llegan al nudo son alternadas.

Supongamos que las dos corrientes tienen distinta amplitud o valor máximo (ver fig. 77), pero que provienen de conductores que giran juntos dentro de un mismo campo magnético: Si giran juntos, cuando uno de ellos pasa por la posición en que se anula la f.e.m., en el otro sucede lo mismo, y cuando pasa uno por la posición en que se corta perpendicularmente a las líneas de fuerza (f.e.m. máxima), el otro hará lo propio.

De esto resulta que, cuando una de las dos corrientes tiene su valor instantáneo nulo (punto O y  $t_2$  de la figura), la otra también vale cero; asimismo, cuando una pasa por su máximo (instantes  $t_1$  y  $t_3$ ), la otra tiene también en ese instante, su valor máximo o de cresta.

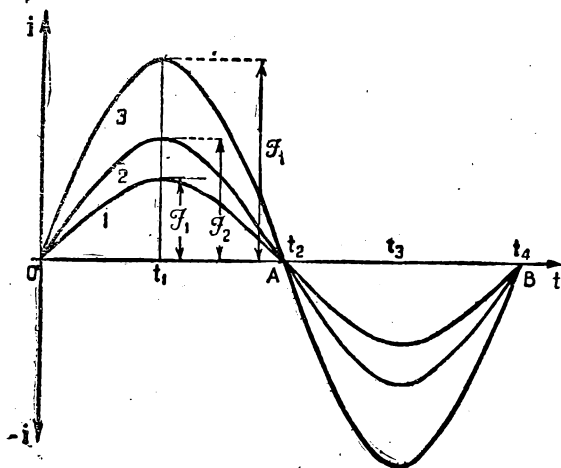


Fig. 77

Cuando dos o más corrientes o tensiones alternadas tienen esa característica, se dice que están *en fase*. Luego, para que dos o más corrientes o tensiones alternadas estén *en fase*, es menester que coincidan en todo tiempo los instantes en que se producen los máximos y los valores nulos en todas ellas.

En las condiciones señaladas, la suma de dos o más corrientes o tensiones se hace directamente, sumando los valores para cada instante de tiempo (fig. 77), obteniéndose otra senoide cuya amplitud es igual a la suma aritmética de los valores máximos de todas las sinusoides sumadas. No es necesario, entonces, hacer el gráfico de todas las corrientes que intervienen,

pues basta sumar primero los valores de cresta de todas ellas, y dibujar después, solamente, la curva que representa la corriente total (curva 3 en la figura).

En la práctica se trabaja con valores eficaces, de manera que se da cada corriente por su respectivo valor eficaz. La suma de varias corrientes alternadas que están *en fase* será:

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3$$

resultando el valor eficaz de la corriente total, igual a la suma de los valores eficaces de las corrientes parciales.

Veamos que sucede si en lugar de considerar dos conductores que giran juntos dentro del campo magnético, los colocamos separados sobre la periferia del cilindro que describen al girar. La velocidad de rotación es la misma para los dos, pero están distanciados formando un ángulo  $\varphi$  con el eje. En la posición indicada en la figura 78, la f.e.m. inducida en el conductor

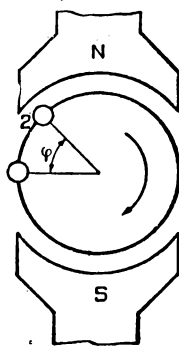


Fig. 78

(1) será nula, pero en el (2) tiene un cierto valor. Cuando el (2) llegue a la posición superior, donde la f.e.m. será máxima, el (1) todavía no habrá llegado. Y así sucesivamente, durante toda la vuelta se mantendrá la diferencia entre los instantes en que se producen los máximos y los puntos nulos en ambos conductores. En tales condiciones, se dice que las dos f.e.e.mm. *no están en fase*, o están *defasadas* de un ángulo  $\varphi$ .

Si los dos conductores forman parte de un circuito cerrado, darán lugar a la circulación de corrientes, cuyas variaciones acompañarán a las respectivas f.e.e.mm. Luego las dos corrientes estarán defasadas del mismo ángulo  $\varphi$ .

En la figura 79 se han representado gráficamente las dos sinusoides (1 y 2), correspondientes a las dos corrientes mencionadas, tomando el mismo eje de los tiempos para ambas. Sabemos que hay una equivalencia simple entre ángulos girados y tiempos empleados para ello, de manera que el ángulo de defasaje entre las dos corrientes está representado por el intervalo de tiempo AB (§ 95).

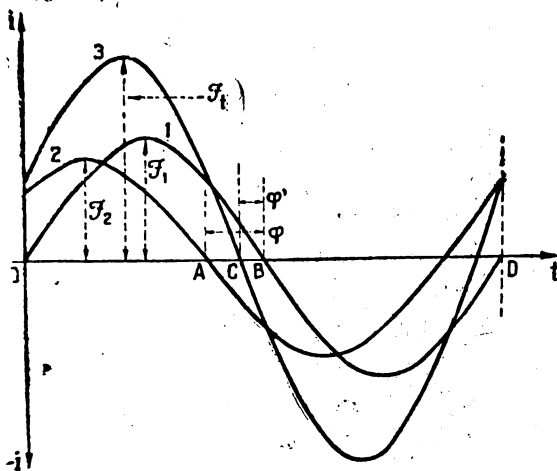


Fig. 79

Los máximos de la corriente (2) se producen antes que los de la (1), luego decimos que la primera adelanta con respecto a la segunda. Cuando dos corrientes o dos tensiones están defasadas, la que tiene sus máximos primero adelanta con respecto a la otra. Es claro que hay que considerar como máximo  $180^\circ$  de defasaje, porque sino se tomaría equivocadamente el semiciclo siguiente. Así, en la figura 79, se hubiera podido considerar que la (1) adelanta, si se espera más de  $\frac{3}{4}$  de ciclo, hasta que se produzca el otro máximo positivo de la (2).

Sumemos ahora las dos intensidades defasadas, punto por punto, mediante adición de las ordenadas de las dos curvas (1) y (2) de la figura, y obtendremos otra senoide, la (3), cuyo máximo se produce antes que la de la (1), pero después que la de la (2).

Luego la suma de dos o más corrientes alternadas defasadas da otra corriente alternada, cuyo valor de cresta no es la suma

aritmética de todos los valores máximos de las corrientes parciales, sino que es menor. El defasaje que guarda la corriente total con las parciales es tal, que está comprendido entre las más adelantadas y las más atrasadas. Así, el punto C en la figura, da el defasaje entre la corriente total y las dos parciales.

El procedimiento de sumar varias tensiones o corrientes alternadas defasadas entre sí, es, como se ve, bastante engorroso, pues hay que sumar para cada instante los valores que se producen en cada corriente o tensión parcial. No es el expuesto el método utilizado en la técnica para resolver el problema, sino que se recurre a otro mucho más simple y rápido, que se basa en los diagramas vectoriales. Tiene la ventaja de que ni siquiera es necesario dibujar las sinusoides parciales, lo que ya representa una simplicidad, si no tuviera otras.

Además, con los diagramas vectoriales se puede trabajar con valores de cresta o eficaces, según se desee, mientras que con los gráficos sinusoidales se obtienen siempre valores de cresta, que se deben reducir luego a sus respectivos valores eficaces.

### § 99) Representación vectorial.

En las aplicaciones prácticas de la corriente alternada, no interesan las variaciones que se producen durante cada ciclo, ya que las mismas son perfectamente conocidas, y suceden en tiempos tan breves que no se pueden hacer observaciones directas. Interesan, en cambio, las diferencias de fase entre las corrientes, o entre las tensiones y las corrientes, y los valores eficaces de todas esas magnitudes.

Por este motivo, se puede simplificar la representación de la corriente alternada, de modo que sólo se tenga en cuenta la magnitud y el defasaje, pues conociendo esos dos valores, se puede reproducir el diagrama sinusoidal con facilidad.

Cada senoide se la reemplaza por un vector (ver figura 80), cuya longitud representa, en escala, la magnitud de la corriente o la tensión, según el caso. Para indicar la fase, se toman ángulos a partir

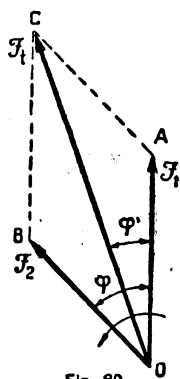


Fig. 80



de una recta vertical de referencia y considerando que los vectores giran en sentido contrario a las agujas del reloj. Los ángulos tomados en este sentido serán positivos y los de sentido contrario, negativos.

Tomando las dos corrientes de la figura 79, la (1) está representada por un vector vertical OA, cuya longitud es proporcional a la amplitud de la curva (1). Lo tomamos vertical, coincidente con la recta de referencia de las fases, porque supusimos que a la corriente (1) la teníamos como fase de referencia. La corriente (2) adelanta un ángulo  $\varphi$  respecto de la (1), luego el vector que la representa debe estar hacia la izquierda, formando con el OA el mismo ángulo  $\varphi$ . Es el vector OB de la figura 80, cuya longitud es proporcional al valor de cresta de la curva (2) de la figura 79. La proporción tomada para dibujar OA y OB debe ser la misma, es decir que la escala empleada para todas las intensidades debe ser única, y lo mismo para las tensiones, aunque es lógico que difieran entre sí ambas escalas, de intensidad y tensión.

Veamos ahora la suma de las dos corrientes (1) y (2), que están representadas por los vectores OA y OB, respectivamente.

Para sumar vectores se emplea la llamada: "*regla del paralelogramo*", que consiste en completar dicha figura, de la cual los dos vectores forman dos lados. Así, por el extremo A, se traza una recta AC, paralela a OB, y por el extremo B se traza una BC, paralela a OA. El punto C obtenido por intersección de las dos rectas trazadas, es el vértice del paralelogramo pedido. La diagonal OC del mismo es la resultante de los lados OA y OB, es decir, será la corriente total, suma de las (1) y (2), medida en la misma escala que ellas.

El ángulo que forma la resultante OC con el vector OA, es el de adelanto de la corriente total con respecto a la corriente (1), que estaba dado en la figura 79 por el segmento CB.

El mismo procedimiento se aplica para sumar tensiones, y para los casos en que, en lugar de dos vectores, se tengan varios.

## § 100) Diagramas vectoriales.

En la práctica, la representación vectorial se hace tomando valores eficaces para las tensiones e intensidades. La escala con

que se dibujan las tensiones debe ser única, y lo mismo para las intensidades. Las dos escalas no necesitan guardar ninguna relación entre sí.

Veamos como se resuelve el caso de suma de varios vectores. Tomemos (fig. 81) tres tensiones dadas en escala por sus valores eficaces  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$ . La última es la más adelantada y la primera la más atrasada, en la fase relativa entre las tres.

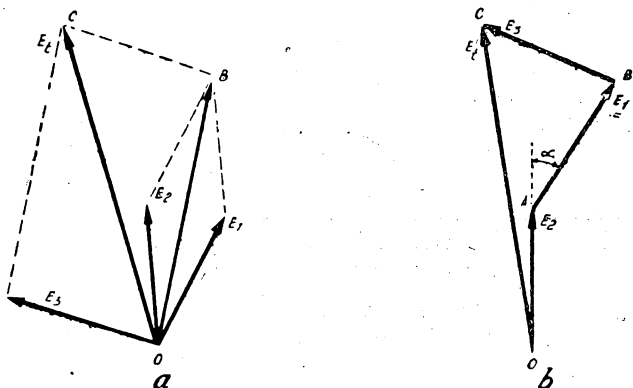


Fig. 81

La suma se puede hacer por dos procedimientos, uno de los cuales se describió en el párrafo anterior (parte a, de figura 81). Formemos el paralelogramo con dos cualesquiera de los tres vectores, por ejemplo  $E_1$  y  $E_2$ , trazando por el extremo de  $E_1$  una paralela a  $E_2$  y por el extremo de  $E_2$  una paralela a  $E_1$ . El punto B obtenido permite trazar la diagonal del paralelogramo OB, que es la resultante parcial, o suma parcial de las dos tensiones  $E_1$  y  $E_2$ . Este vector se debe sumar con el  $E_3$ , para lo cual, por el punto B se traza la paralela a  $E_3$ , y por el extremo de este último una paralela a OB. El punto C, obtenido, permite trazar la diagonal del paralelogramo, vector OC, que es la resultante total, suma de las tres tensiones dadas. El ángulo que forma con cada uno de los tres vectores dados, es el desfase que guarda con ellos.

El procedimiento se repite para cualquier número de vectores, tomándo siempre dos de ellos, hallando la resultante parcial, la que se suma con el vector siguiente, y así sucesivamente.

El otro método consiste en tomar por el extremo de uno de los vectores (punto A, en la parte b, fig. 81), una recta que

represente otro cualquiera de ellos. y por el nuevo extremo, el otro vector, en dirección y sentido, y así sucesivamente. Así, si tenemos los mismos vectores de la parte a, de la misma figura, para sumar, se toma uno cualquiera de ellos, el  $E_2$ , por ejemplo. Por su extremo A se traza el  $E_1$ , con dirección y magnitud que le corresponden, es decir que si  $E_1$  atrasa un ángulo  $\alpha$  con respecto a  $E_2$ , ese ángulo se toma como aparece en la figura. La distancia AB representa el valor eficaz de  $E_1$ . Por el punto B se traza el vector  $E_3$ , también con la dirección y magnitud correspondiente, llegando al punto C. Uniendo O con C, se tiene el vector resultante de los tres dados, que es la tensión total, suma de las tres dadas. La figura formada resulta un polígono. La recta que se debe trazar entre el punto inicial y final de la línea quebrada para cerrar el polígono, es la resultante de todos los vectores que forman tal línea quebrada. Como se ve, el vector OC resulta idéntico, por cualquiera de los dos procedimientos indicados en la figura 81.

Estos diagramas se llaman: *vectoriales*, y pueden incluirse en un mismo gráfico los vectores correspondientes a las intensidades y a las tensiones, cada uno con longitud correspondiente a los respectivos valores eficaces. Es evidente que esto no quiere decir que vamos a sumar tensiones con corrientes, sino que conviene colocar esas dos magnitudes en un mismo diagrama, para ver el defasaje que hay entre ambas. De esto resultará que la corriente, en un circuito, atrasa o adelanta con respecto a la tensión alternada aplicada al mismo, como se verá oportunamente.

## CAPÍTULO XIII

### CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNADA

#### § 101) Efecto de la inductancia.

Al pasar corriente eléctrica por un conductor se produce un campo magnético a su alrededor (§ 66), cuya intensidad depende del valor de dicha corriente. Si en lugar de un conductor lineal, tenemos una bobina, el campo es más intenso, y se mantiene la dependencia entre su intensidad y la de la corriente (§ 70). Si la corriente es constante, el campo lo será, y si es variable, el campo seguirá sus variaciones, pues en cada instante se cumple la proporcionalidad aludida.

En una bobina recorrida por corriente alternada se produce, entonces, un campo magnético alternado, es decir, un campo cuya variación es sinusoidal, con valores máximos y nulos, y teniendo un sentido durante medio ciclo de la corriente y sentido contrario durante el otro medio. Cualquier senoide como la OCF de la figura 82 puede representar gráficamente tal campo magnético, bastando que el valor de cresta sea proporcional al máximo valor que toma el campo. Al ser variable el campo magnético, sus líneas de fuerza barrerán continuamente a los conductores de la bobina, y se inducirá en ella una f.e.m. de autoinducción (§ 89), cuyo valor está dado por la ley de Faraday, en función de las variaciones de flujo (§ 90):

$$e = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

es decir, por el producto del coeficiente de autoinducción o inductancia de la bobina, por la relación entre las variaciones de la corriente y los intervalos de tiempo en que las mismas se producen. Como disponemos de un gráfico de la variación de la

corriente (sinusoide OCF de fig. 82), será fácil calcular el valor de la f.e.m. inducida.

En efecto, dividimos a la sinusoide en franjas verticales, como las que hemos trazado en los puntos A, B, C, D y F, cuyo ancho es el intervalo de tiempo  $\Delta t$ . La franja tiene distinta altura inicial y final, y la diferencia entre ambas da, precisamente, la variación que experimenta la corriente en el intervalo  $\Delta t$ .

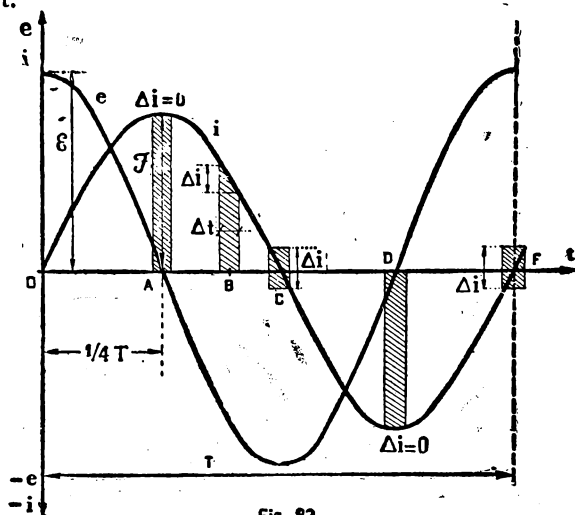


Fig. 82

Veamos para el punto A lo que sucede. Las intensidades inicial y final de la franja son iguales, luego la variación de corriente es nula, y también lo será la f.e.m. inducida. Lo mismo pasa para el punto D, de modo que la f.e.m. de autoinducción es nula cuando la corriente es máxima, pues allí no hay variación de dicha corriente.

En puntos intermedios como el B, por ejemplo, la variación está dada por la diferencia entre la corriente final y la inicial de la franja, variación que es negativa para las zonas en que la curva de  $i$  es descendente, y positiva cuando es ascendente. El máximo valor de la variación se produce en los puntos O, C y F, donde la corriente pasa por el valor cero. En los demás puntos se tienen variaciones menores, y cada vez más pequeñas a medida que nos acercamos a los puntos A y D.

Calculando prolijamente, para todo el gráfico, la expresión dada más arriba, se obtiene la representación gráfica de la f.e.m. de autoinducción, que es sinusoidal, curva  $e$  de la figura. Luego la f.e.m. inducida por una corriente alternada en la bobina es también alternada.

La característica sobresaliente de dicha f.e.m. es que adelanta en la fase un cuarto de ciclo con respecto a la corriente que la produce, pues vemos que los máximos de ella están  $90^\circ$  antes que los de la corriente. Podemos decir también, que la corriente en la bobina atrasa un cuarto de ciclo o  $90^\circ$  con respecto a la tensión entre los bornes.

Mediante un diagrama vectorial, podemos poner de manifiesto el ángulo de defasaje, en la forma ilustrada en la figura 83. La corriente atrasa  $90^\circ$ , para el sentido de giro adoptado en el sistema vectorial.

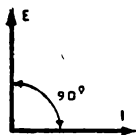


Fig. 83

### § 102) Valor de la f.e.m. de autoinducción.

Volvamos a la figura 82, y calculemos el valor de la f.e.m. inducida en un cuarto de período, o sea, en el intervalo comprendido entre el punto O y el A.

La variación de corriente entre esos puntos es:

$$\Delta i = \mathcal{I} - 0 = \mathcal{I}$$

y el intervalo de tiempo es un cuarto del período, es decir:  $T/4$ .

La f.e.m. inducida en O es máxima y en A es nula. Calcularemos el valor medio de dicha f.e.m. inducida en ese período, que estará dado por la expresión vista en el párrafo anterior:

$$\mathcal{E}_m = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{4}{T} \mathcal{I} L$$

pero como la relación entre el valor medio y el de cresta es conocida (§ 96), podemos calcular la amplitud de la f.e.m. en lugar de

su valor medio, bastando multiplicar la expresión obtenida por la equivalencia entre ambos valores. Se tiene:

$$\mathcal{E} = L \frac{\pi}{2} \frac{4 \mathcal{J}}{T} = \frac{2 \pi L \mathcal{J}}{T}$$

Ahora bien, la inversa del período, es decir, la inversa del tiempo que tarda en producirse un ciclo, es el número de ciclos por segundo, que hemos llamado: *frecuencia*. Luego, en lugar de  $1/T$  podemos poner  $f$ . Además, como entre los valores eficaces y máximos de la tensión y la corriente existe la misma relación, podemos cambiar a la vez en ambos miembros los valores de cresta, que tenemos, por los respectivos eficaces. Se tiene:

$$E = 2 \pi f L I$$

que es el valor eficaz de la f.e.m. de autoinducción.  $L$  está dado en Henry,  $I$  en Amper y  $E$  en Volt. Al producto  $2 \pi f$  se lo llama: *pulsación*, dándole el símbolo:

$$\omega = 2 \pi f$$

El cociente entre la f.e.m. inducida y la intensidad de corriente nos da:

$$\frac{E}{I} = \omega L = X$$

y tiene el carácter de una resistencia, se mide en Ohm y se llama: "*reactancia inductiva*". Luego,  $X$  es la reactancia inductiva de la bobina, y está dada por el producto de la pulsación por el coeficiente de autoinducción de la misma. Nótese que la reactancia depende de la frecuencia (la pulsación es:  $2 \pi f$ ), de modo que cuanto mayor sea ésta, mayor será la resistencia aparente que ofrece la bobina al paso de la corriente alternada.

#### Ejemplo 1.

Por una bobina de inductancia igual a 0,5 Henry, circula una corriente alternada de 3 Amper eficaces y frecuencia igual a 50 ciclos por segundo. Determinar el valor de la f.e.m. de autoinducción.

Solución

Aplicando la expresión ya vista, se tiene:

$$E = 2 \pi f L I = 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,5 \times 3 = 471 \text{ V.}$$

#### Ejemplo 2.

¿Cuál será la inductancia de una bobina, si al ser recorrida por una corriente alternada de 5 Amper eficaces, se induce una tensión

de autoinducción de 800 Volt eficaces? La frecuencia de la corriente es de 60 c/s.

#### Solución

Calculamos el valor de la reactancia inductiva de la bobina, haciendo el cociente entre la tensión y la intensidad:

$$X = \frac{E}{I} = \frac{800}{5} = 160 \, \Omega$$

Y puesto que la reactancia inductiva es igual a:

$$X = 2\pi f L$$

El valor de la inductancia será:

$$L = \frac{X}{2\pi f} = \frac{160}{2 \times 3,14 \times 60} = 0,42 \, \text{Hy.}$$

### § 103) Efecto de la capacidad.

Si se aplica a las armaduras de un condensador una diferencia de potencial  $V$ , acumula una cantidad de electricidad dada por el producto de su capacidad por esa diferencia de potencial (§ 24):

$$Q = C V$$

en cuya expresión suponemos a  $C$  y  $V$  constantes, de modo que la carga del condensador dura un cierto tiempo, y luego se mantiene hasta que se descarga, uniendo las armaduras con un conductor. Esto es lo que pasa si se conecta un condensador a un circuito de corriente continua. Durante el tiempo de la carga, hay un transporte de electricidad, que puede asimilarse a una corriente eléctrica, pero una vez cargado el condensador, cesa la circulación de cargas, es decir, no pasa corriente alguna por el circuito.

Conectemos el mismo condensador a una diferencia de potencial alternada. Durante el semiciclo positivo, habrá un transporte de cargas en un sentido, y durante el otro semiciclo, el transporte se cumplirá en sentido contrario. En ningún momento se interrumpe en movimiento de cargas eléctricas, por lo que puede suponerse que la corriente circula por el circuito. Falta saber qué carácter tiene esa corriente, y cuál es su valor.

Al no ser constante la tensión aplicada, por ser alternada, no podemos aplicar la fórmula dada más arriba, sino a pequeños intervalos de tiempo, de manera que durante ellos habrá un transporte de cargas, proporcional a la capacidad del condensador y a la variación de tensión durante dicho intervalo. Podemos escribir:

$$\Delta q = C \Delta e$$



donde  $\Delta q$  es la pequeña carga transportada entre las armaduras, a través del dieléctrico, para un incremento de tensión  $\Delta e$ .

Pero ese transporte de cargas dura un tiempo determinado, que es, precisamente, el que tarda en producirse la variación de tensión  $\Delta e$ , de modo que podemos escribir, en lugar de la carga, su equivalente (§ 32), que es el producto de la intensidad de corriente por el tiempo que dura la circulación.

$$\Delta q = i \Delta t$$

y que reemplazada en la expresión dada más arriba, permite obtener:

$$i = C \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

lo que dice que la supuesta corriente a través del condensador, es igual al producto de la capacidad del mismo por la relación entre las variaciones de tensión y el intervalo de tiempo en que ellas se producen. Esto nos dice que la corriente será variable en magnitud y signo, puesto que las variaciones de tensión también lo son.

Veamos la figura 84. La curva OCF es la sinusoide que corresponde a la tensión aplicada entre las armaduras del conden-

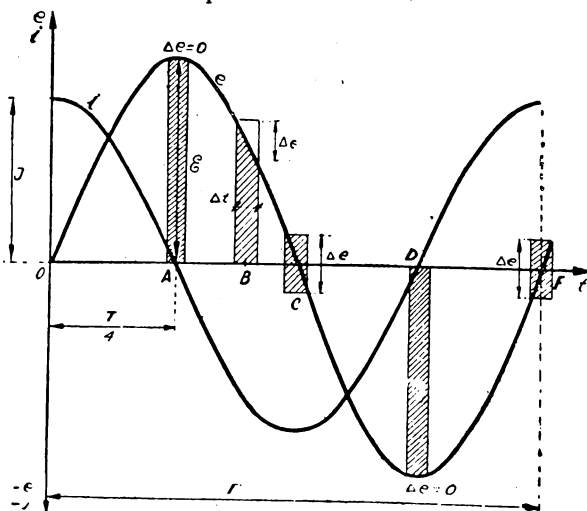


Fig 84

sador. Dividamos el período T en pequeños intervalos  $\Delta t$ , y tendremos franjas verticales, como la trazada en el punto B.

En los puntos A y D, la variación de tensión es nula, pues al principio y fin de la franja tenemos los mismos valores instantáneos, de modo que en esos instantes la corriente vale cero.

La curva que da las variaciones de la corriente pasa por los puntos A y D.

El máximo de variación de tensión se produce para los puntos O, C y F, de modo que en esos instantes tendremos los máximos de la corriente, de acuerdo con la expresión que da  $i$ . La variación en C es negativa, pues la tensión va disminuyendo, de modo que en C tendremos un máximo negativo. En O y en F tenemos los máximos positivos.

Calculando prolijamente para cada franja el valor de la intensidad, se obtiene la curva sinusoidal que pasa por A y D, luego podemos afirmar que la corriente será alternada. Además, se nota que su máximo está un cuarto de ciclo antes que el de la tensión, luego la corriente en el condensador adelanta  $90^\circ$  con respecto a la tensión aplicada entre las armaduras.

Haciendo el diagrama vectorial respectivo, colocaríamos el vector representativo de la corriente, adelantando  $90^\circ$  respecto de la tensión, como se ve en la figura 85.

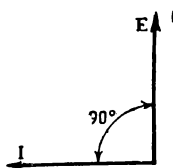


Fig. 85

### § 104) Valor de la corriente producida.

Volvamos a la figura 84 y consideremos un cuarto del período, comprendido entre O y A. En O la corriente es máxima y en A es cero. Calcularemos el valor medio producido durante ese intervalo, de acuerdo con la expresión obtenida más arriba.

La tensión pasa del valor cero al valor de cresta, luego la variación que se produce entre O y A es:

$$\Delta e = \mathcal{E} - 0 = \mathcal{E}$$

y el intervalo de tiempo, vale, en este caso, un cuarto de período, o sea:  $T/4$ .

El valor medio de la corriente será:

$$\mathcal{J}_m = C \frac{4 \mathcal{E}}{T}$$

pero como la relación entre el valor medio y el de cresta es conocida (§ 96), podemos obtener la amplitud de la corriente en lugar de su valor medio, multiplicando por la equivalencia respectiva. Tenemos:

$$\mathcal{J} = \frac{\pi}{2} C \frac{4 \mathcal{E}}{T} = \frac{2 \pi C \mathcal{E}}{T}$$

Pero tenemos en esta fórmula el período en el denominador, o sea a la inversa del mismo como factor. Ya sabemos que  $1/T = f$ , pues el período es la duración de un ciclo, y su inversa da el número de ciclos por segundo, o sea la frecuencia  $f$ . Además, en la fórmula anterior podemos tomar valores eficaces para la tensión y la intensidad de corriente, pues aparecen en ambos miembros los valores de cresta, de modo que el coeficiente numérico de reducción se anula. Nos queda:

$$I = 2 \pi f C E$$

que da el valor eficaz de la corriente en el condensador, en Amper, si  $C$  se toma en Farad y  $E$  en Volt.

Ya sabemos que  $2 \pi f$  es la pulsación:

$$\omega = 2 \pi f$$

de modo que puede utilizarse este símbolo en la expresión de la corriente. Haciendo el cociente entre la tensión  $v$  la intensidad, se tiene:

$$\frac{E}{I} = \frac{1}{\omega C} = X$$

que tiene el carácter de una resistencia, se mide en Ohm, y se llama: "*reactancia capacitiva*". Luego  $X$  representa, en este caso, la resistencia aparente que ofrece el condensador al paso de la corriente alternada. El valor de la reactancia depende de la frecuencia, notándose que disminuye, al crecer ésta, pues la pulsación ( $2 \pi f$ ) figura en el denominador.

En la práctica suele expresarse la capacidad en micro-Farad, en lugar de Farad, por lo que hay que hacer la reducción respec-

tiva, es decir, dividirla por  $10^6$ . Puede colocarse en la expresión de  $X$  el factor de reducción, en la siguiente forma:

$$X = \frac{10^6}{\omega C}$$

que es válida para los casos en que  $C$  está dada en micro-Farad.

#### Ejemplo.

Un condensador está conectado en un circuito de corriente alternada. En serie con el mismo está conectado un amperímetro que acusa una intensidad de 2,76 A. Un voltímetro conectado entre las armaduras del condensador indica una tensión de 220 Volt. La frecuencia de la red es de 50 c/s. Determinar la capacidad del condensador.

#### Solución

Sabemos que los instrumentos de medida indican valores eficaces. Luego el cociente entre las indicaciones de ambos nos da la reactancia capacitiva del condensador:

$$X = \frac{E}{I} = \frac{220}{2.76} = 79,7 \, \Omega$$

Y de la expresión de la reactancia capacitiva se deduce el valor de la capacidad:

$$C = \frac{10^6}{2\pi f X} = \frac{1000000}{2 \times 3,14 \times 50 \times 79,7} = 40 \, \mu F$$

El resultado da en microFarad, porque se ha colocado en el numerador la cantidad  $10^6$ , que reduce Farad a microFarad.

### § 105) Circuitos con resistencia e inductancia.

En un circuito de corriente alternada en que solamente se halle intercalada una resistencia, se cumple la ley de Ohm dada para corriente continua, pues en cada momento el cociente entre los valores instantáneos de la tensión y la intensidad da el valor de dicha resistencia. En particular, para los valores eficaces también se cumple esa relación, de modo que podemos escribir:

$$I = \frac{E}{R}$$

Se acostumbra a llamar: "*resistencia óhmica*" a la resistencia eléctrica pura de los conductores en circuitos de corriente alternada, para diferenciarla de la resistencia aparente o reactancia, de carácter inductivo o capacitivo.

Supongamos tener una bobina, construída arrollando un alambre conductor sobre un núcleo. El alambre presenta al paso de la corriente cierta resistencia óhmica, pero además, por tratarse de un solenoide, tiene cierta inductancia, produciéndose, en consecuencia, fenómenos de autoinducción en cuanto pase por ella corriente alternada. Luego la bobina presenta resistencia y reactancia inductiva al paso de la corriente. Veamos como se combinan esos dos efectos.

A fin de facilitar la comprensión del fenómeno, podemos imaginar separadas a la resistencia y la inductancia de la bobina, en la forma como se ve en la figura 86. El problema es general, de manera que  $R$  puede ser la resistencia óhmica de la bobina o una resistencia independiente cualquiera. La bobina  $L$  está desprovista de resistencia.

Al pasar la corriente  $I$  por la resistencia  $R$ , se produce una caída de tensión, cuyo valor sabemos calcular (§ 39):

$$E_R = IR$$

y al pasar la misma corriente por la bobina  $L$ , da lugar al fenómeno de autoinducción, y se inducirá una f.e.m., que aparece entre los bornes de la bobina, cuyo valor es (§ 102):

$$E_L = IX = I\omega L$$

Hagamos el diagrama vectorial para ver la ubicación relativa de esas dos tensiones. Tomemos la corriente  $I$  en una dirección cualquiera (ver fig. 87). La caída en la resistencia está en fase con la corriente, puesto que no se produce ningún defasaje, luego

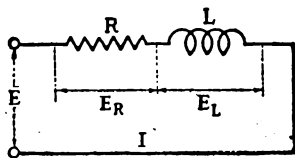


Fig. 86

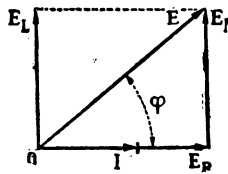


Fig. 87

el vector  $E_R$  lo tomamos en la dirección de  $I$ . La f.e.m. de autoinducción adelanta  $90^\circ$  con respecto a la intensidad (§ 101), de modo que ese vector debe ser perpendicular al de  $I$ , y en adelante. La suma vectorial de las dos tensiones da la tensión total  $E$  del circuito, o tensión en la toma  $E$ . El ángulo que forma con la corriente  $I$  es

el defasaje del circuito, o atraso de la corriente con respecto a la tensión en los bornes.

De manera que si aplicamos a un circuito como el propuesto una tensión  $E$ , circulará una corriente  $I$ , que atrasa del ángulo  $\varphi$  con respecto a aquella. Calculemos el valor de  $I$ :

El vector  $E_L$ , tensión en los bornes de la bobina, lo podemos dibujar sobre el extremo de  $E_R$ , en lugar de partir del punto  $O$ , con lo que se formará un triángulo rectángulo, en el cual se cumple el teorema de Pitágoras:

$$E^2 = E_R^2 + E_L^2$$

pero podemos substituir los dos términos del segundo miembro por sus respectivos equivalentes, en función de la intensidad  $I$ , y se tiene:

$$E^2 = I^2 R^2 + I^2 X^2$$

ecuación que permite despejar  $I$ , mediante extracción de la raíz cuadrada, y ordenación de sus términos. Resulta:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

donde la tensión  $E$  se mide en Volt, la intensidad  $I$  en Amper, y las resistencia  $R$  y reactancia inductiva  $X$  en Ohm.

### § 106) Ley de Ohm para corriente alternada. Triángulo característico.

Examinemos la última expresión obtenida. El numerador es la tensión en los bornes del circuito. El denominador tiene carácter de una resistencia, pues se mide en Ohms. Todo el denominador substituye a la resistencia pura de la ley de Ohm.

Por tal motivo, a esa expresión de la corriente en un circuito de corriente alternada se la llama: ley de Ohm para tales circuitos. Al denominador, se lo designa: "*impedancia*".

La ley de Ohm para corriente alternada se escribe, entonces, así:

$$I = \frac{E}{Z}$$

donde  $Z$  es la impedancia, que está dada por:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Volvamos al diagrama vectorial de la figura 87, y dividamos los tres lados del triángulo rectángulo formado por las tres tensiones, por la intensidad  $I$ . El vector  $E_R$  dividido por  $I$ , da la resistencia  $R$ . El  $E_L$  dividido por  $I$ , da la reactancia inductiva  $X$ . Y, finalmente, la tensión  $E$ , que es igual al producto  $I Z$ , de acuerdo con lo visto recién, dividida por  $I$  queda  $Z$ . Un triángulo al que dividimos sus tres lados por una misma cantidad, guarda la proporción entre sus lados y conserva sus ángulos, es decir, se obtiene otro triángulo semejante al primero. Lo hemos dibujado en la figura 88.

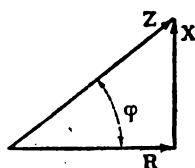


Fig. 88

Los catetos de ese triángulo son la resistencia óhmica y la reactancia inductiva y la hipotenusa es la impedancia. El ángulo entre  $Z$  y  $R$  es el de defasaje entre la corriente en el circuito y la tensión en los bornes. Ese triángulo se denomina: "*característico*" del circuito.

De dicho triángulo se puede deducir el valor del defasaje, mediante el coseno trigonométrico:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

de modo que se puede conocer de antemano el defasaje que tendrá la corriente con respecto a la tensión, mediante el conocimiento de las características del circuito. La impedancia se puede medir, o calcular, pues está formada por la suma geométrica de la resistencia óhmica y la reactancia inductiva, cuya valor sabemos que es:

$$X = \omega L = 2 \pi f L$$

donde si se toma  $L$  en Henry resulta  $X$  en Ohm.

Ya hemos dicho que la resistencia  $R$  puede formar parte independientemente del circuito, o ser únicamente el valor de la resistencia que presenta el alambre de la bobina.

**Ejemplo**

Una resistencia de 40 Ohm se conecta en serie con una bobina de inductancia igual a 0,1 Henry. El conjunto se conecta a la red de 220 Volt (ver figura 86), y frecuencia 50 c/s. Determinar el valor de la intensidad de corriente y el ángulo de atraso que guardará ésta con respecto a la tensión.

**Solución**

Previamente se calcula la reactancia inductiva de la bobina:

$$X = 2\pi f L = 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,1 = 31,4 \, \Omega$$

Ahora se determina la impedancia del circuito serie, mediante la fórmula conocida:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{40^2 + 31,4^2} = 50,8 \, \Omega$$

La intensidad de corriente está dada por el cociente entre la tensión y la impedancia:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{220}{50,8} = 4,33 \, A.$$

El ángulo de atraso de esta corriente con respecto a la tensión, se determina mediante el coseno trigonométrico del mismo:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{50,8} = 0,788$$

Que corresponde a un ángulo, según la tabla respectiva, de  $38^\circ$ .

**§ 107) Circuitos con resistencia y capacidad.**

Supongamos un circuito como el de la figura 89, que incluye una resistencia óhmica en serie con un condensador, el que ofrece al paso de la corriente alternada una reactancia capacitativa.

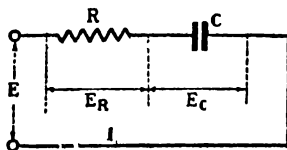


Fig. 89

Al pasar la corriente por la resistencia R, se produce una caída de potencial de valor:

$$E_R = I R$$

de acuerdo con la ley de Ohm.



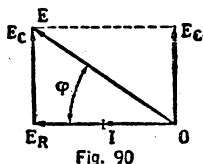
Entre las armaduras del condensador de capacidad  $C$  dada en Farad, que ofrece una reactancia capacitiva de valor:

$$X = \frac{1}{\omega C}$$

estará presente una tensión dada por el producto (§ 104):

$$E_0 = I X$$

Ahora podemos trazar el diagrama vectorial que corresponde al circuito propuesto. Tomamos la intensidad de corriente  $I$  en una dirección cualquiera (ver fig. 90). La caída de tensión en la resistencia estará en fase con la intensidad de modo que el vector  $E_R$  lo tomamos en dirección coincidente con  $I$ . La tensión en los bornes del condensador atrasa  $90^\circ$  con respecto a la corriente (§ 103), de modo que el vector  $E_0$  debe estar atrasado  $90^\circ$  con respecto a  $I$ , es decir, perpendicular en atraso.



El vector resultante de  $E_R$  y  $E_0$  es la tensión en los bornes del circuito, o tensión en la toma. El ángulo que forma  $E$  con la intensidad  $I$ , es el de adelanto de la corriente con respecto a la tensión en los bornes.

Luego, en un circuito con resistencia y capacidad, la corriente adelanta un ángulo menor de  $90^\circ$ , que resulta del diagrama vectorial respectivo.

Veamos el valor de la intensidad de corriente. El vector  $E_0$  lo podemos dibujar en el extremo de  $E_R$ , en lugar de trazarlo desde el punto  $O$ , y se habrá formado un triángulo rectángulo, al cual aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$E^2 = E_R^2 + E_0^2$$

en cuya expresión podemos reemplazar las tensiones por sus respectivos equivalentes, en función de la intensidad de corriente, y se tendrá:

$$E^2 = I^2 R^2 + I^2 X^2$$

Ahora podemos extraer la raíz cuadrada y despejar el valor de la intensidad  $I$ , obteniéndose:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

que es formalmente similar a la expresión de la ley de Ohm para corriente alternada, aplicada al circuito de resistencia e inductancia. Podemos extender a este caso las consideraciones hechas en esa oportunidad, y tendremos:

$$I = \frac{E}{Z}$$

donde el numerador es la tensión en los bornes  $E$ , medida en Volt. El denominador es la impedancia del circuito,  $Z$ , medida en Ohm. Su valor resulta de:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Asimismo podemos tomar para el circuito de la figura 89, el triángulo característico de la figura 88, pues la impedancia también en este caso forma un triángulo rectángulo, cuyos catetos son la resistencia óhmica y la reactancia capacitiva. En efecto, basta dividir los vectores del diagrama vectorial (fig. 90), por la intensidad, para que resulte un triángulo semejante al que forman las tres tensiones  $E_R$ ,  $E_C$  y  $E$ . Luego, podemos calcular el defasaje entre la corriente y la tensión mediante la relación:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

con la única salvedad que convendremos en que este defasaje es en adelanto, mientras que en el caso de resistencia en serie con inductancia, el defasaje era en atraso.

Las componentes de la impedancia  $Z$  deben tomarse también en Ohm. Para ello la resistencia,  $R$ , se da en esa unidad, y la reactancia capacitiva se calcula en función de la capacidad, dada en micro-Faradios y la frecuencia, en ciclos por segundo, mediante la expresión:

$$X = \frac{10^6}{\omega C} = \frac{10^6}{2 \pi f C}$$

**Ejemplo.**

Una resistencia de 60 Ohm, se conecta en serie con un condensador de 40 microFarad. El conjunto se conecta a una tensión alternada de 380 Volt y 25 ciclos de frecuencia. Calcular la intensidad de corriente y el ángulo de adelanto que guardará la misma con respecto a la tensión aplicada.

**Solución**

Previamente se calcula la reactancia capacitiva del condensador:

$$X = \frac{10^6}{2\pi f C} = \frac{1000000}{2 \times 3,14 \times 25 \times 40} = 158 \Omega$$

Luego se determina el valor de la impedancia del circuito:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{60^2 + 158^2} = 170 \Omega$$

La intensidad de corriente está dada por el cociente entre la tensión aplicada y la impedancia:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{380}{170} = 2,23 \text{ A.}$$

El ángulo de adelanto que esta corriente guarda con respecto a la tensión aplicada, se encuentra por medio del valor del coseno trigonométrico del mismo:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{60}{170} = 0,353$$

Y, de acuerdo con las tablas, a este coseno le corresponde un ángulo de 69°20'.

### § 108) Circuito general, con resistencia, inductancia y capacidad.

Se llama circuito general de corriente alternada al que contiene los tres elementos básicos: resistencia óhmica, bobina y condensador (ver fig. 91). El comportamiento de cada uno de ellos

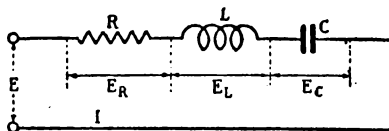


Fig. 91

ha sido estudiado, así como la combinación entre una resistencia y una reactancia, ya sea esta inductiva o capacitiva. Veamos lo que sucede si están presentes, a la vez, la resistencia con las dos reactancias, inductiva y capacitiva.

Al pasar la corriente alternada de valor eficaz  $I$ , por la resistencia, se produce una caída de tensión, en fase con la intensidad, de valor:

$$E_R = I R$$

de acuerdo con la ley de Ohm.

Al pasar por la bobina, esa misma intensidad de corriente produce un f.e.m. de autoinducción, cuyo valor es proporcional a la reactancia inductiva, es decir:

$$E_L = I X_L$$

que está adelantada  $90^\circ$  con respecto a la corriente. Hemos puesto el subíndice  $L$  a la reactancia, para diferenciarla de la capacitiva, que aparece inmediatamente.

Entre las armaduras del condensador tenemos una tensión que está dada por el producto:

$$E_C = I X_C$$

es decir, por la intensidad multiplicada por la reactancia capacitiva. Esta tensión atrasa  $90^\circ$  con respecto a la intensidad.

Tenemos entonces tres tensiones, que están dispuestas a lo largo del circuito, es decir, en serie. La tensión total del circuito, o sea la tensión en los bornes, será la suma vectorial de las tres tensiones anteriores. Para hallar esa suma se debe hacer, entonces, el diagrama vectorial.

Tomamos la corriente  $I$  en una dirección vertical, por ejemplo (ver fig. 92), y la caída en la resistencia  $R$  estará en fase

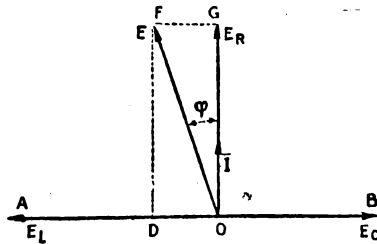


Fig. 92

con ella. Atrasada de  $90^\circ$  con respecto a  $I$  se traza  $OB$ , que es la tensión entre armaduras del condensador. Adelantada de  $90^\circ$  con respecto a la corriente, se dibuja la tensión de autoinducción en la bobina,  $E_L$ , representada por el segmento  $OA$ .

Ahora debemos sumar los tres vectores, de dos en dos, pero se ve que resulta cómodo sumar primero  $E_C$  con  $E_L$ , por tener la misma dirección y sentido contrario. La suma geométrica resulta una resta aritmética, es decir, esa suma da el segmento OD, diferencia entre OA y OB. Es lógico que OD puede resultar dirigido hacia la derecha o hacia la izquierda, según los valores de las tensiones en la bobina y en el condensador.

La resultante OD, de las tensiones en la bobina y en el condensador, se suma vectorialmente con  $E_R$ , resultando la tensión en los bornes, E, que forma con la corriente I el ángulo  $\varphi$ . Ese ángulo será en adelante o en atraso, según el sentido de OD.

De lo que antecede resulta que la corriente en un circuito general de corriente alternada puede atrasar o adelantar con respecto a la tensión en los bornes, según sea mayor la reactancia inductiva o capacitiva, respectivamente.

Para encontrar el valor de la intensidad de corriente, aplicamos el teorema de Pitágoras al triángulo OFG, en el cual OG es la tensión  $E_R$ , y FG es la diferencia entre  $E_L$  y  $E_C$ . Se tiene:

$$E^2 = E_R^2 + (E_L - E_C)^2$$

en cuya ecuación se pueden reemplazar las tensiones por sus equivalentes, dados más arriba, con lo que resultará:

$$E^2 = I^2 R^2 + (I X_L - I X_C)^2$$

donde puede despejarse I, previa extracción de la raíz cuadrada y agrupación de términos:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{E}{Z}$$

donde el denominador representa la impedancia del circuito. La diferencia contenida dentro del paréntesis es la reactancia resultante:

$$X = X_L - X_C$$

que tiene carácter inductivo o capacitivo, según cual de las dos reactancias predomine.

Como la diferencia entre las dos reactancias puede resultar con signo positivo o negativo, ese signo revela el carácter de la reactancia resultante. Positivo indica preponderancia inductiva

y negativo, capacitiva. Al colocar el valor resultante de  $X$  en la expresión de la impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

no interesa el signo, por estar  $X$  elevada al cuadrado. La resistencia, las reactancias y la impedancia, resultan expresadas en Ohm.

Veamos cómo se traza el triángulo característico y cómo se calcula el defasaje entre la corriente y la tensión en los bornes.

Dividamos todos los vectores que representan tensiones, en el diagrama de la figura 92, por la intensidad de corriente. Obtendremos que  $OG$  es la resistencia, en el nuevo diagrama;  $OA$  es la reactancia inductiva;  $OB$  la reactancia capacitiva y  $OF$  la impedancia de todo el conjunto.

Tracemos la resistencia en posición horizontal (fig. 93), dada por el segmento  $OA$ , en escala. Tomamos hacia arriba  $AB$ , que es la reactancia inductiva, y desde  $B$  hacia abajo, restándose del valor anterior la reactancia capacitiva, segmento  $BD$ . La porción vertical  $AD$ , que nos ha quedado, es la reactancia resultante del circuito, diferencia entre las reactancias inductiva y capacitiva. Luego uniendo  $O$  con  $D$  obtenemos la impedancia  $Z$ .

El ángulo de fase es el comprendido entre  $Z$  y  $R$ , igual que para los demás circuitos. Para saber si es en atraso o en adelanto de la corriente respecto de la tensión en los bornes, se observa si la reactancia capacitiva es mayor que la inductiva o viceversa. Esto equivale a decir que si el punto  $D$  cae sobre el  $A$ , predomina la reactancia inductiva, y la corriente atrasará. Si cae por debajo (caso de la fig. 94), la corriente adelantará con respecto a la tensión, pues es mayor la reactancia capacitiva.

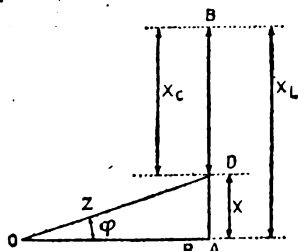


Fig. 93

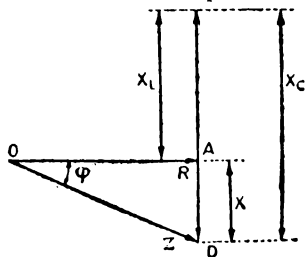


Fig. 94

Veamos este último caso: después de trazar el segmento que representa la resistencia (fig. 94), tomamos hacia arriba la reac-

tancia inductiva, y desde su extremo, y hacia abajo, la capacitiva, pero como esta última es mayor, pasamos al otro lado del punto A, resultando el D por debajo. El triángulo queda invertido, y si bien la reactancia resultante, dada siempre por el segmento AD, no hace cambiar el signo de Z, su posición revela que la corriente adelantará con respecto a la tensión en la toma.

Hay un caso particular interesante: es cuando el punto D cae en el A. Si la reactancia inductiva es igual a la capacitiva, la reactancia resultante es nula, la impedancia es igual a la resistencia óhmica del circuito solamente, y la corriente está en fase con la tensión en los bornes. Tal circuito se dice que está en "resonancia". Para ello es necesario que:

$$X_L = X_C$$

y se ve enseguida, en la expresión de Z, que sólo queda R en el segundo miembro. Luego el circuito se comporta como si sólo tuviera resistencia óhmica. Como el ángulo  $\phi$  de la figura 92 desaparece, por coincidencia del punto D con el O, la corriente está en fase con la tensión, como es lógico si el circuito solo presenta resistencia óhmica.

Como la bobina está conectada en serie con el condensador, se trata del caso particular de *resonancia en serie*, para diferenciarlo de los circuitos en paralelo que veremos más adelante.

### Ejemplo.

Un circuito como el de la figura 91 tiene una resistencia de 30 Ohm, un condensador de 160 microFarad y una bobina de 0,158 Henry de inductancia. Se conecta todo el conjunto serie a una tensión alternada de 220 Volt y 50 c/s de frecuencia. Determinar la intensidad de corriente y el defasaje que guarda con respecto a la tensión de la toma.

### Solución

Calculamos previamente las reactancias. La inductiva vale:

$$X_L = 2 \pi f L = 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,158 = 49,8 \Omega$$

La reactancia capacitiva tiene por valor:

$$X_C = \frac{10^6}{2 \pi f C} = \frac{1000000}{2 \times 3,14 \times 50 \times 160} = 19,8 \Omega$$

La reactancia resultante del circuito es la diferencia entre ambas:

$$X = X_L - X_C = 49,8 - 19,8 = 30 \Omega$$

Como es de carácter inductivo, la corriente atrasará con respecto a la tensión. La impedancia del circuito vale:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{30^2 + 30^2} = 42,5 \, \Omega$$

Y la intensidad de corriente es igual al cociente entre la tensión y esta impedancia:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{220}{42,5} = 5,18 \, \text{A.}$$

El ángulo de atraso de la corriente se calcula así:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{42,5} = 0,707$$

que corresponde a un ángulo de  $45^\circ$

### § 109) Agrupamiento de impedancias en serie.

Si se conectan en serie varias resistencias y varias bobinas, o solamente bobinas, pues estas últimas tienen resistencia óhmica en el bobinado, se tiene un acoplamiento de impedancias en serie (ver fig. 95). El problema consiste en hallar la impedancia total, la intensidad de corriente y el desfase que ésta guarda con respecto a la tensión aplicada E.

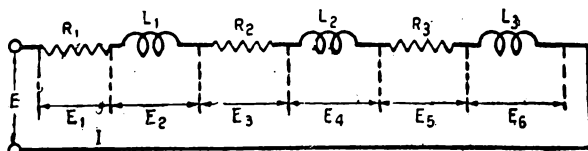


Fig. 95

En cada elemento del circuito se tiene una caída de tensión  $E_1$ ,  $E_2$ , etc., según se ha indicado en la figura, de modo que el diagrama vectorial será una suma de todos esos vectores, cada uno de los cuales representa una tensión, dada por el producto de la intensidad por la resistencia o la reactancia, según el caso. La forma más rápida de resolver esa suma vectorial es la indicada en el párrafo 100, figura 81 b.

Dada la semejanza que hay entre el diagrama vectorial y el triángulo característico, podemos trabajar con las tensiones o, directamente, con las resistencias y las reactancias. Como en la práctica se conocen generalmente estos últimos elementos, elegimos el segundo procedimiento.



Tomamos una dirección cualquiera para la intensidad de corriente, por ejemplo la horizontal. En esa dirección se toman las caídas óhmicas en las resistencias o, en el triángulo característico, las resistencias mismas. Así OF (fig. 96) representa  $R_1$ . Perpendicularmente a OF y en adelante, pues la f.e.m. de auto-inducción en una bobina adelanta  $90^\circ$  con respecto a la intensidad de corriente, se toma la reactancia  $X_1$ , segmento FA.

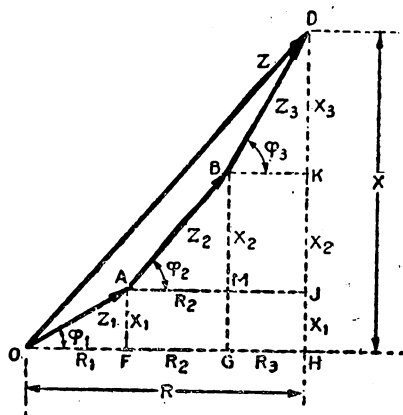


Fig. 96

Siguiendo en esta forma, tomamos desde A el segmento AM, que representa la caída en la resistencia  $R_2$ , o la misma resistencia  $R_2$ , y perpendicularmente MB, que da, en la misma escala, la reactancia  $X_2$ . De aquí, se toma BK igual a la resistencia  $R_3$ , y KD, representativo de la reactancia  $X_3$ , y así sucesivamente, todas las resistencias y reactancias restantes. Las resistencias se toman horizontalmente y las reactancias verticales.

Llegamos al punto final de la línea quebrada OFAMBKD. La resultante de esa línea es la impedancia total del circuito, segmento OD, en la misma escala que se utilizó para los segmentos parciales. Cada segmento como los OA, AB y BD representan las impedancias parciales, pues cierran los triángulos formados por una resistencia con una reactancia. Se ve enseguida que la impedancia total es la suma geométrica de las impedancias parciales y no la suma aritmética.

La dirección OH corresponde a la intensidad de corriente y la OD a la tensión en la toma, luego el ángulo que forman esos dos vectores es el defasaje entre la corriente y la tensión apli-

cada al circuito. Si OD se toma en escala, cada vector como los OF, AM, etc., representa la caída de tensión en una resistencia, y los FA, MB, etc., la caída en una reactancia

Veamos la forma de simplificar el procedimiento. Si solo interesa llegar a la impedancia total del circuito, sin pasar por las parciales, se pueden tomar las resistencias una a continuación de la otra. Así  $R_2$  la tomamos en FG, en lugar de AM;  $R_3$  en GH y no en BK, etc. Las reactancias, las tomamos también en forma sucesiva; así  $X_1$  se toma en HJ y no en FA;  $X_2$  en JK, en lugar de MB, etc.

En esta forma, llegaremos finalmente al punto D, igual que si hubiéramos trazado la línea quebrada, pero con mayor simplicidad. Luego, OD es siempre la impedancia total del circuito, y el ángulo que forma con OH es el defasaje entre la corriente y la tensión en la toma. El triángulo característico del circuito sería el OHD.

Peró se observa inmediatamente que el cateto OH es la suma aritmética de todas las resistencias óhmicas que intervienen, y el HD es la suma aritmética de las reactancias. Esto permite afirmar que el circuito de la figura 95, equivale a otro que tuviera una sola resistencia, de valor:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \dots$$

y una sola bobina, cuya reactancia estaría dada por:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 = 2 \pi f (L_1 + L_2 + L_3)$$

y cuyos valores permiten calcular inmediatamente la impedancia del circuito, pues del triángulo OHD se deduce, por aplicación del teorema de Pitágoras, que:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

donde R y X son los valores dados más arriba por las sumatorias de todos los valores parciales del esquema, para los que se debe tomar una misma unidad: Ohm para las R y las X, y Henry para las inductancias. La frecuencia f se toma en ciclos por segundo.

De resultados de las consideraciones que preceden, la intensidad de corriente estará dada por la ley de Ohm para corriente alternada, es decir:

$$I = \frac{E}{Z}$$

y el ángulo de defasaje, por su coseno trigonométrico:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

siempre que en las dos expresiones se tomen para  $R$  y para  $Z$  los valores relativos a todo el circuito, dados más arriba.

**CASO DE IMPEDANCIAS COMPLETAS EN SERIE.** En el problema expuesto recién, se ha considerado que el circuito serie tenía solamente resistencias e inductancias. Si además hay insertados en serie condensadores, se tiene el caso de la figura 97. No es nece-

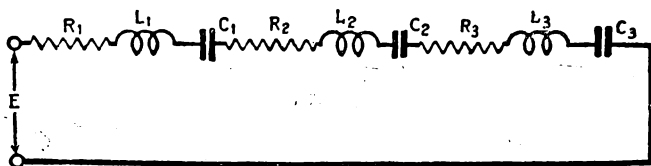


Fig. 97

sario que haya igual número de resistencias, bobinas y capacidades, pues la solución del problema es general.

Para no repetir lo expuesto en el caso anterior, trazaremos directamente el triángulo característico correspondiente a este circuito, sin considerar los vectores parciales.

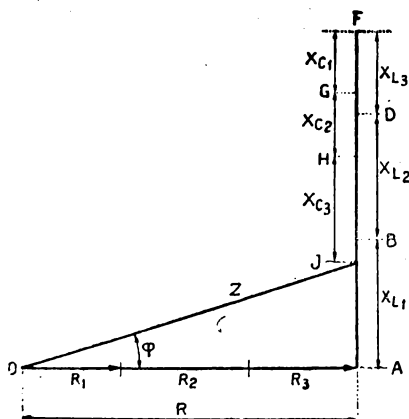


Fig. 96

Así, tomaremos sobre una recta horizontal (fig. 98) las resistencias óhmicas que tenga el circuito, una a continuación de la otra, llegándose al punto A. Ahora deberíamos tomar cada reactancia inductiva hacia arriba y la capacitiva correspondiente hacia abajo (§ 108), pero como todas las reactancias están en serie, las caídas de tensión en cada una se sumarán todas entre sí, pudiendo sumarse primero to-

das las inductivas y luego restarle sucesivamente todas las capacitivas, sin que altere el resultado final.

Tomaremos, entonces, desde A hacia arriba, las reactancias inductivas AB, BD, DF, etc., que representan las reactancias de todas las bobinas que hay en el circuito. Desde F hacia abajo, tomamos sucesivamente las reactancias capacitivas FG, GH, HJ, etc., llegando finalmente al punto J. El segmento JA representa la reactancia resultante total del circuito, que tendrá carácter inductivo, si queda hacia arriba del punto A, y capacitivo, si queda hacia abajo. El ángulo formado por OA, que es la resistencia total del circuito, con OJ, que representa la impedancia total, es el defasaje entre la corriente y la tensión en la toma. El defasaje será en atraso, si la reactancia resultante es inductiva, y, caso contrario, la corriente adelantará con respecto a la tensión, si dicha reactancia es capacitiva.

De la observación de la figura 98, resulta que el problema se puede resolver analíticamente en forma muy simple. En efecto, obsérvese la similitud del triángulo resultante OAB, con el OAD de la figura 93. Luego podemos calcular la reactancia resultante con la fórmula:

$$X = X_L - X_C$$

como diferencia entre una reactancia inductiva total y una capacitiva total, siempre que cada una de ellas esté dada por la suma de los valores parciales del circuito, es decir:

$$X_L = X_{L1} + X_{L2} + X_{L3} = 2\pi f (L_1 + L_2 + L_3)$$

$$X_C = X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} = \frac{10^6}{2\pi f} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

donde las inductancias se toman en Henry y las capacidades en micro-Farad.

Pudiéndose aplicar finalmente la ley de Ohm general para corriente alternada, pues la impedancia resulta de la expresión conocida:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

y el ángulo de defasaje de la corriente, dado por su coseno:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

siempre que se tomen para  $R$  y  $Z$  los valores totales para todo el circuito, dados por las expresiones que aparecen más arriba.

### Ejemplo.

Calcular la impedancia del circuito de la figura 97, si las resistencias valen 25, 30 y 45 Ohm respectivamente; las bobinas tienen inductancias de 0,3, 0,2 y 0,5 Henry respectivamente, y los condensadores son de 25, 40 y 50 microFarad. La frecuencia de la red es 50 c/s.

### Solución

La resistencia total del circuito es:

$$R = 25 + 30 + 45 = 100 \, \Omega$$

La reactancia inductiva total es:

$$X_L = 2 \pi f (L_1 + L_2 + L_3) = 2 \times 3,14 \times 50 (0,3 + 0,2 + 0,5) = 314 \, \bar{\Omega}$$

La reactancia capacitiva total se halla con la expresión:

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{10^6}{2 \pi f} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \\ &= \frac{1000000}{2 \times 3,14 \times 50} \left( \frac{1}{25} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50} \right) = 271 \, \Omega \end{aligned}$$

La reactancia resultante es la diferencia entre ambas:

$$X = X_L - X_C = 314 - 271 = 43 \, \Omega$$

Y la impedancia vale:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{100^2 + 43^2} = 109 \, \Omega$$

## § 110) Impedancias en paralelo. — Solución gráfica.

Hemos considerado hasta aquí el acoplamiento de impedancias en serie. Cada impedancia puede estar formada por dos o más elementos: resistencia, inductancia y capacidad. Veamos cómo se procede cuando dos o más impedancias se conectan en paralelo (ver fig. 99).

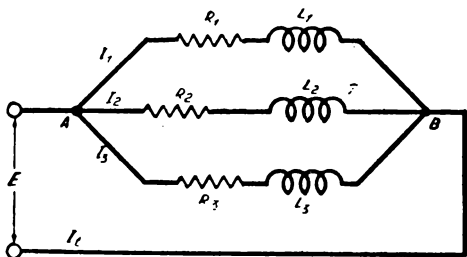


Fig. 99

Utilizaremos para la demostración el diagrama vectorial, por su mayor sencillez.

La tensión  $E$ , entre los puntos A y B, que es también la de la toma, la representamos por un vector vertical (fig. 100).

Cada impedancia, o sea, cada rama, tiene entre sus extremos esa misma tensión  $E$ .

Ahora bien, consideremos la impedancia formada por  $R_1$  y  $L_1$ . En la resistencia se producirá una caída de tensión y en la bobina una f.e.m. de autoinducción; la primera está en fase con la corriente y la segunda adelanta  $90^\circ$  con respecto a dicha intensidad. Luego, los dos vectores que representan las tensiones entre los bornes de la resistencia y de la bobina, deben ser perpendiculares entre sí. Además, la suma geométrica de esas dos tensiones debe dar la diferencia de potencial entre los puntos A y B del circuito.

Ya podemos trazar el diagrama vectorial de esa rama, pues el vector OF, que es la tensión  $E$ , debe ser la suma de los dos vectores que representan las caídas de potencial en la resistencia y en la bobina. Si OA es  $I_1 R_1$ , el segmento AF será  $I_1 X_1$ , que deben ser perpendiculares entre sí en el punto A. Busquemos el lugar geométrico de los puntos tales como el A.

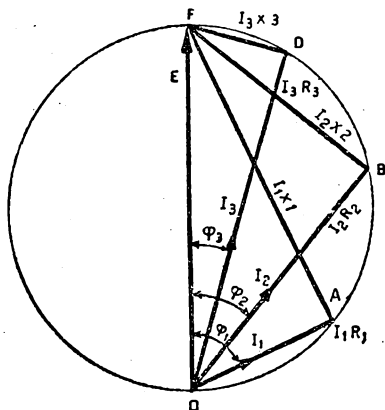


Fig. 100

Las dos rectas que parten del punto A y llegan al F y al O, deben ser perpendiculares entre sí, pues la tensión en la bobina adelanta  $90^\circ$  con respecto a la caída en la resistencia. Luego el punto A debe estar, forzosamente, sobre una circunferencia, cuyo diámetro es OF, según un clásico principio geométrico.

Esto dice que, para trazar el diagrama vectorial correspondiente a una rama, no es necesario conocer las caídas de tensión parciales, pues si desde O se traza una recta que forme con OF el ángulo de fase de la corriente en dicha rama, obtendremos el punto A sobre la circunferencia. Uniéndolo con F, se tiene la tensión en la bobina.

Para las demás ramas se procede en idéntica forma: se toma el ángulo de fase de cada rama desde la recta OF, y se obtienen los puntos B, D, etc. Uniéndolos con F, resultan las tensiones en las bobinas de cada rama.

Hemos supuesto conocido el defasaje entre la corriente y la tensión de cada rama del circuito. Ese ángulo puede ser calculado en función de su tangente trigonométrica:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$$

de acuerdo con el triángulo característico (§ 106, fig. 88).  $X$  es la reactancia inductiva, dada por:  $X = 2 \pi f L$ , con  $L$  en Henry y  $f$  en ciclos por segundo.

Para terminar el diagrama vectorial hay que colocar las intensidades de corriente de cada rama, formando con la tensión  $E$  el correspondiente ángulo de defasaje, que serán todos en atraso, puesto que solo hay resistencias y bobinas.

Sabemos (§ 105) que la intensidad de corriente está en fase con la caída en la resistencia, de modo que en la dirección de

$OA$ , caída de tensión en la resistencia  $R_1$ , tomamos en escala, la corriente  $I_1$ . En la dirección  $OB$  tomamos la corriente en la segunda rama, y en la  $OD$ , la corriente en la tercera,  $I_3$ .

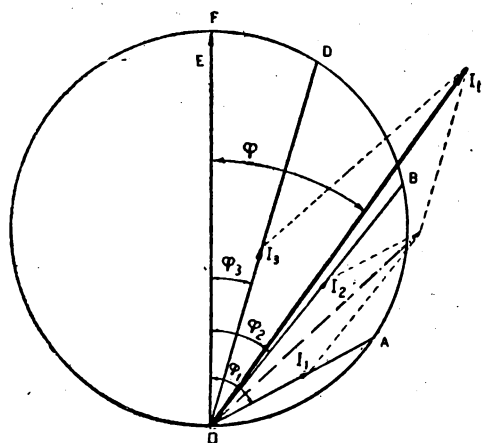


Fig. 101

Veamos ahora el aspecto práctico del problema. Para su solución, sólo nos interesa hallar la impedancia total del circuito, la corriente total y el defasaje entre esta última y la tensión en los bornes (ver figura 101).

Como primera medida, se toma en cierta escala la tensión  $E$ , segmento  $OF$ , y se traza el círculo del cual  $OF$  es el diámetro. Luego se determinan los ángulos de fase de cada rama, bien por medio de su tangente trigonométrica, dada por el cociente  $X/R$ , dado más arriba, bien por su coseno, dado por  $R/Z$ , o bien por un método gráfico:

En la dirección de OF se toma la resistencia  $R$ , de una rama cualquiera (ver fig. 102; para no complicar la 101 lo hemos trazado aparte), en escala, y tenemos el segmento OM. Desde M, y en dirección perpendicular, se toma la reactancia inductiva de esa misma rama:  $X = MN$ , en la misma escala usada para la resistencia. La dirección ON formará con la OM el ángulo de fase de esa rama. Como OM lo hemos tomado en la dirección de OF, prolongando la recta ON hasta el círculo obtendremos el punto A, B, D, etc., según cual resistencia y reactancia se hayan tomado.

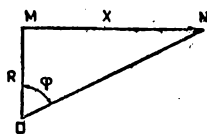


Fig. 102

Volvamos a la figura 101. Supongamos que hemos obtenido todos los ángulos de fase, y, por lo tanto, se tienen ya las rectas OA, OB, OD, etc.. Esas rectas, medidas en la misma escala que utilizamos para la tensión  $E$ , representan las caídas en las resistencias de cada rama del circuito, es decir:

$$OA = I_1 R_1$$

$$OB = I_2 R_2$$

$$OD = I_3 R_3$$

de manera que dividiendo esos segmentos por las respectivas resistencias, tendremos las intensidades de corriente. Se tiene:

$$I_1 = \frac{OA}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{OB}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{OD}{R_3}$$

en donde cada segmento OA, OB, OD, etc., se mide en Volt, en la escala de la tensión  $E$ .



Estas intensidades las podemos dibujar en las direcciones de los segmentos OA, OB, OD, etc., utilizando una nueva escala, que valdrá para todas las intensidades. Así, en la dirección OA, tomamos la corriente  $I_1$ , en esa escala. En la OB, la  $I_2$ , etc. Nuestro gráfico tiene ahora la tensión E y las intensidades parciales, esto es, de cada rama.

Todas las intensidades de ramas concurren al punto A y al B de la fig. 99, luego entre sus valores instantáneos se cumple la primera ley de Kirchhoff (§ 41), es decir, que la suma de cada valor instantáneo, para un momento cualquiera, debe dar el valor instantáneo de la intensidad total del circuito. Pero no es más que una suma de corrientes alternadas que no están en fase (§ 98), que se resuelve por método vectorial.

Para tener la intensidad de corriente total del circuito, bastará sumar vectorialmente todas las corrientes parciales, mediante el procedimiento del paralelogramo, tomando dos a dos las que aparezcan en el gráfico.

Esto es lo que hemos hecho en la figura 101, sumando geométricamente  $I_1$  con  $I_2$  y sumando luego la resultante de las dos primeras con  $I_3$ , y así sucesivamente, obteniéndose la corriente total  $I_t$ ; el ángulo que ella forma con la tensión E es el defasaje que guardará con respecto a dicha tensión en los bornes. El valor de la corriente total, se mide en la escala utilizada para dibujar las intensidades parciales.

De aquí, el resto del problema es sencillo, pues la impedancia total del circuito será:

$$Z = \frac{E}{I_t}$$

Si se presenta el problema de la figura 99, sin dar ninguna tensión como dato, y solo se requiere hallar la impedancia total, se puede tomar una tensión cualquiera como diámetro del círculo, y proceder como si la misma fuera conocida. Conviene tomar una tensión supuesta que resulte cómoda para los cálculos, así como 100 Volt, 1000 Volt, etc.

**CASO DE HABER CONDENSADORES EN EL CIRCUITO.** Si se tiene un circuito como el de la figura 103, en el que no colocamos más ramas por el simple hecho de que se quiere resaltar el comportamiento de un condensador en paralelo con ramas que no lo tengan, el procedimiento es el siguiente:

Para la rama inferior y cuantas de ese tipo haya, se procede en forma idéntica a lo que vimos hasta aquí. La obtención del punto B, sobre el círculo, se hace trazando el ángulo de fase desde el vector E. Dividiendo el segmento OB, por la resistencia de esa rama, se tiene la corriente  $I_1$ , que se dibuja en la misma dirección OB, pero en cierta escala. (Ver fig. 104.)

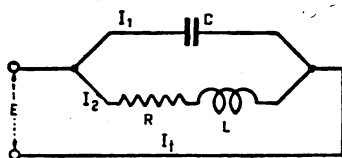


Fig. 103

Ahora pasemos a la rama del condensador. La dirección de esa intensidad será en adelanto de  $90^\circ$  con respecto a la tensión E, luego el vector tiene la dirección OA. Como en esa rama no hay resistencias, el ángulo será de  $90^\circ$  justos. La longitud del segmento OA la obtenemos por cociente entre la tensión E y la reactancia del condensador, que puede escribirse (§ 104):

$$I_1 = 2\pi f C E$$

Ahora sólo resta sumar las dos o más corrientes que aparezcan en el diagrama, en la forma conocida, obteniéndose la corriente total  $I_1$ , que forma un ángulo  $\varphi$  con la tensión E, y que será en atraso o adelanto con respecto a ésta (en la figura es en adelanto).

Puede suceder que el punto D caiga sobre el vector E, en cuyo caso el circuito se comporta como si fuera una resistencia pura, pues la corriente total estará en fase con la tensión.

Tal circuito se dice que está en *resonancia*. Para que ello ocurra, la reactancia inductiva de la rama inferior debe ser igual a la reactancia capacitiva de la superior, en la figura 103, es decir:

$$X_L = X_C$$

llamándose en este caso particular, resonancia en paralelo, por contraposición con el caso serie (§ 108).

Si en lugar de haber condensadores en ramas separadas, los mismos forman parte de una rama, no hay ninguna aclaración que hacer a lo dicho al principio del párrafo, pues se considera una reactancia resultante de cada rama, cuyo valor:

$$X = X_L - X_C$$

tendrá carácter inductivo o capacitivo, según cual predomine. Luego el vector  $IR$ , se tomará hacia un lado o hacia otro del vector  $E$ , según la rama tenga carácter inductivo o capacitivo.

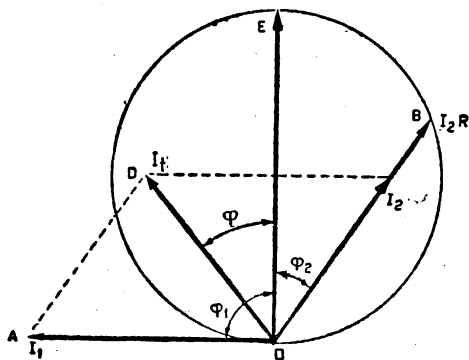


Fig. 104

Dicho en otras palabras, el ángulo de fase de la rama se tomará hacia la derecha, si la reactancia inductiva es mayor que la capacitiva, y hacia la izquierda en caso contrario.

Para calcular el valor del ángulo citado, se toma el cociente:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$$

dado por la relación entre la reactancia resultante, diferencia entre las dos reactancias de la rama, y la resistencia óhmica. Mediante la tangente trigonométrica se encuentra el ángulo  $\varphi$ .

### § 111) Impedancias en paralelo. — Solución analítica

Nos referiremos al circuito de la figura 99. Tomemos las tres intensidades de las tres ramas, obtenidas gráficamente en la figu-

ra 101, y las llevamos a un gráfico de suma vectorial (ver figura 105), según el procedimiento dado en el párrafo 100, figura 81 b.

Tomaremos pues las intensidades con su magnitud y dirección, una a continuación de la otra, para sumarlas vectorialmente, obteniéndose la corriente total como línea de cierre del polígono. El ángulo de fase es el comprendido entre esa intensidad total y la tensión E, que se ha tomado verticalmente.

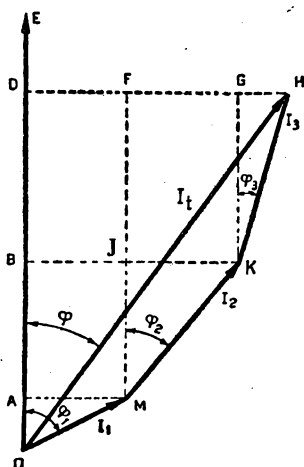


Fig. 105

Se nota enseguida, observando la figura, que la corriente total, dada por el segmento OH, forma la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos son OD y DH. Luego podemos escribir:

$$I_t = OH = \sqrt{OD^2 + DH^2}$$

y veamos como podemos calcular esos catetos en función de las características del circuito.

En el triángulo OMA, se tiene:

$$OA = OM \cos \varphi_1 = I_1 \cos \varphi_1$$

$$MA = OM \sin \varphi_1 = I_1 \sin \varphi_1$$

pero, de acuerdo con las relaciones entre los lados del diagrama vectorial y el triángulo característico (§ 105 y 106), se puede escribir:

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} ; \quad \cos \varphi_1 \frac{R_1}{Z_1} ; \quad \sin \varphi_1 \frac{X_1}{Z_1}$$

que pueden ser reemplazadas en las dos ecuaciones anteriores, obteniéndose:

$$OA = \frac{E R_1}{Z_1^2}$$

$$FD = MA = \frac{E X_1}{Z_1^2}$$

y se llega a relaciones análogas para los triángulos MJK y KGH, que corresponden a las otras impedancias:

$$MJ = AB = \frac{E R_2}{Z_2^2}$$

$$JK = FG = \frac{E X_2}{Z_2^2}$$

$$KG = BD = \frac{E R_3}{Z_3^2}$$

$$GH = \frac{E X_3}{Z_3^2}$$

De la observación de la figura 105, se ve enseguida que sumando los segmentos OA, AB y BD, se obtiene OD cateto del triángulo que estamos calculando. Y sumando DF con FG y GH, se obtiene DH, que es el otro cateto buscado. Luego, podemos reemplazar directamente esas sumas en la expresión de la intensidad de corriente. Pero antes hagamos algunas simplificaciones, para no hacer tan engorrosa la fórmula.

A cada término:

$$\frac{R}{Z^2} = g$$

lo llamamos *conductancia*, y le damos el subíndice que corresponde a su rama.

A cada término:

$$\frac{X}{Z^2} = b$$

lo llamamos *susceptancia*, dándole también el subíndice que corresponda a su rama. El signo de los términos  $b$ , dependerá de si en la rama predomina la reactancia inductiva (signo positivo), o la capacitiva (signo negativo), pues el numerador de la fórmula que da  $b$ , es la diferencia entre ambas reactancias de una misma rama.

De acuerdo con esta aclaración, podemos escribir la expresión de la corriente total, simplificada:

$$I_t = E \sqrt{(g_1 + g_2 + g_3)^2 + (b_1 + b_2 + b_3)^2}$$

donde hemos sacado a  $E$  factor común, fuera de la raíz. Si pasamos  $E$  al otro miembro, nos queda la inversa de la impedancia, que se llama: "*admitancia*" del circuito, y que está dada por:

$$a = \frac{I_t}{E} = \frac{1}{Z} = \sqrt{(\Sigma g)^2 + (\Sigma b)^2}$$

donde hemos indicado dentro de la raíz, las sumas de las conductancias y las susceptancias con el símbolo que indica sumatoria, válido para todas las ramas del circuito.

Veamos el defasaje entre la corriente y la tensión. Como cada segmento OA, AB, etc., es una conductancia  $g$ , y cada segmento DF, FG, etc., es una susceptancia  $b$ , de acuerdo con lo visto, se puede expresar la tangente trigonométrica del ángulo  $\varphi$ , por la relación:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Sigma b}{\Sigma g}$$

Con lo que queda resuelto el circuito, pues tenemos la impedancia total, como inversa de la admitancia calculada, lo que permite conocer la intensidad total, por cociente  $E/Z$ . El defasaje entre esta corriente total y la tensión de la toma es también conocido, por medio de su tangente trigonométrica.

**Ejemplo.**

Se conectan tres impedancias en serie, según esquema de la figura 99. La frecuencia de la red es de 50 c/s. Los valores de cada rama son:

Primera rama: resistencia, 30 Ohm; inductancia, 0,158 Henry; condensador, 160 microfarad.

Segunda rama: resistencia, 50 Ohm; inductancia, nula: 0 Hy; condensador, 80 microfarad.

Tercera rama: resistencia, 20 Ohm; inductancia, 0,2 Henry; condensador, no hay:  $C = \infty$ .

Se pregunta el valor de la impedancia total del conjunto.

**Solución**

Previamente se determinan los valores de las reactancias parciales y resultantes de cada rama. Hay que adjudicar los signos correspondientes.

Reactancia inductiva de la primera rama:

$$X_L = 2 \pi f L_1 = 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,158 = 49,8 \, \Omega$$

Reactancia capacitiva de la primera rama:

$$X_C = \frac{10^6}{2 \pi f C_1} = \frac{1000000}{2 \times 3,14 \times 50 \times 160} = 19,8 \, \Omega$$

Reactancia resultante de la primera rama:

$$X_1 = X_L - X_C = 49,8 - 19,8 = 30 \, \Omega$$

Reactancia capacitiva y resultante de la segunda rama, puesto que no hay inductancia:

$$X_2 = \frac{10^6}{2 \pi f C_2} = \frac{1000000}{2 \times 3,14 \times 50 \times 80} = -39,6 \, \Omega$$

Reactancia inductiva y resultante de la tercera rama, puesto que no hay condensador:

$$X_3 = 2 \pi f L_3 = 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,2 = 62,8 \, \Omega$$

*Cálculo de las conductancias:*

Primera:

$$G_1 = \frac{Z^2}{R} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{30}{30^2 + 30^2} = 0,0167$$

Segunda:

$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} = \frac{50}{50^2 + 39,6^2} = 0,0126$$

Tercera:

$$g_3 = \frac{R_3}{R_3^2 + X_3^2} = \frac{20}{20^2 + 62,8^2} = 0,0046$$

*Cálculo de las susceptancias:*

Primera:

$$b_1 = \frac{X}{Z^2} = \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{30}{30^2 + 30^2} = 0,0167$$

Segunda:

$$b_2 = \frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2} = \frac{-39,6}{50^2 + 39,6^2} = -0,0097$$

Tercera:

$$b_3 = \frac{X_3}{R_3^2 + X_3^2} = \frac{62,8}{20^2 + 62,8^2} = 0,0145$$

*Nota:* La reactancia de la segunda rama es negativa, puesto que al poner:

$$X_2 = X_L - X_C = 0 - 39,6 = -39,6 \, \Omega$$

Y con esto resulta negativa también la susceptancia.

*Calculamos ahora la admitancia del circuito:*

$$a = \sqrt{(\Sigma g)^2 + (\Sigma b)^2} =$$

$$a = \sqrt{(0,0167 + 0,0126 + 0,0046)^2 + (0,0167 - 0,0097 + 0,0145)^2}$$

$$a = \sqrt{0,0339^2 + 0,0215^2} = 0,04$$

Y la impedancia es la inversa de esta admitancia:

$$Z = \frac{1}{a} = \frac{1}{0,04} = 25 \, \Omega$$



## CAPÍTULO XIV

# POTENCIA DE LA CORRIENTE ALTERNADA

### § 112) Potencia en un circuito con resistencia óhmica.

Sea un circuito conectado a una tensión alternada, que sólo contenga una resistencia pura, o, por lo menos, si el conductor está arrollado, que su inductancia sea despreciable. Es el caso de los conductores lineales y de los aparatos de calefacción. Estos últimos emplean un conductor arrollado, pero con pocas espiras, longitud grande y sección reducida; además no tienen núcleo de hierro. Su inductancia (§ 90) puede despreciarse, frente al valor de la resistencia óhmica del conductor.

La corriente que pasa por el circuito será  $I$  (ver fig. 106), dada en valor eficaz, por el cociente de la tensión eficaz y la

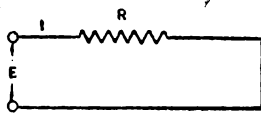


Fig. 106

resistencia. Esto es evidente, si se piensa que la impedancia de una resistencia pura es igual a la resistencia, puesto que la reactancia es nula (§ 105).

La potencia eléctrica en un circuito tal, está dada por (§ 45):

$$W = I^2 R$$

de acuerdo con la definición de valor eficaz de la corriente alternada (§ 97).

Como la intensidad puede substituirse por el cociente entre la tensión eficaz y la resistencia, la expresión anterior se puede escribir:

$$W = IIR = \frac{E}{R} IR = EI$$

de modo que en un circuito de resistencia óhmica pura, la potencia puesta en juego, al circular corriente alternada, está dada por el producto de los valores eficaces de la tensión y la intensidad de corriente.

### § 113) Potencia en un circuito con resistencia e inductancia.

Supongamos un circuito como el de la figura 107. El está formado por una bobina y una resistencia conectada en serie, o solamente una bobina, pero como el conductor de que está hecha presenta resistencia óhmica, puede suponerse separados los dos elementos: resistencia e inductancia.

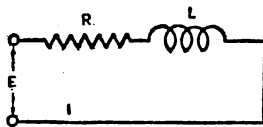


Fig. 107

Al aplicar una tensión alternada  $E$ , circulará una corriente, también alternada  $I$ , siendo ambos los valores eficaces, y estando la intensidad atrasada en la fase con respecto a la tensión.

De acuerdo también con la definición de valor eficaz (§ 97), podemos escribir la expresión de la potencia desarrollada en el circuito:

$$W = I^2 R$$

pero podemos substituir el valor de la intensidad por su equivalente:

$$I = \frac{E}{Z}$$

dado por el cociente entre la tensión y la impedancia; luego la fórmula anterior se puede modificar en la siguiente forma:

$$W = IIR = \frac{E}{Z} IR = EI \frac{R}{Z}$$

donde aparece un cociente que depende de las características del circuito, y cuyo valor es conocido:

$$\frac{R}{Z} = \cos \varphi$$

Luego nos queda, finalmente, la expresión general de la potencia en un circuito de corriente alternada que tenga resistencia e inductancia:

$$W = EI \cos \varphi$$

que es menor que el producto  $EI$ , válido para corriente continua (§ 45).  $E$  está expresado en Volt,  $I$  en Amper y  $W$  en Watt.

La potencia que resulta de la fórmula anterior se denomina: "*potencia activa, wattada o eficaz*" de la corriente alternada.

El coseno del ángulo de atraso de la corriente con respecto de la tensión, que aparece en la expresión de  $W$ , se denomina: "*factor de potencia*".

Es obvio que para circuitos donde la corriente está en fase con la tensión, el factor de potencia es el correspondiente a un ángulo nulo, cuyo coseno vale la unidad, y la fórmula de la potencia queda convertida en la dada en el párrafo anterior, para circuitos con resistencia pura únicamente.

## § 114) Potencias aparente y reactiva.

Hagamos el diagrama vectorial correspondiente al circuito de la figura 107. Tomamos la tensión como un vector vertical (ver fig 108) y, en atraso del ángulo de fase, tomamos la intensidad  $I$  del circuito.

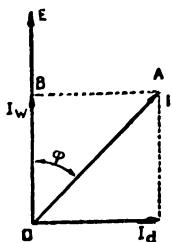


Fig. 108

Esa intensidad puede suponerse formada por dos componentes, una en fase con la tensión, y otra atrasada de  $90^\circ$ , cuya suma da el valor de la corriente  $I$  del circuito. Veamos qué resulta de esta suposición.

Si hacemos el producto de la tensión por la componente de la intensidad que está en fase con ella, se obtiene:

$$EI_w = EI \cos \varphi$$

pues en el triángulo OAB, el cateto OB es la componente en fase con la tensión. Nótese que la expresión obtenida es la potencia efectiva del circuito.

Por tal motivo, la componente de la corriente que está en fase con la tensión se llama: "*wattada*", debiendo su nombre a que contribuye a la potencia de igual designación. A los efectos de la producción de trabajo útil, el circuito se comporta como si la corriente tuviera sólo la intensidad wattada. El resto de la corriente, o mejor dicho, puesto que se trata de resta vectorial, la otra componente de la corriente, se llama "*dewattada*", y se consume en los fenómenos de autoinducción en la bobina.

La corriente dewattada es un ejemplo de transformación de energía eléctrica en magnética, por lo que se la suele designar también: "*magnetizante*".

Veamos la potencia insumida en el campo magnético, que no produce ningún trabajo útil, y que, por lo tanto, no puede ser transformada en ningún caso en potencia activa.

Para calcularla, se multiplica el vector tensión por la componente  $I_d$ , o corriente dewattada, que está atrasada  $90^\circ$  respecto de la tensión. Ese producto da:

$$W_r = E I_d$$

o también, puesto que en el triángulo OAB el cateto AB es igual a  $I_d$ , y puede expresarse en función de la hipotenusa y el seno del ángulo opuesto:

$$I_d = I \sin \varphi$$

que permite escribir la expresión anterior en la siguiente forma:

$$W_r = E I \sin \varphi$$

Esta es la expresión de la potencia "*reactiva*", que no puede aprovecharse para producir trabajo útil. Su unidad es el Var, que proviene de las palabras: Volt-Amper-Reactivos.

En la práctica, es interesante conocer el valor de la potencia reactiva, para saber en qué forma trabajan los circuitos y qué proporción de la intensidad de corriente se aprovecha con fines de producción de trabajo inmediato.

Para calcular la potencia reactiva, se debe tener en cuenta que su tercer factor, el seno trigonométrico del ángulo de fase, se obtiene del triángulo característico (§ 106), por:

$$\text{sen } \varphi = \frac{X}{Z}$$

**POTENCIA APARENTE.** Si hacemos el producto directo de la tensión eficaz por la intensidad eficaz de corriente:

$$W_a = E I$$

se obtiene lo que se llama: "*potencia aparente*" que se mide en VA (Volt-Amper). Esta potencia es siempre mayor que las potencias activa y reactiva, y está dada por la suma geométrica de ambas, pues en el triángulo OAB se tiene:

$$I^2 = I_w^2 + I_d^2$$

y multiplicando ambos miembros por el cuadrado de la tensión, y extrayendo la raíz cuadrada, se obtiene:

$$E I = \sqrt{E^2 I_w^2 + E^2 I_d^2}$$

que confirma nuestra aseveración, pues cada término de la ecuación escrita, es una de las potencias definidas más arriba; substituyendo se tiene:

$$W_a = \sqrt{W^2 + W_r^2}$$

notándose así, que la potencia aparente es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos son las potencias activa y reactiva.

### Ejemplo 1.

En un circuito de corriente alternada la tensión en la toma es de 220 Volt y la intensidad 10 Amper. Esta corriente atrasa 30° con respecto a la tensión. Se pregunta el valor de la potencia aparente, efectiva y reactiva que se ponen en juego.

#### Solución

A un ángulo de atraso de 30°, corresponde, según la tabla, un coseno de 0,866 y un seno de 0,5. Conocidos estos valores trigonométricos, se pueden aplicar las expresiones generales de la potencia:

Potencia aparente:

$$W_a = E I = 220 \times 10 = 2200 \text{ VA}$$

Potencia wattada o efectiva:

$$W = E I \cos \varphi = 220 \times 10 \times 0,866 = 1905,2 \text{ W}$$

Potencia dewattada o reactiva:

$$W_r = E I \sin \varphi = 220 \times 10 \times 0,5 = 1100 \text{ Var.}$$

De manera que la potencia aparente total se subdivide en dos componentes, la activa y la reactiva, cuya suma geométrica da la total, como es fácil comprobar:

$$W_a = \sqrt{W^2 + W_r^2} = \sqrt{1905,2^2 + 1100^2} = 2200 \text{ VA}$$

### Ejemplo 2.

En un circuito de corriente alternada se ha conectado un voltímetro en la toma, un amperímetro y un wattímetro. La potencia leída es 2640 Watt. La tensión es 220 Volt y la corriente 15 Amper. Determinar el factor de potencia.

Solución

De la expresión que da la potencia efectiva, se deduce, inmediatamente:

$$\cos \varphi = \frac{W}{E I} = \frac{2640}{220 \times 15} = 0,8$$

### § 115) Potencia en un circuito con resistencia y capacidad.

Sea un circuito como el de la figura 109. Tiene conectadas en serie una resistencia y una reactancia capacitiva. Por las

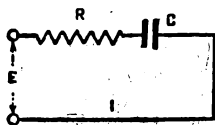


Fig. 109

mismas razones expuestas para el caso de resistencia en serie con bobina, y de acuerdo con la definición de valor eficaz, la potencia está dada por:

$$W = I^2 R$$

pero podemos, también aquí, substituir la intensidad por el cociente  $E/Z$  y nos queda:

$$W = I I R = \frac{E}{Z} I R = E I \cos \varphi$$

que es la expresión general de la potencia eficaz o activa de la corriente alternada, ya vista. Luego, a los efectos de la potencia útil, no interesa el carácter de la reactancia, sea inductiva o capacitiva.

El diagrama vectorial (ver fig. 110), tiene aspecto similar al de la figura 108, pero la corriente del circuito adelanta en lugar de atrasar. También en este caso se puede suponer que  $I$  está formada por dos componentes, una activa o wattada y otra reactiva o dewattada. La componente reactiva se insume en este caso en el campo eléctrico entre las armaduras del condensador.

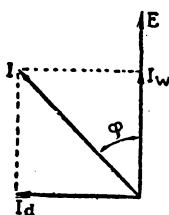


Fig. 110

Las expresiones de la potencia reactiva y de la aparente, son las mismas vistas en el párrafo anterior.

Como caso particular, puede suponerse que el circuito esté formado solamente por un condensador, cuyo dieléctrico sea perfecto, es decir, que la resistencia del material colocado entre las armaduras sea infinitamente grande.

El ángulo de fase es, en este caso,  $90^\circ$ , su coseno es nulo, y la potencia activa también lo será. Luego, puede decirse que un condensador conectado a una tensión alternada no consume potencia útil alguna. La intensidad absorbida es insumida completamente por el campo eléctrico, y el producto de ella por la tensión, da la potencia reactiva, pues el seno de  $90^\circ$  es la unidad. La potencia aparente es igual a la reactiva.

Esta característica da idea de la ventaja que puede reportar la conexión de un condensador a un circuito de corriente alternada, pues al absorber corriente adelantada, puede compensarse el atraso de las corrientes inductivas o magnetizantes.

Veamos cómo se procede, pues el problema tiene una importancia práctica fundamental.

### § 116) Mejoramiento del factor de potencia.

De la observación de los esquemas vectoriales de las figuras 108 y 110, salta a la vista que la componente reactiva de una bobina, tiene sentido contrario a la componente reactiva de un condensador. Luego, si sumamos en un circuito dos corrientes de tales características, deben anularse entre sí, o, por lo menos, compensarán en parte sus efectos.

Supongamos un circuito como el de la figura 111. Conectemos en paralelo con una impedancia, que tiene resistencia e inductancia, un condensador. La impedancia  $Z$  (formada por  $R$  y  $L$ ), nos absorbe de la red una corriente  $I_1$ , que atrasa con respecto a la tensión un ángulo  $\varphi_1$ , que es grande. El factor de potencia de este circuito será bajo ( $\cos \varphi_1$ ).

Para deducir el valor de la capacidad necesaria para mejorar el factor de potencia, hagamos el diagrama vectorial de dicho circuito.

Tomemos vertical el vector  $E$  (ver fig. 112), tensión en la toma. En atraso del ángulo  $\varphi_1$ , estará la intensidad  $I_1$ . Las componentes de esta intensidad son  $I_d$  e  $I_w$ , dewattada y wattada, respectivamente.

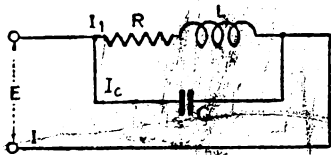


Fig. 111

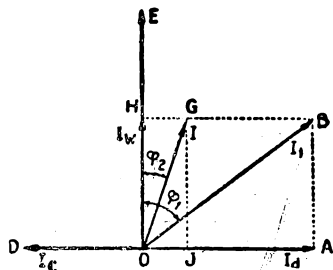


Fig. 112

El condensador absorbe una corriente  $I_c$ , con la que queremos compensar parte de la componente reactiva  $I_d$  de la corriente  $I_1$ . Después veremos por qué no compensamos totalmente toda esa componente dewattada.

De la figura 112, podemos deducir lo siguiente: en el triángulo OBH se tiene:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{BH}{HO} = \frac{AO}{HO} = \frac{I_d}{I_w}$$



y en el triángulo OGH podemos escribir:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{HG}{HO} = \frac{HB - BG}{HO} = \frac{HB - JA}{HO} = \frac{I_d - I_c}{I_w}$$

puesto que tomamos  $JA = I_c = OD$ .

Luego, restando las dos tangentes trigonométricas, se tiene:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{I_d - I_d + I_c}{I_w} = \frac{I_c}{I_w}$$

de donde se deduce:

$$I_c = I_w (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2)$$

que es la corriente que debe absorber el condensador para pasar de un atraso  $\varphi_1$  de la corriente, a otro menor  $\varphi_2$ . La corriente wattada puede ser expresada en función de la potencia activa del circuito y la tensión en los bornes:

$$I_w = \frac{W}{E}$$

y la corriente  $I_c$  será absorbida por un condensador de capacidad  $C$ , si su reactancia está dada por el cociente entre la tensión  $E$  y la corriente  $I_c$ ; luego podemos deducir el valor de la capacidad necesaria, mediante:

$$X = \frac{E}{I_c} = \frac{10^6}{\omega C}$$

substituyendo, además, la corriente wattada por el cociente  $W/E$ , con lo que se tiene, finalmente:

$$C = \frac{W 10^6}{2 \pi f E^2} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2)$$

que da la capacidad necesaria, expresada en micro-Farad, si la potencia activa se toma en Watt, la tensión en Volt, y la frecuencia en ciclos por segundo.

Dijimos más arriba, que se trata de compensar parte del defasaje entre la corriente atrasada y la tensión en la toma, y no todo ese defasaje. Veamos la razón de esto:

Supongamos (fig. 113) que se tiene una corriente total de circuito, dada por el segmento OA, que atrasa un ángulo de  $60^\circ$ . Para compensar en  $30^\circ$  ese defasaje, hace falta una corriente capacitiva igual al segmento AH, de acuerdo con la figura 112.

La corriente total del circuito, absorbida de la toma, será ahora OH, de modo que habrá experimentado una disminución igual al segmento AF (puesto que  $OH = OF$ ). La disminución relativa, o reducción porcentual de la corriente de línea, es de un 40 %.

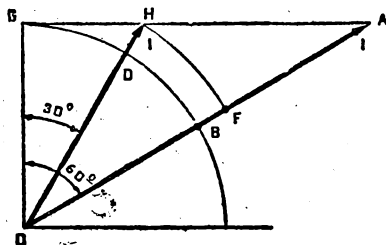


Fig. 113

Supongamos que, no conforme con esto, deseamos compensar los  $30^\circ$  restantes del defasaje en atraso de la corriente, es decir, queremos que la corriente sea toda wattada, segmento OG. Para ello debemos absorber, mediante otro condensador, una corriente dada por el segmento HG que representa el 50 % del valor del otro condensador, pues CH es la mitad de HA.

Veamos cual es la reducción operada en la corriente total del circuito. Del valor OH pasa al OG, es decir, la reducción es igual a HD, que representa el 13 % de OH.

Luego, resulta que para compensar los primeros  $30^\circ$ , es decir, para pasar de atraso  $60^\circ$  a  $30^\circ$ , debíamos emplear un condensador de capacidad proporcional al segmento HA, obteniéndose una reducción de 40 % en la intensidad. Para compensar los  $30^\circ$  restantes, hace falta aumentar la capacidad del condensador en un 50 %, y solo se obtiene una reducción adicional del 13 % sobre la corriente semicompenzada, que representa un 6,5 % sobre el valor original OA.

No hay conveniencia económica, pues, en pasar a defasajes menores de  $30^\circ$ , para los que el factor de potencia vale 0,866 que ya se considera muy bueno. Prácticamente, se tienen po

buenos atrasos de fase los que producen un factor de potencia de 0,8 (aprox.  $37^\circ$ ).

### Ejemplo.

Calcular la capacidad necesaria para mejorar el factor de potencia de un motor de corriente alternada desde 0,5 hasta 0,8, si la potencia del mismo es 10 KW, la tensión 220 Volt y la frecuencia de la red 50 c/s.

### Solución

Previamente, con ayuda de la tabla trigonométrica, se encuentran las tangentes que corresponden a esos cosenos dados:

para  $\cos \varphi = 0,5$  .....  $\operatorname{tg} \varphi = 1,732$

para  $\cos \varphi = 0,8$  .....  $\operatorname{tg} \varphi = 0,749$

Aplicando ahora la expresión dada, en la que debe tomarse la potencia en Watt y la tensión en Volt, se tiene:

$$C = \frac{W 10^6}{2 \pi f E^2} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2) = \frac{10000 \times 1000000 (1,732 - 0,749)}{2 \times 3,14 \times 50 \times 220^2} =$$

$$C = 647 \mu F.$$

## CAPÍTULO XV

### CIRCUITOS TRIFASICOS

#### § 117) Circuitos monofásicos.

Todo el estudio relativo a corriente alternada, hecho en los capítulos XII, XIII y XIV, se refería a circuitos en los que se disponía de una tensión alternada entre dos bornes, que llamamos siempre: tensión en la toma. Esa tensión alternada, se generaba por movimiento de rotación, dentro de un campo magnético, de un conductor lineal o una espira abierta. Entre los extremos del conductor o de la espira estaba presente una diferencia de potencial alternada.

La tensión tenía, entonces, una sola fase de variación, sus sucesivos valores se representaban mediante una senoide, y la equivalencia vectorial de la misma era un vector único, cuya longitud representaba, en escala, el valor eficaz de la tensión. La intensidad de corriente en el circuito se representaba por otro vector, que podía estar en fase o no con dicha tensión.

Los circuitos de ese tipo, se denominan: "*monofásicos*", y en los mismos se dispone únicamente de una sola tensión entre los dos bornes de la toma.

Si el circuito tiene varios elementos intercalados, en éstos se producen caídas de potencial, cuya suma vectorial da la tensión de la toma. Las líneas de distribución de corriente alternada monofásica, tienen, entonces, dos conductores.

#### § 118) Sistemas bifásicos.

Supongamos que, en lugar de hacer girar a un solo conductor dentro de un campo magnético (§ 93), coloquemos dos conductores, aislados entre sí, pero de manera que se hallen opues-

tos con respecto al eje (ver fig. 114). Los dos conductores giran alrededor del eje con velocidad uniforme, pero manteniendo siempre su posición recíproca, distanciados en media vuelta.

En el conductor (1), se inducirá una f.e.m. alternada, cuya frecuencia es igual al número de vueltas que da el conductor en un segundo, pues en cada vuelta se produce un ciclo completo de variación. En el conductor (2), también se inducirá una f.e.m. alternada, de igual valor y frecuencia que en el (1), suponiendo que ambos sean del mismo tamaño.

Pero obsérvese que cuando la f.e.m. pasa por el máximo positivo en el conductor (1), en el (2) pasará por el máximo negativo, pues es lo mismo que si el primero estuviera en la posición del segundo, después de haber dado media vuelta. Las dos f.e.e.mm. están defasadas en medio ciclo, o sea de  $180^\circ$ .

Si hacemos la representación sinusoidal de las dos f.e.e.mm. (fig. 115), deben estar en oposición de fase, para que las crestas de una se anticipen de medio período a las de la otra. Nótese

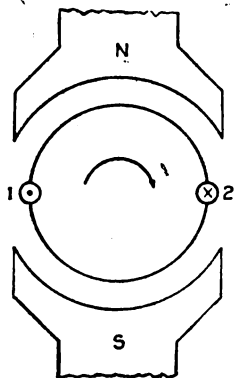


Fig. 114

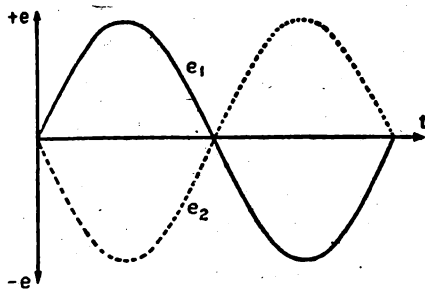


Fig. 115

que tanto se puede decir que la (1) adelanta, como atrasa  $180^\circ$  con respecto a la (2), pues su máximo positivo está adelantado de medio período con respecto al de la (2), pero también está atrasado de la misma cantidad respecto del máximo de la (2) que ya se produjo, y que no aparece en la figura.

Luego, un *sistema bifásico* consiste en dos f.e.e.mm. defasadas entre sí de medio período, y que, por consiguiente, están en oposición de fase.

El diagrama vectorial de este sistema es un par de vectores (fig. 116) iguales y opuestos, es decir, que tienen la misma dirección pero sentido contrario. Luego no podemos conectar en paralelo los dos conductores de la figura 114, porque sus ff. ee. mm. se anularían entre sí.

Para formar circuitos con un sistema bifásico, se debe proceder como indica la figura 117. Se unen dos extremos de los conductores (en la figura aparecen bobinas, porque en la práctica los generadores tienen bobinados y no conductores lineales), en el punto O, y se dejan libres los otros dos extremos A y B.

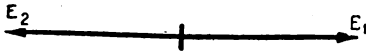


Fig. 116

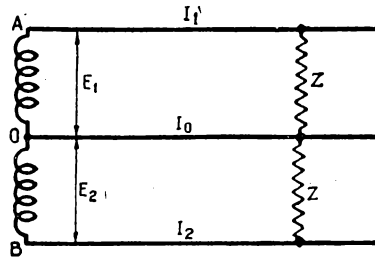


Fig. 117

La línea de distribución tiene tres conductores, que parten de los tres puntos A, O y B. El punto O se suele llamar: neutro, porque no tiene potencial con respecto a la tierra.

Si se conectan impedancias de consumo como las Z, se originarán corrientes en las líneas,  $I_1$ ,  $I_0$  e  $I_2$ . Se tienen, en realidad, dos circuitos monofásicos, con un conductor común a ambos, el central, que se llama: neutro.

Como en cada instante las dos corrientes están en oposición de fase, pues las tensiones lo están (suponemos que las dos impedancias Z son iguales), la suma de los valores instantáneos es nula, y como esas corrientes se unen en el neutro, a través de las impedancias de la carga, el neutro no debe llevar corriente. En la práctica, cualquier diferencia entre las dos corrientes  $I_1$  e  $I_2$ , provocada por diferencias entre las impedancias, Z, ya sea en su valor o en la fase, provocan circulación de corriente en el conductor neutro, dada por la diferencia vectorial entre las dos corrientes  $I_1$  e  $I_2$ .

Las ventajas de los sistemas bifásicos con respecto a los monofásicos, en lo que respecta a las líneas de canalización, están en que se utilizan dos conductores para servir a dos circuitos de

igual carga que si fueran dos monofásicos independientes. Si el neutro lleva corriente, su sección puede ser reducida, porque esa corriente nunca será muy grande, de modo que con dos conductores gruesos y uno fino suplimos los cuatro conductores que requerirían dos circuitos monofásicos independientes. Es cierto que el generador debe suministrar doble potencia que si se tratara de un solo circuito, pero lo mismo ocurriría si tuviéramos los dos circuitos monofásicos independientes.

En la práctica, no se ha difundido el sistema bifásico de distribución de corriente alternada, pues ha sido reemplazado inmediatamente por el trifásico, de mayores ventajas, y que veremos enseguida. La explicación que antecede, tiene, pues, valor ilustrativo solamente. Quedan, sin embargo, algunas redes de distribución bifásicas, las que son substituídas por trifásicas en cuanto se presenta la oportunidad. Para ello no hay más que agregar un conductor, si el neutro tiene sección reducida, y si fuera de la misma sección que los dos conductores de la línea, no es menester agregar ningún otro cable, pues los tres disponibles permiten instalar el sistema trifásico.

### § 119) Sistemas trifásicos.

Supongamos que, dentro del campo magnético que teníamos en la figura 114, hacemos girar tres conductores en lugar de dos (fig. 118). En cada uno de ellos se inducirá una f.e.m., alternada, según se ha visto (§ 93).

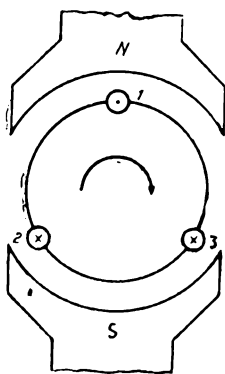


Fig. 118

Ahora bien, los tres conductores están aislados entre sí y apartados de un tercio de vuelta, de manera que las f.e.m.m. inducidas no estarán en fase. Cuando uno de los conductores está en la posición superior (el 1, por ejemplo), corta perpendicularmente a las líneas de fuerza, y, por consiguiente, la f.e.m. inducida será máxima, es decir, pasará por el valor de cresta de su variación. En ese mismo momento, los otros conductores no ocupan una posición límite superior o inferior con respecto al campo magnético, de modo

que las f.e.m.m. inducidas en ellos no serán máximas en tal instante. Un tercio de vuelta más adelante, o sea, un tercio del período

o duración de una vuelta más tarde, el conductor (2) será el que pasa por la posición superior extrema, y en él se inducirá el valor máximo de la f.e.m., mientras que el (1) habrá llegado a la posición (3), y por consiguiente, su f.e.m. será menor que la máxima. En esta forma se repite el fenómeno para los tres conductores en cada vuelta.

Para observar las variaciones de las f.f.e.e.mm. en los tres conductores, en cada posición de la vuelta alrededor del eje, haremos la representación sinusoidal de las mismas en un mismo gráfico (fig. 119).

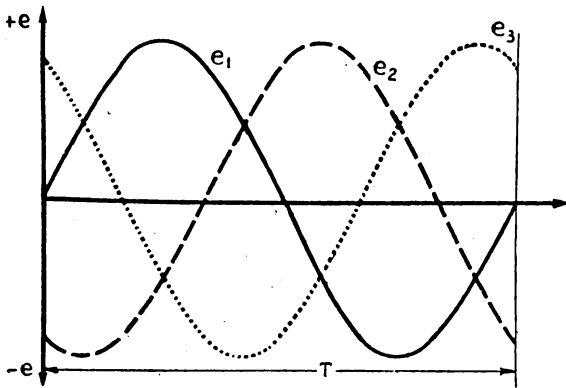


Fig. 119

La curva  $e_1$  da las variaciones de la f.e.m. inducida en el conductor (1) en una vuelta completa, es decir, durante un período  $T$  de tiempo. El máximo de la f.e.m. del conductor (2), se produce un tercio de vuelta más adelante, o un tercio de período más tarde, luego la sinusoide  $e_2$ , que representa esa f.e.m., debe estar atrasada un tercio de ciclo, o  $120^\circ$  (puesto que un período se cumple en un giro de  $360^\circ$ ), con respecto a la  $e_1$ . Y, finalmente, el valor máximo de la f.e.m. inducida en el conductor (3), se produce un tercio de período más tarde que en el conductor (2), de modo que la sinusoide  $e_3$  debe atrasar otros  $120^\circ$  con respecto a la  $e_2$ . Resulta que la  $e_3$  atrasa  $240^\circ$  con respecto a la  $e_1$ , o, lo que es lo mismo, adelanta  $120^\circ$  con respecto a esta tensión inducida en el conductor (1).

Las tres f.f.e.e.mm. inducidas en los tres conductores, están cada una defasada de  $120^\circ$  con respecto a la anterior o a la siguiente. Un sistema así se denomina: "trifásico".



Para observar mejor los defasajes recíprocos, hagamos el diagrama vectorial de esas tres tensiones (fig. 120). Si representamos el valor eficaz de la f.e.m.  $e_1$ , por un vector vertical  $E_1$ , la tensión eficaz  $E_2$  debe estar atrasada  $120^\circ$  respecto de la primera. Asimismo, el valor eficaz de la f.e.m. inducida en el conductor (3), debe atrasar  $120^\circ$  con respecto a  $E_2$ , por lo que el vector  $E_3$  aparece en la forma que se ve en la figura. Suponemos que las magnitudes de las tres tensiones son iguales, por lo que los vectores tendrán igual longitud.

Si se forman circuitos con el sistema trifásico, se tienen dos posibilidades, que veremos separadamente. Son los circuitos estrella y triángulo.

### § 120) Circuitos trifásicos en estrella.

En la práctica, los tres conductores del generador de la figura 118 se substituyen por sendas bobinas, de modo que en los esquemas tendremos en cuenta este detalle. Si unimos los tres extremos de las tres bobinas en un punto, y dejamos los otros tres extremos libres, habremos formado una conexión que se llama: "en estrella" (ver fig. 121). De los extremos 1, 2 y 3, salen las tres líneas, y del punto 0 sale el llamado: "conductor neutro".

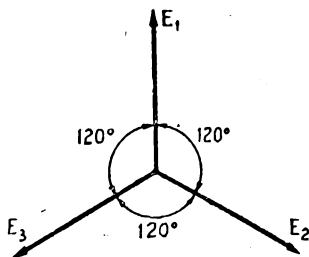


Fig. 120

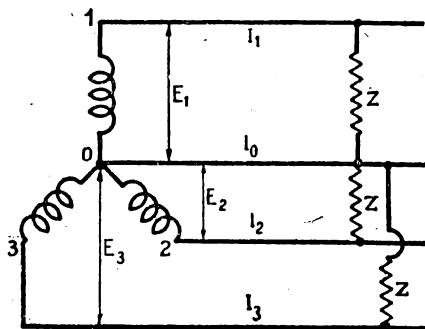


Fig. 121

Se tienen formados, así, tres circuitos monofásicos, que tienen un conductor común (el neutro).

Las impedancias de carga, que representan el consumo, se conectan entre un conductor de línea y el neutro, como se indica en la figura, habiendo entre esos dos conductores la tensión

eficaz llamada. "*de fase*", porque es igual a la que suministra una de las bobinas que constituye una fase del sistema.

En efecto, la misma tensión que hay entre los puntos 0 y 1, se mantiene, salvo las caídas en la línea, a lo largo de ésta, de modo que resulta aplicada a los extremos de la impedancia,  $Z$ , de carga. En las otras fases pasa lo mismo: la tensión entre 0 y 2 es la de "*fase*", y se aplica a la otra impedancia de carga; para la fase 3, cuya tensión se mide entre los puntos 0 y 3, sucede lo mismo.

Veamos qué tensión hay entre los puntos 1 y 2, o los 2 y 3, o, finalmente, entre los 3 y 1. Esta tensión se llama: "*de línea*", pues se mide entre dos conductores de la línea, sin que intervenga el neutro.

La diferencia de potencial entre los puntos 1 y 2, por ejemplo, se halla haciendo la diferencia entre las tensiones  $E_1$  y  $E_2$ , pues sus vectores tienen sentidos opuestos (ver fig. 122). De modo que podemos escribir:

$$E_L = E_1 - E_2 = E_1 + (-E_2)$$

teniendo carácter vectorial las operaciones indicadas. Se ve que puede substituirse la resta vectorial por una suma, siempre que se le cambie el sentido a uno de los vectores. Debemos sumar, pues,  $E_1$  con el opuesto de  $E_2$ , para tener la tensión de línea  $E_L$ .

En la figura 122, el vector  $E_1$  está dado por OA, y el  $E_2$  por OB. Tomamos el opuesto de  $E_2$ , que es OD, para invertir su sentido, y hacemos la suma de los vectores OA y OD. Construyendo el paralelogramo se obtiene el punto F, y la diagonal OF será la tensión de línea buscada,  $E_L$ .

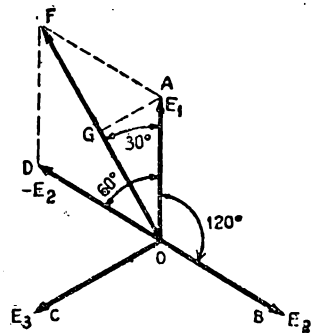


Fig. 122

Pero obsérvese que si entre las rectas OB y OA hay un ángulo de  $120^\circ$ , entre las OA y OD debe haber  $60^\circ$ , pues es el suplemento hasta  $180^\circ$ . Como  $OA = OD$ , el ángulo entre OA y OF debe ser la mitad de  $60^\circ$ , es decir,  $30^\circ$ . Bajemos la perpendicular desde A a la recta OF, obteniéndose el punto G. El seg-

mento  $OG$  es el cateto de un triángulo rectángulo, en el cual se cumple:

$$OG = OA \cos 30^\circ = E_1 \cdot 0,866$$

y como  $OF$  es el doble de  $OG$ , la tensión de línea está dada por el doble de la expresión anterior, es decir:

$$E_2 = 1,73 \quad E_1 = \sqrt{3} \quad E_f$$

donde  $E_f$  es la tensión de fase. Lo mismo podemos deducir para las otras fases, de modo que la tensión entre dos líneas de un sistema trifásico en estrella es igual a la tensión entre una línea y el neutro, multiplicada por 1,73.

Veamos lo que sucede con las corrientes del sistema. Para cada fase se puede hacer un diagrama vectorial, con la tensión de fase, y, defasado de ella del ángulo correspondiente a la impedancia que se conecte, la intensidad de corriente (ver fig. 123).

Así como hemos llamado tensión de fase a la que había entre los extremos de cada bobina que constituía una fase del sistema, y tensión de línea la que se medía entre dos conductores de la línea, sin contar al neutro, llamaremos *corriente de fase* a la que pasa por una de las bobinas de fase y *corriente de línea* la que circula por uno de los conductores de la línea. Observando la figura 121, se ve enseguida que en el sistema estrella esas dos corrientes son iguales, de modo que:

$$I_f = I_l$$

llamando a la primera corriente de fase, y a la segunda de línea.

Ahora bien, las tres corrientes de fase o de línea concurren al punto neutro a través de las impedancias de carga, y por el conductor neutro. En este conductor, pues, tendremos la suma vectorial de las tres corrientes de línea. Hagamos esa suma en la figura 123.

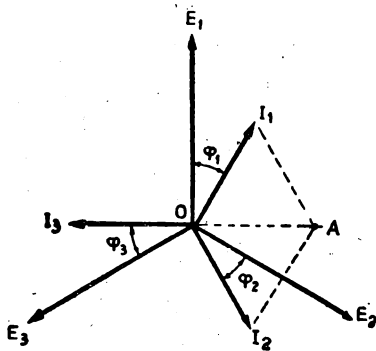


fig. 123

Sumamos  $I_1$  con  $I_2$ , mediante la regla del paralelogramo, y obtenemos  $OA$ , que es igual y opuesto a  $I_3$ , luego la suma de  $OA$  con esta última da cero. Luego, la suma de las tres corrientes de un sistema trifásico en estrella, si son iguales entre sí, y están defasadas regularmente, es nula, lo que permite afirmar que por el conductor neutro no circula corriente.

Si, en cambio, las tres corrientes no son iguales, o no están defasadas de  $120^\circ$  entre sí, por el neutro circula la resultante vectorial de esas tres corrientes. Esto puede tener origen en el hecho de que las tres impedancias conectadas a las tres fases no sean iguales, lo que sucede frecuentemente en la práctica.

### § 121) Circuitos trifásicos en triángulo.

Supongamos que, en lugar de unir tres extremos de las bobinas y dejar libres los otros tres, conectamos esas bobinas del generador en la forma que se ve en la figura 124. Tal conexión forma un sistema "en triángulo". Los tres conductores de la línea se unen a los tres vértices del triángulo.

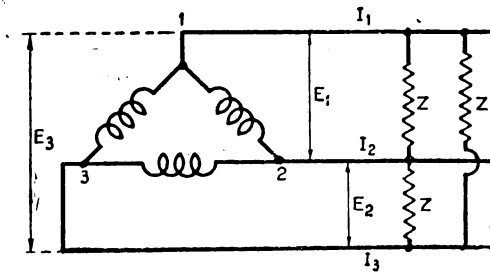


Fig. 124

En este caso no disponemos de hilo neutro, puesto que tampoco hay punto neutro. Las tensiones de fase, que están presentes entre los puntos 1 y 2, 2 y 3, y 3 y 1, se pueden medir también entre los conductores de la línea. Esta es la primera característica del sistema en triángulo, pues si llamamos, como antes,  $E_l$  a la tensión de línea y  $E_f$  a la de fase, se tiene:

$$E_l = E_f$$

como se ve claro en la figura.

Si conectamos tres impedancias de carga,  $Z$ , una a cada fase, es decir, entre cada par de líneas, se producen tres corrientes de consumo. Si esas corrientes las medimos en la línea, tenemos la *corriente de línea*, que es  $I_1$  para la línea 1,  $I_2$  para la línea 2, e  $I_3$  para la 3. Pero si las medimos al pasar por la bobina, vemos inmediatamente que entre los puntos 1 y 2 no puede pasar la misma intensidad de corriente que pasa por la línea 1, o por la línea 2, por ejemplo.

La corriente de la línea 1, proviene de las dos bobinas intercaladas entre 1 y 2, y entre 1 y 3. Luego, para calcular la corriente de línea, debemos hacer una composición vectorial, tomando esas dos corrientes con sus sentidos respectivos, que son opuestos entre sí.

No es necesario hacer la demostración de nuevo, pues ya fué hecha en la figura 122, para las tensiones del sistema estrella. Repitiendo esa deducción, llegamos a la conclusión de que, si la corriente de fase es  $I_f$  y la de línea  $I_l$ , entre ellas se cumple:

$$I_l = 1,73 \quad I_f = \sqrt{3} \quad I_f$$

que dice que, en un sistema en triángulo, la corriente de línea es igual a la corriente de fase, multiplicada por 1,73.

Luego, si bien el sistema en estrella requiere un conductor neutro adicional, los conductores de la línea pueden tener menor sección que en el sistema en triángulo, y en la proporción de 1 a 1,73.

Para representar el sistema triángulo por un diagrama vectorial, se puede hacer como se indica en la figura 125. Los tres vectores tienen igual longitud, pues suponemos a las tres tensiones iguales, y están defasados de  $120^\circ$  entre sí. A primera vista parecería que el defasaje es de  $60^\circ$ , pero debe cuidarse el sentido de los vectores, y medir esos ángulos en la forma indicada en la figura.

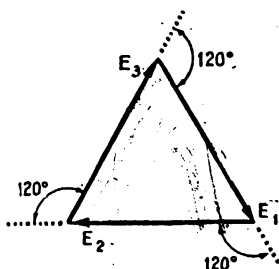


Fig. 125

## § 122) Características de los sistemas trifásicos.

Veamos las ventajas que presentan los sistemas trifásicos con respecto a los monofásicos.

Con el circuito en estrella de la figura 121, se alimentan tres circuitos monofásicos, cada uno de los cuales toma una corriente igual a la de línea. Luego, en lugar de seis conductores empleamos tres, y, accidentalmente, el hilo neutro, de menor sección que los cables de la línea.

Supongamos ahora que se tiene un cierto número de impedancias de carga, que se pueden conectar a un circuito monofásico o a uno trifásico, basta que tengan igual tensión en sus bornes. Si el trifásico se conecta en estrella, cada línea tendrá la tercera parte de corriente que el circuito monofásico, luego la sección de los conductores puede ser igual a la tercera parte de los utilizados en la línea monofásica.

Para el circuito trifásico en estrella, necesitamos, entonces, tres conductores de sección  $S$ , que hacen en total una sección neta de cobre:

$$3 S$$

y para el monofásico, necesitamos dos conductores de sección triple, es decir:

$$2 \times 3 S = 6 S$$

de manera que con el circuito trifásico hemos economizado la mitad de la sección neta de cobre.

Esto dice, bien a las claras, cual es la razón de la generalización de los sistemas trifásicos para líneas de distribución de energía eléctrica.

**CONDICIONES DE EQUILIBRIO Y SIMETRÍA.** Si las tres tensiones de un sistema trifásico son iguales en magnitud, y están defasadas de  $120^\circ$  entre sí, se dice que el sistema es simétrico. En la práctica, esto se cumple con bastante aproximación.

Si las tres corrientes de un sistema trifásico son iguales en magnitud y están defasadas de  $120^\circ$  entre sí, el sistema se llama equilibrado. Esto sólo se cumple en los casos en que el artefacto eléctrico conectado tenga tres ramas iguales, o sea, cuando él es trifásico. Si a la red trifásica se conectan varios artefactos monofásicos, es difícil que las corrientes de las fases resulten iguales, o que guarden iguales defasajes con respecto a las tensiones, por lo que se producirá, seguramente, un desequilibrio. Si el sistema es en estrella, circulará corriente por el hilo neutro.

Un sistema trifásico simétrico y equilibrado a la vez, se llama: *perfecto*.

### § 123) Potencia en sistemas trifásicos perfectos.

Supongamos que conectamos tres impedancias iguales a un circuito trifásico en estrella (fig. 126 a). Esas impedancias darán origen a la circulación de tres corrientes de línea, iguales entre sí, y defasadas del mismo ángulo respecto de las tres tensiones de fase. Se tienen, en realidad, tres circuitos monofásicos iguales entre sí.

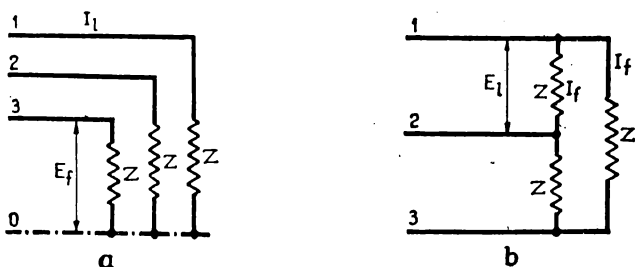


Fig. 126

Si llamamos  $E_f$  a la tensión de fase, que sería la tensión aplicada al circuito monofásico;  $I_l$  a la corriente de línea, que sería la corriente circulante en dicho circuito monofásico; y  $\varphi$  al ángulo de defasaje entre esa corriente y esa tensión, la potencia eléctrica en cada circuito monofásico estará dada por (§ 113):

$$w = E_f I_l \cos \varphi$$

y como tenemos tres fases iguales, cada una de las cuales absorbe una potencia igual a la anterior, la potencia total del circuito será:

$$W = 3 w = 3 E_f I_l \cos \varphi$$

pero sabemos que en un sistema estrella, la tensión de fase y la tensión de línea están entre sí en la siguiente proporción:

$$E_l = E_f \sqrt{3}$$

que permite escribir, en la expresión de la potencia total:

$$W = 3 \frac{E_l}{\sqrt{3}} I_l \cos \varphi$$

y que simplificada, queda finalmente:

$$W = \sqrt{3} E_l I_l \cos \varphi$$

que es la expresión general de la potencia total trifásica, en un sistema en estrella perfecto, dada en función de la tensión y la intensidad de línea.

Veamos cuál es la potencia para un sistema perfecto conectado en triángulo. Sea el circuito de la figura 126 b, y conectemos tres impedancias,  $Z$ , en triángulo. Cada una absorbe una corriente que es la de fase, y entre sus bornes hay una tensión que es la de línea. Luego, la potencia de cada fase será:

$$w = E_l I_f \cos \varphi$$

y como tenemos tres fases con igual potencia absorbida, la potencia total será la suma de las tres, es decir:

$$W = 3 w = 3 E_l I_f \cos \varphi$$

pero la corriente de línea y la corriente de fase, en un sistema en triángulo, están en la proporción:

$$I_l = \sqrt{3} I_f$$

que permite simplificar la expresión anterior, substituyendo la corriente de fase por la de línea, y quedando finalmente:

$$W = \sqrt{3} E_l I_l \cos \varphi$$

idéntica a la obtenida para los circuitos en estrella. Luego, la expresión de la potencia total trifásica, no depende de la forma de conectar al sistema, y se da siempre en función de los valores de línea, más fáciles de medir que los de fase.

De la expresión de la potencia, se puede deducir el desfase de la red trifásica, dado por:

$$\cos \varphi = \frac{W}{\sqrt{3} E_l I_l}$$

que puede ser determinado por medición de  $W$  y de la tensión y corriente de línea.

Extendiendo los conceptos de potencia aparente y reactiva (§ 114), escribiremos, para un circuito trifásico, las expresiones siguientes:



La potencia aparente trifásica total:

$$W_a = \sqrt{3} E_t I_t$$

que se medirá en VA (Volt-Amper), y dada en función de la tensión y la corriente de línea.

La potencia reactiva total trifásica:

$$W_r = \sqrt{3} E_t I_t \sin \varphi$$

que se mide en VAR (Volt-Amper-Reactivo), y se da también en función de los valores de línea.

#### Ejemplo.

Un motor trifásico de corriente alternada tiene una potencia de 5 Kilowatt y un factor de potencia de 0,8. Está conectado a una red en triángulo de 220 Volt de línea. La red se modifica al sistema estrella, conservando la misma tensión de fase. Se pregunta: ¿cuál es la nueva tensión de línea, cuál era la intensidad en la conexión anterior y cuál en la nueva?

#### Solución

La nueva tensión de línea, correspondiente al sistema estrella, está ligada a la tensión de fase por el factor conocido:

$$E_l = \sqrt{3} E_f = 1,73 \times 220 = 380 \text{ V.}$$

Para calcular la intensidad de corriente, escribimos la expresión de la potencia trifásica:

$$W = \sqrt{3} E I \cos \varphi$$

de la que se deduce el valor de la intensidad:

$$I = \frac{W}{\sqrt{3} E \cos \varphi} = \frac{5000}{1,73 \times 220 \times 0,8} = 16,45 \text{ A.}$$

que se ha calculado para la red en triángulo de 220 Volt de línea. Cuando la red pasa a la conexión estrella, se puede aplicar la misma fórmula anterior, pero substituyendo la tensión 220 Volt por la nueva tensión de línea 380 Volt. Salta a la vista que la nueva intensidad será menor que la anterior en la proporción: :

$$I_2 = \frac{I_1}{\sqrt{3}} = \frac{16,45}{1,73} = 9,5 \text{ A.}$$

donde  $I_1$  es la corriente de línea en la conexión triángulo, e  $I_2$  la corriente de línea en la conexión estrella. La segunda coincide con la corriente de fase de la red triángulo.

P A R T E   Q U I N T A

# MEDICIONES ELECTRICAS

INSTRUMENTOS DE MEDIDA — AMPLIACION DEL CAMPO DE  
INSTRUMENTOS DE MEDIDA — PRECISION DE INSTRUMENTOS  
DE MEDIDA — MEDICION DE RESISTENCIAS — MEDICION DE  
LA CAPACIDAD Y LA INDUCTANCIA — MEDICION DE LA  
POTENCIA ELECTRICA — MEDIDAS VARIAS — MEDIDORES DE  
ENERGIA ELECTRICA

## CAPÍTULO XVI

### INSTRUMENTOS DE MEDIDA

#### § 124) Generalidades.

Las magnitudes eléctricas que han aparecido en los distintos capítulos anteriores son susceptibles de medición. Para ello deben imaginarse dispositivos capaces de suministrar una indicación en una escala graduada, que guarde cierta proporcionalidad con la magnitud a medir. Así, si se desea pesar un cuerpo, en realidad se está determinando la magnitud de la fuerza con que dicho cuerpo es atraído por la tierra. Para ello, se puede emplear la balanza (ver fig. 127), que consta de un resorte con una aguja que suministra una lectura sobre la escala graduada en kilogramos.

Al actuar sobre el gancho de la balanza una fuerza que llamaremos "*motora*", y que es igual al peso del cuerpo colgado, el resorte se distiende, haciendo una fuerza contraria, que llamaremos "*antagónica*" y que tiende a subir al peso suspendido.

Cuando se equilibran perfectamente la fuerza motora y la antagónica, el índice de la balanza se detiene en un punto de la escala y se hace la lectura. Esa cifra da el peso del cuerpo, pues al construir la balanza, se han colgado pesos conocidos y graduado la escala con ellos, en una operación que se llama: "*tarado*".

De modo que para hacer medidas de cantidad, intensidad, etc., de agentes físicos, debemos hacer que ellos produzcan una fuerza motora, contrarrestarla con una antagónica y leer la posición de equilibrio, que nos da una idea de la cantidad a medir.

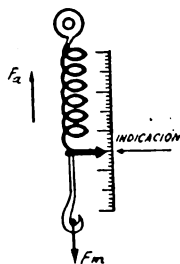


Fig. 127

Está claro que si no existiera la fuerza antagónica, en el caso de la balanza o en cualquier otro, cualquier peso que se colgara del gancho llevaría la aguja hasta el fondo inferior, no teniéndose entonces idea de la magnitud de la fuerza motora.

En la práctica de los instrumentos de medida de magnitudes eléctricas, las escalas son arcos de círculo en lugar de segmentos rectos, de manera que el movimiento producido debe ser giratorio y no rectilíneo. De resultados de ello, la fuerza motora y la antagónica son substituídas por la "*cupla motora*" y la "*cupla antagónica*", ya que sabemos que una fuerza que provoca un movimiento de rotación, por estar aplicada a un cuerpo que puede girar, y a una distancia del eje que denominamos "*radio de giro*", se define más claramente por el producto de dicha fuerza por el radio de giro.

Tal es el momento de la fuerza, o cupla. De modo que si tenemos una acción que impulsa a un cuerpo a girar, y que está provocada por una fuerza aplicada a una distancia  $r$  del eje, la cupla de giro está dada por el producto:

$$M = F r$$

siendo  $M$  la cupla, en Kgm;  $F$  la fuerza, en Kg, y  $r$  el radio, en m.

En los instrumentos para medidas eléctricas, tenemos dos casos fundamentales, y de ellos salen varias combinaciones. Uno es el del amperímetro o aparato para medir intensidades de corriente, y otro es el del voltímetro, o aparato para medir diferencias de potencial entre dos puntos de un circuito.

Lógicamente, esos dos instrumentos se deberán conectar en la forma indicada en la figura 128, para que midan las magni-

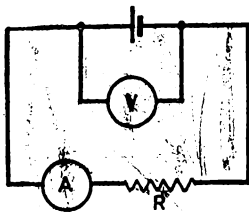


Fig. 128

tudes citadas. Se indica con  $A$  el amperímetro y con  $V$  al voltímetro.

Cualquiera que sea el principio de funcionamiento, que veremos más adelante, la indicación debe ser en ambos casos propor-

cional a la magnitud a medir. En el caso del amperímetro, es fácil obtener fuerzas que guarden relación con la intensidad de corriente (§ 77), pero en el caso del voltímetro, se recurre siempre a que funcione como un amperímetro, en lo que respecta al principio de accionamiento, es decir, que su indicación será proporcional a la corriente que lo recorre, pero como la resistencia interna puede suponerse que no varía, el producto de la intensidad que pasa por él, por la resistencia interna, da una diferencia de potencial, que es la que hay entre los extremos a donde se conectó.

Luego, se tara la escala en Volt, que se obtiene por el producto de cada valor de la intensidad por la resistencia interna del aparato, y se ha conseguido un voltímetro construido con el principio de accionamiento del amperímetro.

### § 125) Instrumentos de hierro móvil.

Aprovechando el principio de funcionamiento de los electroimanes (§ 76), se construyen aparatos de medida muy simples (fig. 129). Una bobina con núcleo de aire permite el movimiento de una chapita de hierro en su interior, la que constituye la armadura. Como la chapa está fija a un eje, el movimiento conseguido es de rotación.

Cuando pasa corriente por la bobina, sobre la chapa actúa una fuerza de atracción, que es la portante del electroimán:

$$F_m = \frac{B^2 S}{8 \pi} = \frac{H^2 S}{8 \pi} = C I^2$$

donde hemos substituído a la inducción por la intensidad del campo magnético, en virtud de que prácticamente no hay núcleo de hierro. La proporcionalidad entre la intensidad de corriente y la del campo magnético producido por ella en todo solenoide (§ 70), nos ha permitido substi-

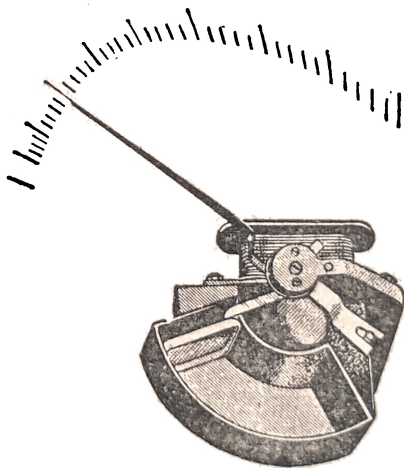


Fig. 129

tuir una magnitud por la otra, y agrupar todos los términos constantes en la letra C. De modo que la fuerza motora es proporcional al cuadrado de la intensidad que recorre la bobina. Veamos la cupla que se produce.

Para equilibrar la acción motora necesitamos una cupla antagónica, y se la provee una espiral de acero (fig. 130). La fuerza que actúa sobre la chapita produce una cupla motora dada por el producto de ella por el radio de giro:

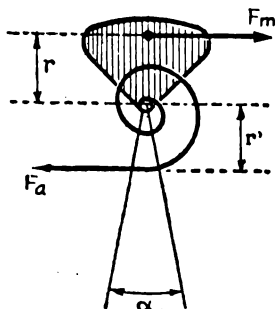


Fig. 130

$$M = F_m r$$

y la espiral suministra una cupla contraria de valor:

$$M_a = F_a r'$$

Ahora bien, la cupla que opone una espiral a ser arrollada o desarrollada, es directamente proporcional al ángulo de giro  $\alpha$ , de manera que podemos escribir, de acuerdo con esto y con

las dos igualdades anteriores:

$$M = C I^2 r$$

$$M_a = C' \alpha$$

de modo que en cuanto pasa una cierta intensidad de corriente  $I$  por la bobina, la chapa y la aguja, solidaria con ella, se moverá un ángulo de giro  $\alpha$ , dado por el equilibrio de la cupla motora y la antagónica, deteniéndose el movimiento cuando las dos cuplas se igualen, es decir:

$$C' \alpha = C I^2 r$$

que permite deducir que el ángulo girado por la aguja para una corriente  $I$ , es igual a:

$$\alpha = k I^2$$

donde  $k$  engloba los términos constantes. Luego los ángulos recorridos en la escala por la aguja son proporcionales al cuadrado de la intensidad que recorre la bobina.

Esto nos dice dos cosas: la primera, que las divisiones de la escala no pueden ser iguales entre sí, sino que siguen aproximadamente una ley cuadrática. La segunda es que, como la

elongación de la aguja depende del cuadrado de  $I$ , no interesa el sentido de ésta, ya que cualquiera que sea su signo, siempre su cuadrado será positivo. En efecto, un electroimán atrae a la armadura con cualquier sentido de circulación de corriente en la bobina.

Si no interesa el sentido de la corriente, tampoco interesará que éste varíe continuamente, de modo que el aparato funcionará tanto en corriente continua como en corriente alternada. De esta última, y de acuerdo con la definición dada en parágrafo 97, indicará el valor eficaz.

**AMORTIGUAMIENTO.** Cuando se conecta un instrumento pasa corriente por la bobina, actúa la cupla motora, y la aguja es desplazada. Pero, antes que la cupla antagónica equilibre el movimiento, por inercia la aguja pasa de la posición de igualdad entre las dos cuplas. Luego la antagónica hace retroceder a la aguja, y ésta, al volver, pasa de esa posición de equilibrio hacia atrás, también por inercia. En esta forma se cumplen una serie de oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio, que obligan a esperar que cesen para hacer la lectura.

Se puede evitar esto, haciendo que mientras dure el movimiento exista una fuerza de frenado que lo obligue a realizarse con lentitud, y que desaparezca en el mismo instante en que la aguja se detiene. Luego la fuerza frenante debe ser creada por el movimiento mismo. Esta operación se denomina: "*amortiguamiento de las oscilaciones de la aguja*".

En el instrumento de la figura 129, se ve que se ha recurrido al amortiguamiento a pistón, en el cual una chapa se mueve dentro de un conducto, movida por un brazo de prolongación de la aguja. El aire impone resistencia al movimiento y sólo permite que se cumpla con lentitud.

**OTRO TIPO DE INSTRUMENTO DE HIERRO MÓVIL.** En la figura 131, se ve un modelo distinto del anterior. La bobina <sup>(1)</sup> está arrollada sobre un cilindro hueco que contiene al eje de la aguja. A este eje está fija una pieza de hierro dulce, y al cilindro exterior otra pieza del mismo material.

Al pasar corriente por la bobina se forma un campo magnético, y se inducen en las dos piezas de hierro masas magnéticas

del mismo signo, que, de acuerdo con la ley de Coulomb (§ 57), deben rechazarse entre sí, con una fuerza dada por:

$$F_m = \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Ahora bien, la masa magnética inducida en cada pieza, es directamente proporcional a la intensidad del campo magnético del interior del solenoide, el cual, a su vez, es directamente proporcional a la corriente que recorre la bobina (§ 70), de modo que cada masa de la fórmula anterior puede ser substituída por el producto de una constante y la intensidad  $I$ , de la corriente a medir:

$$F_m = \frac{C I C' I}{d^2} = C_1 I^2$$

donde hemos agrupado con  $C_1$  a todas las cantidades que no dependen de la intensidad de corriente. Nótese que hemos llegado a una expresión análoga a la que daba la fuerza motora en los otros instrumentos de hierro móvil, luego en éstos también el ángulo girado por la aguja será proporcional al cuadrado de la intensidad, tendrán escala cuadrática y servirán tanto para corriente continua como para alternada, por no ser polarizados.

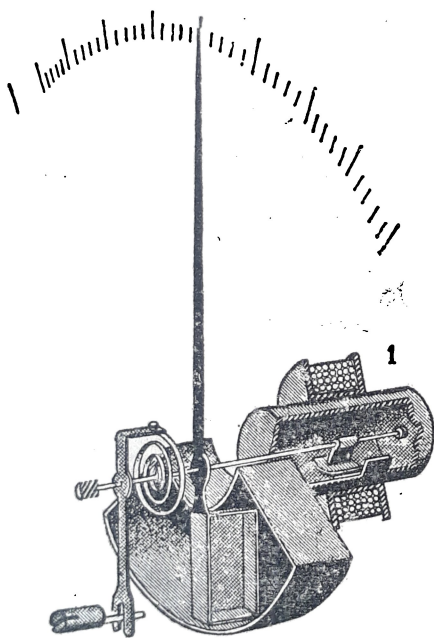


Fig. 131

Nótese en la figura 131 la espiral antagónica, el amortiguamiento a pistón y el tornillo excéntrico que puede desplazar ligeramente a la aguja. Este último tiene por objeto ajustar la aguja en la indicación cero de la escala, antes de hacer mediciones, pues, por efectos del calor, etc., puede correrse de su posición cero aun sin que pase corriente por la bobina.



Los instrumentos de hierro móvil se emplean para modelos de tablero y algunos de mesa para laboratorio, aunque no se los considera de mucha precisión.

### § 126) Instrumentos de imán permanente.

Basados en el principio de las acciones dinámicas entre corrientes eléctricas y campos magnéticos, Deprez y D'Arsonval idearon el instrumento que describiremos a continuación. Consiste en una bobina, B, de pocas espiras, colocada dentro de un campo magnético producido por un imán permanente, P (figura 132). La corriente a medir se la hace pasar por la bobina,

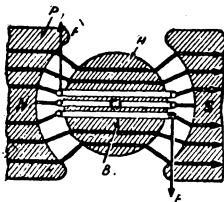


Fig. 132

y en tal caso, entre esa corriente y el campo, se establece una acción de repulsión dada por (§ 80):

$$M = \frac{2 l r H I}{9,81 \times 10^6} = C I$$

Es decir, que la cupla motora es directamente proporcional a la intensidad de corriente, ya que todos los demás términos de la expresión anterior son constantes, incluso la intensidad del campo magnético, pues dijimos que se trataba de un imán permanente.

Para que se cumpla la expresión anterior, la bobina debe cortar siempre perpendicularmente a las líneas de fuerza del campo, y ello no ocurriría si el espacio entre los polos fuera de aire, pues las líneas se dispondrían paralelamente en todo el recorrido. Por ello, se coloca un tambor de hierro dulce, H, que obliga a las líneas a desviarse y salir perpendicularmente a la superficie cilíndrica del imán y entrar también perpendicularmente al tambor. Como la bobina se mueve tangencialmente, y

las líneas se disponen radialmente, el movimiento será siempre perpendicular a las líneas, por lo menos en una amplia zona.

Pasemos ahora a la acción antagónica. Se colocan dos espirales en vez de una (fig. 133), arrolladas en sentido contrario, para obtener compensación de la pequeña falta de proporcionalidad que pudiera haber en ellas, entre ángulo de giro y cupla antagónica.

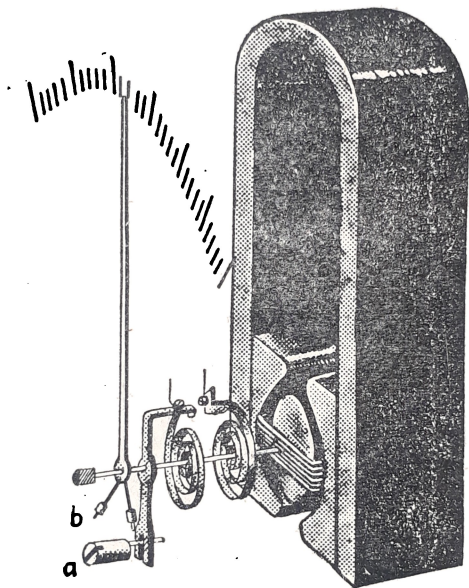


Fig. 133

Luego, como la cupla antagónica de las espirales será directamente proporcional al ángulo de giro que les imponga la bobina, el equilibrio, es decir, la igualdad de las cuplas motora y antagónica, hará detener la bobina en una posición dada por el ángulo  $\alpha$ , girado desde la posición inicial, tal que:

$$M_a = M = k' \alpha = C I$$

es decir, que se cumple la igualdad entre las dos cuplas. De aquí deducimos que:

$$\alpha = k I$$

es decir, que los ángulos girados por la bobina y la aguja fija a ella, son directamente proporcionales a la intensidad de corriente que pasa por la bobina móvil.

Estos aparatos tendrán, entonces, su escala con divisiones todas iguales entre sí, lo que se llama "*escala decimal*" Bastará marcar el punto cero y el punto de desviación máxima, al tarar el aparato, y dividir después el ángulo total en partes iguales, para obtener las divisiones.

Como la fuerza que actúa sobre la bobina se obtiene en un sentido que depende del de circulación de la corriente, de acuerdo con la regla de la mano izquierda (§ 78), el aparato será polarizado, quiere decir que habrá que indicar en sus dos bornes cual es el de entrada y cual el de salida de la corriente, para evitar que la aguja marche hacia atrás. Por tal motivo no sirven para corriente alternada, pues en ella marcarían el valor medio de todo el ciclo, que sabemos es nulo (§ 96).

En la figura 133 se ve el tornillo de regulación de cero (a), y dos contrapesos que tiene la prolongación de la aguja (b), para ajustar la cupla motora cuando hay pequeños errores de indicación.

**AMORTIGUAMIENTO.** En instrumentos de tan reducida sensibilidad, no resulta conveniente aplicar el amortiguamiento a pistón. En cambio, como disponemos de un campo magnético y un objeto que se mueve dentro de él, podemos aprovechar las corrientes de Foucault (§ 85). Para ello, la bobina móvil se la coloca soportada por un marquito de aluminio, de sección transversal en U, que constituye una espira conductora cerrada en corto-circuito. Al moverse dentro del campo magnético, por impulso recibido por la bobina, se inducirán en dicho marco corrientes que tenderán a frenar el movimiento, suministrando el amortiguamiento necesario.

Al desaparecer el movimiento, por equilibrio entre las cuplas motora y antagónica, cesa la inducción de corrientes de Foucault, y cesa el frenado.

### § 127) Instrumentos electrodinámicos.

Debido a que los instrumentos de imán permanente no funcionan con corriente alternada, se ha construido un tipo de

aparatos en los que el campo magnético está producido por una bobina y no por un imán (fig. 134).

La bobina móvil, fija al mismo eje que las espirales antagónicas, es exactamente igual a la de los instrumentos anteriores. Al pasar corriente por la bobina fija, se produce un campo

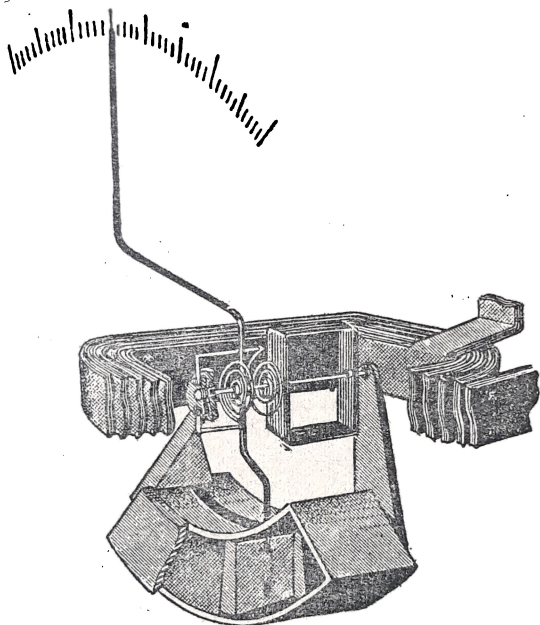


Fig. 134

magnético cuya intensidad es directamente proporcional a la corriente que lo produce. Luego, la expresión de la cupla motora resulta:

$$M = \frac{2lrHi}{9,81 \times 10^6} = \frac{2lrIi}{9,81 \times 10^6} = C I i$$

directamente proporcional al producto de la intensidad,  $i$ , que pasa por la bobina móvil, e  $I$ , que pasa por la bobina fija. Ello resulta de la proporcionalidad directa entre  $H$  e  $I$ , intensidad de campo magnético de la bobina fija y corriente que lo produce.

Supongamos que con este instrumento queremos construir un amperímetro o un voltímetro. Entonces se conectan las dos bobinas en paralelo (fig. 135), de manera que las corrientes en

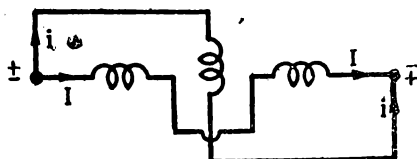


Fig. 135

las mismas estarán en relación inversa a sus respectivas resistencias. Si la resistencia de la bobina móvil es  $m$  veces mayor que la de la bobina fija, se tendrá:

$$I = m i$$

y puede substituirse esta igualdad en la expresión de la cupla motora:

$$M = C m I^2$$

y como  $C$  y  $m$  son constantes, la cupla motora es proporcional al cuadrado de la intensidad,  $I$ , y también al cuadrado de la intensidad total de corriente que se desea medir, suma de  $I$  e  $i$ .

Como al cambiar el sentido de corriente en una bobina, cambia automáticamente también en la otra, el sentido de giro es el mismo para cualquier sentido de corriente, y el instrumento no es polarizado, sirviendo, por lo tanto, para corriente alternada.

La cupla antagónica es directamente proporcional al ángulo de giro del resorte espiral, de modo que para la posición de equilibrio, la aguja habrá girado un ángulo que se deduce igualando las cuplas motora y antagónica:

$$\alpha = k I^2$$

es decir, proporcional al cuadrado de la intensidad. La escala no será, entonces, decimal.

Supongamos que en lugar de un amperímetro o un voltímetro, conectamos las dos bobinas en la forma que se ve en la

figura 136. Habremos construido un wattímetro, según se verá enseguida.

En efecto, la corriente en la bobina fija es la de carga del circuito de consumo, y la que pasa por la bobina móvil es igual al cociente de la tensión aplicada al circuito,  $E$ , dividida por la

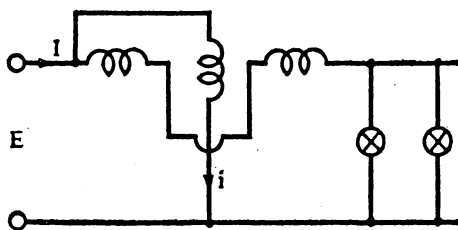


Fig. 136

resistencia propia de tal bobina, que suponemos constante. Substituyendo en la expresión de la cupla motora lo dicho, se tiene:

$$M = \frac{C I E}{r} = C' W$$

de modo que la cupla motora es proporcional a la potencia del circuito. La cupla antagónica es siempre proporcional a los ángulos de giro de la aguja:

$$M_a = C_1 \alpha$$

indicando  $C_1$  la constante de proporcionalidad. Igualando las dos cuplas, se deduce el ángulo girado por la aguja para la posición de equilibrio, que es:

$$\alpha = k W$$

directamente proporcional a la potencia del circuito.

Luego la escala del wattímetro será decimal, con todas sus divisiones iguales, pero resulta un instrumento polarizado. Esto debe entenderse así:

No quiere decir que no sirva para corriente alternada, pues la inversión de corriente se cumple en las dos bobinas, y el aparato sigue funcionando, sino que la entrada de corriente en una bobina debe coincidir en todo momento con la entrada de la otra, y lo mismo las salidas. De modo que si se invierten los extremos de una de las dos bobinas, se obtiene indicación contraria, y la aguja vuelve hacia atrás. En tal caso basta inver-

tir los bornes correspondientes a una sola de las dos bobinas, para tener indicación directa.

El wattímetro tendrá, entonces, cuatro bornes, dos de intensidad y dos de tensión, comportándose como si se tratara de dos aparatos: un voltímetro y un amperímetro.

El amortiguamiento de las oscilaciones se hace a pistón, como en los de hierro móvil, y como se ve en la figura 134

INSTRUMENTOS ELECTRODINÁMICOS CON HIERRO. Los instrumentos electrodinámicos comunes están influenciados por campos magnéticos exteriores, pues las líneas de fuerza entrarían en las bobinas y producirían errores en la medición.

Para evitar el inconveniente, se construyen los instrumentos en la forma indicada en la figura 137, con núcleo de hierro

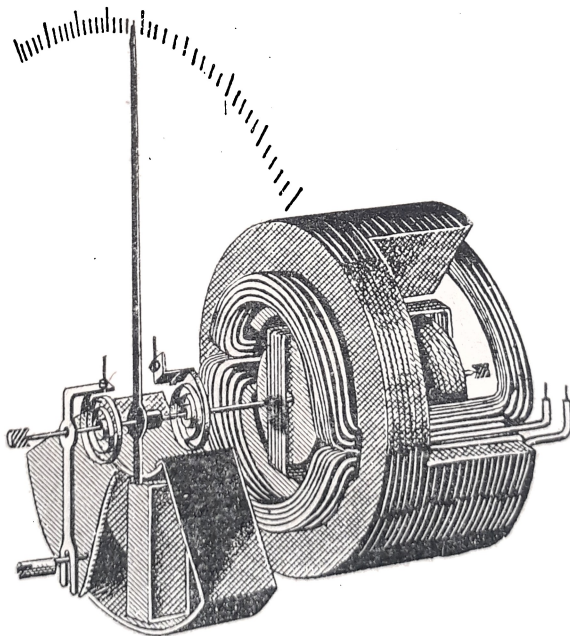


Fig. 137

interior y exterior, de modo que se establece una suerte de blindaje para los campos magnéticos externos.

El principio de funcionamiento es exactamente el mismo descrito para los otros tipos, y se los emplea casi exclusivamente para wattímetros.

### § 128) Amperímetros térmicos.

Se basan en el efecto Joule, es decir, en la transformación de la electricidad en calor (§ 48), y en la dilatación de los metales por el calor que se les entrega.

Están formados por un hilo conductor sujeto entre dos soportes (fig. 138), por el que se hace pasar la corriente a medir. En la parte central del hilo se sujeta otro, que lo tira hacia abajo por la acción de una lámina elástica. El hilo tensor está

arrollado sobre una polea, a la cual se fija el eje y la aguja del aparato.

Por efecto del pasaje de la corriente, el hilo conductor se calienta y se dilata cediendo al tensor, de modo que la aguja girará de un cierto ángulo. Veamos que dependencia hay entre la corriente y el ángulo girado.

La cantidad de calor producido por una corriente  $I$  es proporcional al cuadrado de la intensidad, según la ley de Joule (§ 49):

$$Q = 0,24 I^2 R T$$

y la temperatura del hilo está ligada a la cantidad de calor recibida, por la ecuación de equilibrio térmico (§ 50):

$$Q = m c \Delta t$$

Si suponemos que el calor específico del alambre es una constante, y elegimos para el mismo una sustancia que varie

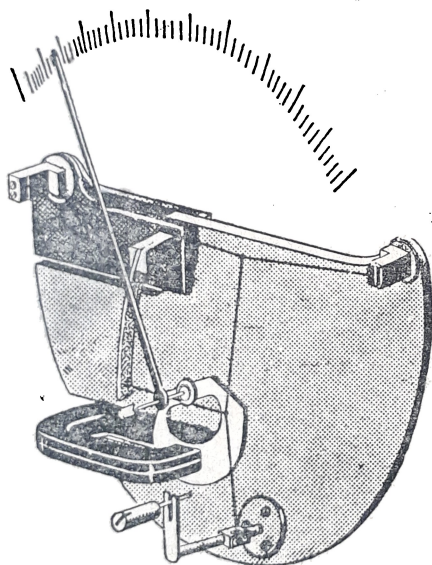


Fig. 138



poco su resistencia con la temperatura, podemos decir que el aumento de temperatura experimentado es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad, por deducción hecha entre las dos expresiones anteriores:

$$t = C I^2$$

y como la dilatación del hilo es directamente proporcional al aumento de temperatura que en él se opera, tendremos que ese aumento de longitud, que nos da las indicaciones de la aguja en la escala, es:

$$\Delta l = k I^2$$

es decir, directamente proporcional al cuadrado de la intensidad. Luego el instrumento no es polarizado, y sirve para corriente alternada, de la cual indica el valor eficaz. En efecto, la cantidad de calor producido no depende del sentido en que circula la corriente.

Además, la escala es de carácter cuadrático, como la de todos los instrumentos en los que la dependencia de la intensidad con los ángulos girados sigue la misma ley.

En la parte inferior de la figura 138 puede verse el mecanismo corrector de cero, que actúa sobre la aguja mediante un excéntrico. El amortiguamiento se hace mediante una chapa de aluminio que está sujeta al eje, y que, al moverse la aguja, se desplaza dentro del campo magnético de un imán herradura, por lo que se inducirán en ella corrientes de Foucault, que frenarán el movimiento, y desaparecerán cuando la aguja se detiene.

## § 129) Voltímetros electrostáticos.

Es sabido que las dos armaduras de un condensador adquieren, al cargarse, cargas eléctricas de signo contrario (§ 27). Entre las dos armaduras se ejerce una fuerza de atracción, dada por la ley de Coulomb para cargas electrostáticas:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

El voltímetro construido bajo este principio es un condensador, una de cuyas armaduras está suspendida y puede moverse,

pero al hacerlo mueve a la aguja mediante el dispositivo (4) que se ve en la figura 139. Como la carga es una función del potencial y la capacidad (§ 24):

$$Q = C V$$

siendo  $V$  la diferencia de potencial aplicada entre las armaduras

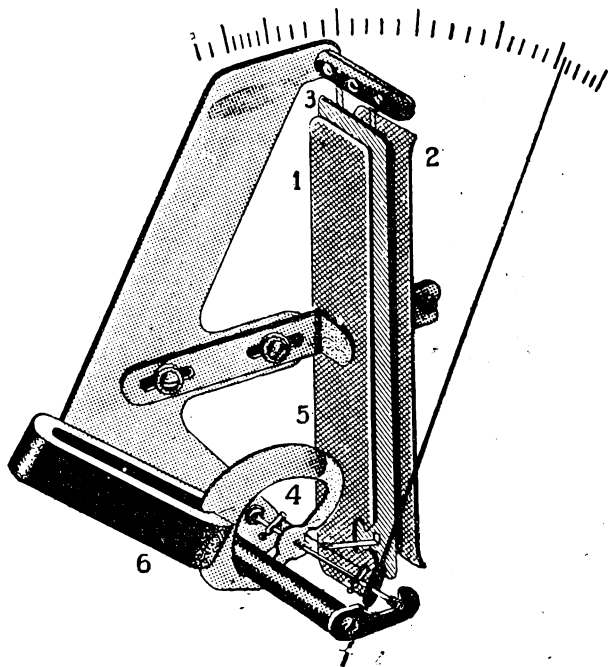


fig. 139

del condensador, se puede substituir en la expresión que da la fuerza, la igualdad última, y se tiene:

$$F = \frac{C V C V}{d^2} = k V^2$$

de modo que la fuerza actuante, y con ello, la cupla motora es directamente proporcional al cuadrado de la diferencia de potencial aplicada entre las armaduras. Luego disponemos de un voltímetro que no es polarizado, y que tendrá escala cuadrática. En la figura 139, 1 y 2 son las armaduras fijas; 3 es la móvil.

El amortiguamiento se hace con la chapa de aluminio (5) que se mueve dentro del campo de un imán herradura (6), por lo que se inducirá una corriente de Foucault, que frenará el movimiento.

Tiene la particularidad de que en corriente continua no consume corriente, y en alternada, debido a la pequeñez de la capacidad, su reactancia es muy grande, y, prácticamente, tampoco consume corriente.

### § 130) Frecuencímetros.

Los aparatos para medir la frecuencia de la corriente alterada se denominan: frecuencímetros. Hay dos tipos: a resonancia mecánica y de aguja.

El tipo de resonancia mecánica (ver fig. 140), tiene una serie de lengüetas de distinto período de resonancia propia, que se colocan frente a un bobinado excitado por la corriente alternada

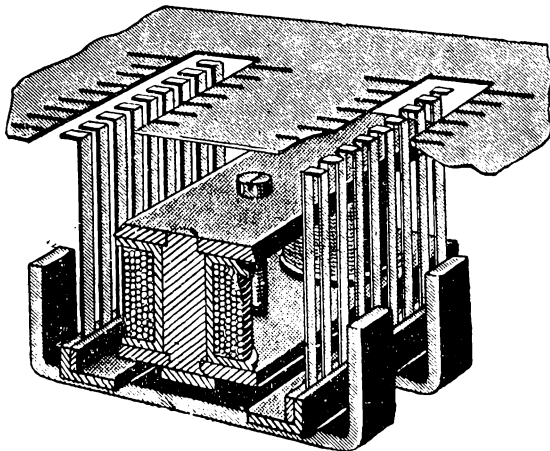


Fig. 140

en estudio. La lengüeta cuyo período propio coincida con el de la corriente alternada, vibrará con mayor intensidad que las otras, y como en el frente del aparato están indicados los períodos de resonancia de cada una, se lee el que corresponde a la frecuencia de la corriente, por simple observación.

Así, en la figura 141 se ven dos casos: uno en el que la frecuencia de la corriente alternada es de 49,75 ciclos por segundo, por lo que vibran igual la lengüeta de 50 ciclos y la de  $49\frac{1}{2}$  ciclos. Otro es cuando la frecuencia es justo 50 ciclos por segundo, en el que vibra más la lengüeta de período propio 50. En esta forma se hacen las lecturas.

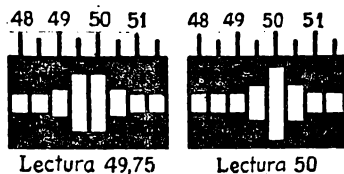


Fig. 141

Los frecuencímetros de aguja se basan en la resonancia eléctrica. Tienen un conjunto de bobinas, condensadores y resistencias, formando circuitos resonantes para una serie de frecuencias separadas entre sí de medio o de un ciclo. Según la frecuencia a medir sea mayor o menor que la de resonancia, la bobina móvil se desplaza hacia un lado o hacia otro.

Otro tipo de frecuencímetro de aguja es el llamado de inducción, el que tiene un disco de aluminio, sobre el que actúan dos campos magnéticos. Las bobinas que forman esos campos tienen en serie una resistencia pura y una inductancia pura, respectivamente. Si la frecuencia es justo de 50 ciclos, el disco se mantiene en equilibrio, pero si es mayor, la impedancia de la bobina aumenta, y baja el campo magnético de ella con respecto al de la resistencia pura, con lo que el disco se desplaza hacia un lado. Si la frecuencia es menor de 50, la impedancia de la bobina disminuye, y el campo de la rama que tiene la inductancia aumenta con respecto al de la resistencia y el disco se desplaza hacia el otro lado. Todos los frecuencímetros se conectan como voltímetros.

### § 131) Fasímetros.

Son aparatos que sirven para indicar directamente el desfase entre la corriente y la tensión alternada en un circuito. Tienen

una bobina fija, que produce el campo magnético principal del aparato y que se conecta como la bobina de intensidad de un wattímetro (ver fig. 142).

Sus bornes son los I, indicados en la figura. Dentro del campo magnético citado, hay un par de bobinas móviles dispuestas en forma cruzada, y están arrolladas de manera que los sentidos de la acción dinámica que tiende a hacerlas girar se oponen entre sí, es decir, las cuplas motoras de cada bobina son de sentido contrario.

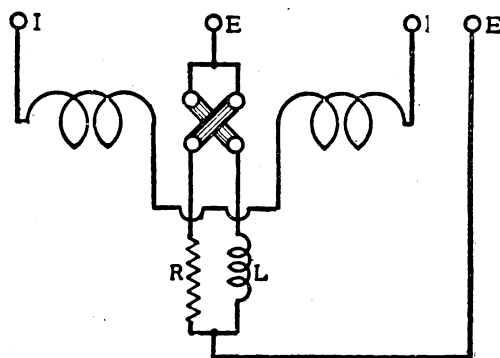


Fig. 142

En serie con las dos bobinas se conecta una resistencia pura y una inductancia pura, respectivamente con cada una. Luego las corrientes en las dos ramas estará casi defasada de  $90^\circ$  entre sí. Este es el circuito de tensión, que se conecta como la bobina voltimétrica de un wattímetro, y cuyos bornes son los E de la figura.

La cupla resultante depende del defasaje entre la corriente de la bobina de intensidad y la tensión del circuito, de modo que la aguja, que está fija al sistema de bobinas móviles, gira de ángulos proporcionales a la tangente de ese ángulo de defasaje. La escala puede tararse directamente con el coseno de tal ángulo, para leer directamente el factor de potencia (§ 113).

## CAPÍTULO XVII

### AMPLIACION DEL CAMPO DE MEDIDA DE INSTRUMENTOS

#### § 132) Amperímetros de corriente continua.

La medición de intensidades de valores muy dispares entre sí, pues ya se debe determinar la magnitud de una corriente muy débil, como la de una de varios centenares de Amperes, obliga a disponer de una serie de aparatos en el laboratorio, con alcances crecientes de medición.

Es más económica la solución de tener un instrumento de bajo alcance y ampliar su campo cuando es necesario. Para ello se conecta en derivación con el amperímetro una resistencia, que se denomina: "*shunt*" (ver fig. 143).

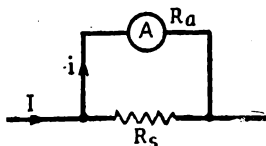


Fig. 143

La corriente a medir,  $I$ , se bifurca en dos ramas, la del amperímetro y la del shunt, en proporción conocida, de manera que se puede elegir la relación entre  $I$  e  $i$ , corriente del circuito y lectura del instrumento, respectivamente, de forma tal, que resulte cómoda para los cálculos.

Así, se adoptará para el shunt un valor que haga que la corriente  $I$  sea 2, 4, 10, 20, 100, etc., veces más grande que la del amperímetro. En general,  $I$  será  $n$  veces más grande que  $i$ :

$$\frac{I}{i} = n$$

eligiéndose el valor  $n$ , de acuerdo con el alcance del amperímetro y la corriente máxima que pasará por el circuito. Así, si el alcance del amperímetro es 2 A. ( $i = 2$ ), y se deben medir corrientes de alrededor de 15 A., no conviene suponer que  $I = 15$ , sino que resultará más cómodo tomar  $I = 20$ , para que el cociente  $n$  dé un valor más práctico para los cálculos mentales; resulta así  $n = 10$ , de modo que las lecturas del instrumento deben multiplicarse por 10.

Veamos el valor del shunt. De acuerdo con la 1ª ley de Kirchhoff (§ 41), en el nudo se tiene una corriente  $I$  entrante y dos salientes:

$$(i) \quad \text{e} \quad (I - i)$$

Las caídas de tensión en las dos ramas, amperímetro y shunt, deben ser iguales entre sí, de modo que hacemos los productos de las corrientes en cada rama por las respectivas resistencias, llamando  $R_a$  a la resistencia de la bobina del amperímetro, o resistencia interna. Se tiene:

$$i R_a = (I - i) R_s$$

de donde puede deducirse el valor de la resistencia del shunt,  $R_s$ , resultando:

$$R_s = \frac{R_a}{\frac{I - i}{i}} = \frac{R_a}{\frac{I}{i} - 1}$$

pero se ve que el primer término del denominador no es otra cosa que la relación entre la corriente a medir y la lectura del amperímetro, que hemos llamado  $n$ , de modo que:

$$R_s = \frac{R_a}{n - 1}$$

donde los valores de la resistencia del shunt y del amperímetro se toman en Ohm. El valor  $n$  es el número por el cual se debe multiplicar cualquier lectura de la escala del instrumento, para tener la corriente en el circuito.

La fórmula que da el valor del shunt permite afirmar que se tratará de una resistencia muy pequeña, sobre todo cuando

la multiplicación de alcance es grande. Luego, se debe cuidar que los cables de unión no influyan en su valor, como se ve en la figura 144. La conexión de la izquierda, a pesar de ser eléctricamente similar a la de la derecha, tiene el inconveniente de que los conductores que unen el shunt a la línea influyen en el valor del shunt, modificando la relación de alcance.

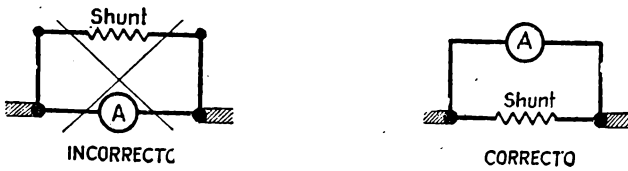


Fig. 144

La línea debe conectarse directamente a los bornes del shunt, y el amperímetro, mediante dos conductores, a esos mismos bornes, disponiéndose, a veces, dos pequeños terminales adicionales para tal fin.

Otro detalle a tener en cuenta al diseñar un shunt, es que la temperatura modifica la resistencia de los metales, de modo que para que se mantenga la relación entre las resistencias del shunt y la del amperímetro, a fin de no introducir errores en la medición, se debe construir aquél con el mismo material que tiene la bobina del instrumento, y la densidad de corriente debe ser tal que la disipación de calor lo mantenga a la misma temperatura que dicha bobina.

#### Ejemplo.

Un amperímetro de imán permanente tiene un alcance de 2 Amper. Se desea medir con él corrientes de valores hasta 20 Amper. La resistencia de la bobina móvil es de 0,5 Ohm. Calcular el shunt necesario y determinar qué corriente habrá en la línea cuando en la escala se lea una intensidad de 1,3 Amper.

#### Solución

El shunt debe ser construido con el mismo material que la bobina móvil, cobre, a fin de que las variaciones de temperatura modifiquen la resistencia de uno y otra en la misma proporción. El valor de la resistencia derivada es:

$$R_n = \frac{R_a}{n - 1}$$



donde  $n$  es la ampliación de alcance, es decir, el número de veces que se aumenta el alcance de medida:

$$n = \frac{I}{i} = \frac{20}{2} = 10$$

Reemplazando este valor en la fórmula anterior, se tiene:

$$R_s = \frac{0,5}{10 - 1} = 0,055 \, \Omega$$

Cuando la aguja indique en la escala 1,3 Amper, la corriente en la línea será  $n$  veces mayor, lo mismo que para cualquier otra indicación:

$$I = n i = 10 \times 1,3 = 13 \, \text{A.}$$

**CASO DE LOS AMPERÍMETROS TÉRMICOS.** En tales instrumentos resulta muy cómodo, para ampliar el alcance de medición, el colocar en paralelo con el hilo conductor activo, otro de igual sección y material, para que la corriente se bifurque en dos ramas, por partes iguales. Se habrá duplicado, así, el alcance de medida.

Si se ponen tres, cuatro, etc., hilos iguales en paralelo, el alcance se ampliará tres, cuatro, etc., veces.

Para alcances mayores no se emplean los instrumentos térmicos, porque habría que mantener una resistencia derivada a la misma temperatura que el hilo conductor y ello no es tan sencillo.

### § 133) Voltímetros de corriente continua.

El mismo problema que se presenta con los amperímetros, que requiere disponer de una serie con alcances escalonados, lo tenemos en el caso de los voltímetros. Conviene, entonces, tener uno de reducido campo de medida, y ampliar su alcance en los casos necesarios.

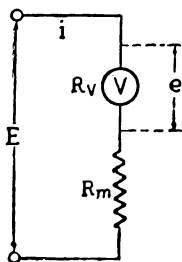


Fig. 145

Para esto se conecta en serie con el voltímetro una resistencia, que se llama: "*multiplicadora de alcance*" (ver fig. 145), o simplemente, multiplicador.

Al conectar el conjunto a los bornes de la red o circuito, entre los cuales hay una diferencia de potencial  $E$ , pasará una intensidad de corriente  $i$  por la serie voltímetro / multiplicador.

De acuerdo con los principios de medición (§ 124), la caída de tensión en el voltímetro, dada por el producto de la corriente

que lo recorre y la resistencia interna de su bobina, es la indicación de la escala del voltímetro. Y como la caída de tensión en la resistencia  $R_m$  está en serie con la del voltímetro, y la suma de ambas debe dar la tensión total de la toma, se puede escribir:

$$\text{Caída en el voltímetro} = e$$

$$\text{Caída en la resistencia } R_m = E - e$$

y con esto podemos escribir el valor de la intensidad de corriente que pasa por el voltímetro y por la resistencia multiplicadora, que es la misma en ambos casos:

$$i = \frac{e}{R_v} = \frac{E - e}{R_m}$$

que permite deducir inmediatamente el valor de la resistencia multiplicadora:

$$R_m = R_v \frac{E - e}{e} = \left( \frac{E}{e} - 1 \right) R_v$$

pero obsérvese el término dado por el cociente entre la tensión en la toma y la indicación del voltímetro. Esa relación es el valor por el cual se debe multiplicar la lectura del instrumento, de manera que conviene que sea una cantidad cómoda. Al cociente:

$$\frac{E}{e} = n$$

lo llamamos *poder multiplicador*, y lo elegimos de manera que resulte un número entero y práctico, haciendo las mismas consideraciones que hicimos para los amperímetros. Así, si el alcance del voltímetro es de 5 V., y se deben medir tensiones de alrededor de 250 a 300 V., elegiremos  $n = 100$ , para poder hacer las operaciones mentalmente, y el alcance habrá sido llevado a 500 V.

Las lecturas del voltímetro se deben multiplicar por  $n$ , para tener la tensión en los bornes del circuito. La fórmula anterior se simplifica:

$$R_m = R_v (n - 1)$$

Es fácil ver que cuando se desea un voltímetro con varios alcances, no hay más que disponer derivaciones en la resistencia

multiplicadora (ver fig. 146) para disponer de los bornes positivos. Un borne es común para todos los alcances.

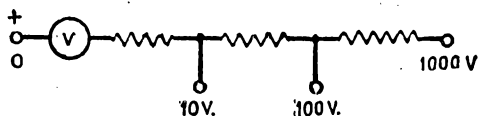


Fig. 146

### Ejemplo.

Un voltímetro de imán permanente tiene un alcance de medida de 25 Volt y resistencia interna de 1000 Ohm. Se desea construir un multiplicador con derivaciones para alcances de 250, 500 y 1000 Volt. Determinar los distintos valores del poder multiplicador y de los tres tramos de la resistencia adicional.

### Solución

Los valores de  $n$ , poder multiplicador, para cada uno de los nuevos alcances, son:

$$n_1 = \frac{E}{e} \frac{250}{25} = 10$$

$$n_2 = \frac{500}{25} = 20$$

$$n_3 = \frac{1000}{25} = 40$$

Y los distintos valores de la resistencia adicional (ver fig. 146), serán:

Desde el extremo hasta la primera derivación:

$$R_m = R_v (n - 1) = 1000 (10 - 1) = 9000 \Omega$$

Desde el mismo extremo hasta la segunda derivación:

$$R'_m = 1000 (20 - 1) = 19000 \Omega$$

Y desde el mismo extremo hasta el otro extremo:

$$R''_m = 1000 (40 - 1) = 39000 \Omega$$

Con lo que el primer tramo de la resistencia adicional tendrá 9000 Ohm, el segundo 10000 y el tercero 20000 Ohm.

**VOLTÍMETROS ELECTROSTÁTICOS.** Al no pasar corriente por los voltímetros de este tipo, no se puede conectar una resistencia multiplicadora. Se conectan entonces capacidades en serie, pues sabemos (§ 29) que en un grupo de condensadores acoplados en serie, la diferencia de potencial total se reparte entre los suce-

sivos bornes en forma proporcional a las capacidades. Así se aumenta el campo de medida en dos, cuatro, diez, etc., veces.

### § 134) Wattímetros de corriente continua.

En la conexión de un wattímetro para medir la potencia absorbida por un circuito, puede no ser superado el alcance de potencia del instrumento, pero sí el alcance parcial de uno de sus dos circuitos internos.

En efecto, el wattímetro tiene dos bobinas, la de intensidad y la de tensión, y cada una tiene un máximo fijado para las magnitudes respectivas. Así, si la bobina de intensidad está prevista para una corriente  $i$  (ver fig. 147), y la corriente en el

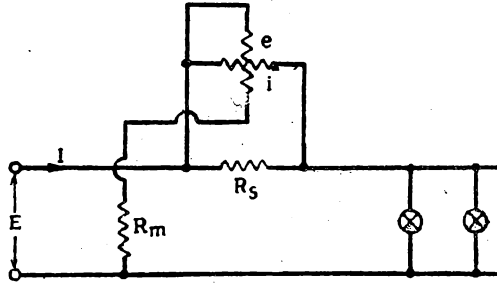


Fig. 147

circuito es  $I$ , habrá que conectar un shunt, que multiplique su alcance un número de veces:

$$n_n = \frac{I}{i}$$

y si la bobina de tensión está prevista para una diferencia de potencial  $e$ , y en la toma hay una mayor  $E$ , se debe conectar una resistencia multiplicadora, que aumente al alcance de tensión un número de veces:

$$n_v = \frac{E}{e}$$

y, lógicamente, las lecturas de la escala del wattímetro, si se han colocado las dos resistencias, deben multiplicarse por un número dado por:

$$n = n_n n_v$$

es decir, por el producto de la ampliación de los alcances de intensidad y tensión. Los valores del shunt y del multiplicador se calculan como para el caso del amperímetro y del voltímetro, respectivamente.

### § 135) Amperímetros de corriente alternada. Transformadores de intensidad.

Cuando se hacen mediciones en corriente alternada, hay que tener presente el efecto de la autoinducción y del defasaje entre la corriente y la tensión. Estas circunstancias impiden el uso de resistencias para ampliar el campo de medida de instrumentos, unas veces, por la inductancia de las bobinas de los aparatos, y otras, por el defasaje natural de la corriente, que hace que no se mantenga la relación fijada para las corrientes en el shunt y en el amperímetro.

Se emplean entonces los transformadores de medida, y en el caso particular de los amperímetros, los transformadores de intensidad (ver fig. 148).

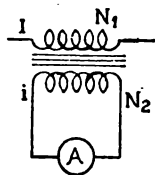


Fig. 148

Consisten en un núcleo de hierro, sobre el que se arrollan dos bobinados, el primario y el secundario. Por el primero se hace pasar la corriente del circuito, o sea la intensidad a medir, y el segundo se conecta al amperímetro.

Como la corriente es alternada, el campo magnético formado también lo será, y se producirán continuas variaciones de flujo, y con ello, inducción de una f.e.m. en el secundario, que está a circuito cerrado, circulando entonces una corriente, también alternada. Se trata, ni más ni menos, de un fenómeno de inducción mutua (§ 86).

Para ver las relaciones que hay entre las corrientes primaria y secundaria, escribamos la ley de Hopkinson, que da el valor del flujo producido por el primario (§ 72)

$$\Phi = \frac{1,26 \mu S N_1 I}{l}$$

siendo  $N_1$  el número de espiras de la bobina e  $I$  la intensidad de corriente que la recorre.

Pero la bobina secundaria está sobre el mismo núcleo, luego abarcará el mismo flujo, y puede suponerse que es producido por ella, cambiando en la expresión anterior los datos:

$$\Phi = \frac{1,26 \mu S N_2 i}{l}$$

donde  $N_2$  es el número de espiras de la bobina e  $i$  la intensidad de corriente que pasa por ese bobinado, es decir, la corriente que indica el amperímetro.

Como el flujo es único, podemos igualar las dos expresiones anteriores, donde se simplificarán las dimensiones del núcleo y las constantes numéricas, quedando:

$$N_1 I = N_2 i$$

que nos dice que el número de Amper-vueltas primario y secundario son iguales. Luego el valor de la corriente que pasa por la línea, es:

$$I = \frac{N_2}{N_1} i = k i$$

expresión que permite calcular  $I$ , tomando el valor leído en el amperímetro y multiplicándolo por  $k$ , que se llama: "*relación de transformación*"

Eligiendo convenientemente los números de espiras, para que den un cociente cómodo, se tiene que  $k$  vale 5, 10, 20, 50, 100, etc., y se amplía el alcance del amperímetro esas mismas cantidades de veces.

En la práctica, se suele indicar a la relación de transformación, no como un número, sino con la relación  $I/i$ , es decir, 50/5 A., por ejemplo, para que se conozca automáticamente la máxima corriente recomendada para los bobinados del transfor-

mador. Es lógico que  $k = 10$ , en dicho ejemplo, de modo que las lecturas del amperímetro serán multiplicadas por 10.

Una observación importante al uso de los transformadores de intensidad, es que, como se ve fácilmente en la ecuación de igualdad de Amper-vueltas, el secundario tiene mayor número de espiras que el primario, por lo que no debe dejarse nunca a circuito abierto, pues se inducirían f.f.e.e.mm. peligrosas para la aislación y para el usuario.

### § 136) Voltímetros de corriente alternada. — Transformadores de tensión.

Por las mismas razones expuestas en el párrafo anterior, la ampliación del alcance de medida de los voltímetros se suele hacer con transformadores de medida, o sea, transformadores de tensión (ver fig. 149).

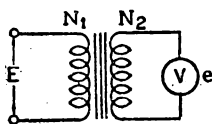


Fig. 149

El primario se conecta directamente a los bornes cuya diferencia de potencial alternada se desea medir, y el secundario se conecta al voltímetro. La tensión a medir es:  $E$ , y el alcance o la indicación del voltímetro es:  $e$ . El primario tiene un número de espiras  $N_1$  y el secundario  $N_2$ .

Como la tensión aplicada al primario es alternada, circulará una corriente que producirá un campo magnético alternado, sus líneas de fuerza cortarán a las espiras secundarias, y se inducirá una f.e.m. en el secundario. Se trata de un caso de inducción mutua (§ 87), en el cual sabemos que el valor de la f.e.m. es:

$$e = \frac{\Delta \Phi N_2}{\Delta t}$$

y en el primario, como el flujo también lo abarca, por ser un núcleo único para los dos bobinados, se inducirá una f.e.m. de valor:

$$E = \frac{\Delta \Phi N_1}{\Delta t}$$

Como el cociente de la variación de flujo y de tiempo es el mismo para los dos bobinados, podemos igualar:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{E}{N_1} = \frac{e}{N_2}$$

y deducir de aquí:

$$E = \frac{N_1}{N_2} e = K e$$

de manera que entre las tensiones primaria y secundaria hay una relación igual al cociente entre los respectivos números de espiras. Eligiéndolos convenientemente, la lectura del voltímetro se multiplica directamente por K, para tener la tensión en la toma primaria. Nótese que este valor K es inverso del k, dado para transformadores de intensidad, de modo que los de tensión tienen más espiras en el primario.

### Wattímetros de corriente alternada

Los wattímetros tienen dos bobinas: una de intensidad y otra de tensión. En forma similar a los circuitos de corriente continua, puede suceder que se superen los alcances de cualquiera de sus dos bobinas. En tal caso, se conectarán transformadores de intensidad o de tensión, multiplicando la lectura por la relación de transformación respectiva.

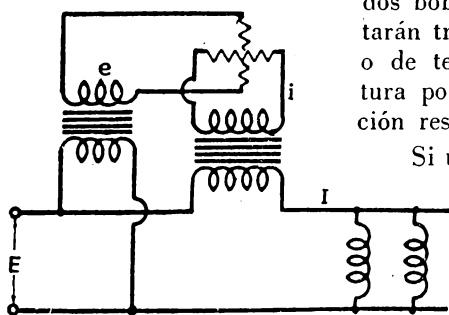


Fig. 150

Si un wattímetro se conecta con transformador de intensidad y de tensión (ver fig. 150), la lectura del mismo se debe multiplicar por el producto de las dos constantes k y K de cada transforma-

dor, respectivamente; es decir, que la potencia del circuito será:

$$W = n w$$

siendo n el producto ( $n = k K$ ) citado, y w la lectura del wattímetro.



## CAPÍTULO XVIII

### PRECISION DE INSTRUMENTOS DE MEDIDA

#### § 137) Errores que se cometen en las mediciones.

Cuando se realiza una medición eléctrica, se emplean instrumentos como los descritos en el Cap. 16. La magnitud a medir puede resultar de la lectura directa, o de una operación que se haga con la misma, aplicando cualquiera de las leyes de Electrotecnia.

El valor leído en la escala del instrumento puede ser distinto a la magnitud real, por diversas razones. Así, si se mide la intensidad de corriente en un circuito, la indicación del amperímetro puede diferir de la magnitud que realmente circula por su bobina. Se hablará, entonces, de un *valor leído* y de un *valor exacto* o verdadero, pudiendo sólo conocerse el primero de ellos o los dos. Si se determina el valor de una resistencia, mediante la aplicación de la ley de Ohm, se conectará un voltímetro y un amperímetro, haciendo el cociente de las indicaciones de ambos aparatos. El valor de la resistencia que se obtiene puede diferir del real, porque la tensión o la corriente leída, o ambas, son erróneas en cierta proporción. El valor obtenido de la medición se llama: "*valor medido*" y el que tiene realmente es el "*valor exacto*".

En la práctica, la diferencia entre esos dos valores puede carecer de importancia, por su pequeñez, de modo que habrá que postular cual es el máximo de error que se tolera en una medición, para poder ser considerada como buena.

La diferencia entre el valor medido y el exacto se llama: "*error absoluto*" y se determina por la simple resta aritmética entre aquellos:

$$e_a = V_m - V_e$$

teniendo un signo que resulta de la operación, y que, si es positivo, el valor medido es mayor que el exacto, y se dice que el instrumento adelanta. Si el error absoluto es negativo, es porque el valor exacto es mayor, y el instrumento atrasa.

El error absoluto no da idea de su importancia por sí mismo, pues en una cantidad de 100 Amperes, por ejemplo, un error absoluto de 0,1 A. puede ser despreciable, pero en una cantidad de 1 A., ese mismo error de 0,1 ya no es tan pequeño.

Por este motivo, la magnitud del error hay que referirla a la cantidad medida, o mejor todavía, al valor exacto, por simple relación, llamándose el resultado obtenido: "*error relativo*":

$$e_r = \frac{V_m - V_e}{V_e}$$

Es decir que el error relativo es igual al error absoluto dividido por el valor exacto. Suele multiplicarse la cifra obtenida por 100, para expresarla en %.

En el ejemplo anterior, el error de 0,1 A., representa sobre 100 Amperes un error relativo de 0,1 %, y sobre 1 A., un 10 %. Se ve claro que con este dato se puede opinar sobre la validez de la medición, pues el primer error es tolerable, mientras que el segundo no.

Hay diversas clases de errores que se cometen en las mediciones, según difiera de la magnitud real la lectura de la escala, la indicación del instrumento o ambas cosas, no por sí mismas, sino por el método empleado. Se puede hacer entonces la siguiente clasificación:

$$\text{errores} \left\{ \begin{array}{l} \text{de lectura} \\ \text{de indicación} \\ \text{del método} \end{array} \right.$$

teniendo todos ellos distinta naturaleza y forma de aminorarlos.

### § 138) Errores de lectura.

No se consideran en este subtítulo las equivocaciones que pueda cometer el observador al leer la escala de un aparato eléctrico, pues ellas escapan de toda previsión

Nos referimos a los errores provenientes de la falta de proporcionalidad de la escala, a los que provoca el espesor de la aguja, a los de paralaje, etc.

En las escalas no decimales, como las que tienen los instrumentos de hierro móvil, electrodinámicos, térmicos y electrostáticos, si la aguja se detiene en el medio de la distancia entre dos rayitas sucesivas de la escala, tal punto no corresponde al centro aritmético entre las cantidades que corresponden a cada una de las dos rayitas. Así, en el medio de la distancia comprendida entre 1 A y 1,5 A (ver fig. 151), donde se ha detenido la aguja, no corresponde el punto 1,25 A, sino probablemente 1,2 A, más o menos, debido a la falta de proporcionalidad de la escala. La lectura, sin embargo, se hace de 1,25 A.

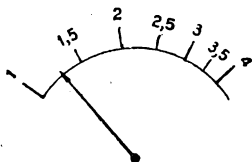


Fig. 151

Asimismo, el espesor de la aguja puede hacer leer la división correspondiente a un borde de la misma o al otro borde, cuando lo exacto sería el término medio, comprendido entre ambos bordes.

Veamos la influencia de estos errores de la escala, según en que parte de la misma se cometan. Supongamos que se tiene un instrumento para 10 A. El error debido a la falta de proporcionalidad o al espesor de la aguja es de la misma magnitud en cualquier extremo de la escala donde se produzca, aproximadamente. Supongamos también que el error absoluto en la lectura sea de 0,05 A.

En la zona de 10 A, un error de 0,05 da un error relativo de:

$$e_r = \frac{0,05 \times 100}{10} = 0,5 \%$$

que puede ser tolerable. En la zona de 5 A, el mismo error absoluto da un error relativo de 1 %, calculado con la misma fórmula.

mula. Y en la zona de 1 A, el error relativo es de 5 %. Se ve que si se evita hacer lecturas en cierta zona de la escala, que la práctica limita a una tercera parte de la misma, se pueden reducir los errores de lectura debidos a las causas mencionadas. Es de práctica hacer lecturas sólo en los últimos dos tercios de la escala. Es preferible ampliar el alcance de medida y adoptar instrumentos de menor alcance en tales casos, que leer en el primer tercio de la escala.

Los instrumentos de imán permanente, como tienen la escala decimal, son mucho más precisos, en lo que respecta a los errores citados. En ellos, para reducir los errores causados por el espesor de la aguja, se la hace más fina, o se la coloca de perfil.

**ERRORES DE PARALAJE.** Como la aguja no puede tocar la escala, sino que debe mantenerse a cierta distancia, para evitar roces, se pueden cometer estos tipos de errores de lectura. Si la dirección de la visual (ver fig. 152) no es perpendicular al plano de la escala, según la línea 2, sino que corresponde a la 1, o a la 3, en lugar de leer la cantidad *a*, en dicha escala, se leen las *b* o *c*.

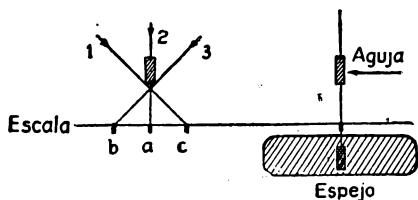


Fig. 152

Para evitarlos, el observador debe procurar colocarse perpendicularmente a la escala. En los instrumentos de precisión, se coloca un espejo debajo de la escala, como se ve en la misma figura, y sólo se deben hacer lecturas cuando la imagen de la aguja desaparece debajo de la aguja misma, lo que indica que la visual es perpendicular a la escala.

Los errores de paralaje, igual que todos los de lectura, tienen influencia importante en el primer tercio de la escala, de modo que hacemos extensiva a este caso la recomendación de usar sólo los dos tercios últimos de dicha escala.

### § 139) Errores de indicación.

Son debidos al instrumento mismo, es decir, que después de un cierto uso, las indicaciones del mismo difieren del tarado original. Al construirse un aparato de medida, su escala se marca en la fábrica, mediante otro igual o por tarado con un instrumento de precisión. El uso modifica el sistema mecánico o magnético del aparato y provoca errores en la indicación del mismo, que obligan, si son de importancia, a un contraste y una corrección.

Las causas de los errores de indicación son de origen mecánico, magnético, térmico, etc., y pasaremos revista a las más comunes.

**CAUSAS MECÁNICAS.** El rozamiento del eje con sus apoyos es un motivo frecuente de errores. Por tal motivo, los aparatos de precisión utilizan eje vertical, y apoyos de piedras duras, como el rubí, zafiro, etc.

El desgaste de las puntas de eje, es otro motivo de error, y produce en los instrumentos de eje vertical un movimiento de cabeceo del mismo, que se traduce en falsas indicaciones en la escala.

Las normas de precisión de aparatos de medida limitan los errores a cifras que corresponden a varias categorías, como veremos.

**CAUSAS MAGNÉTICAS.** Todos los instrumentos que utilizan un campo magnético en su funcionamiento, pueden estar influenciados por campos extraños del mismo carácter. Así, si se utiliza un instrumento en las proximidades de un campo magnético intenso, pueden producirse errores en la medición. Una forma de evitarlos o disminuirlos, es blindar al aparato con una caja de metal, y, además, colocarlo en posición tal, que las líneas del campo extraño estén perpendiculares a las propias.

**CAUSAS TÉRMICAS.** Estas son, probablemente, las más importantes, por la magnitud de los errores que ocasionan. La temperatura modifica la resistencia de los bobinados, dilata las piezas del aparato, estira o encoge el hilo de los amperímetros térmicos, etcétera.

Así, un voltímetro conectado a un par de bornes para determinar la diferencia de potencial que hay entre los mismos, indicará de acuerdo con la corriente que pasa por su bobina, pero

como la resistencia de la misma depende de la temperatura, las indicaciones serán distintas en invierno que en verano, y aun al ser conectado y después de un rato.

Estos errores serían muy grandes, pues basta tener en cuenta que la resistencia de una bobina de cobre varía su valor en 0,004 Ohms por grado y por Ohm (§ 51), de modo que para una variación de resistencia de 25°C, por ejemplo, la variación porcentual es:

$$0,004 \times 25 \times 100 = 10 \%$$

para darse cuenta que no se podrían hacer mediciones en estas condiciones.

Para evitar estos errores, se recurre a conectar en serie con la bobina del voltímetro una resistencia de un material que no esté influenciado por la temperatura, como la manganina, cuyo coeficiente de temperatura (§ 51) es muy bajo. En tal forma, si la resistencia de manganina es 100 veces mayor que la de la bobina del voltímetro, habremos reducido la influencia de las variaciones de la resistencia de esta última unas 100 veces, aproximadamente.

En efecto, en frío, la resistencia del conjunto será:

$$R + 100 R = 101 R$$

si  $R$  es la resistencia del voltímetro. En caliente,  $R$  aumenta 10 % para 25°C, según dijimos, de modo que tendremos, para ese aumento de temperatura:

$$1,1 R + 100 R = 101,1 R$$

que es prácticamente igual al anterior, salvo un error de 0,1 %.

En amperímetros, se puede lograr compensar el efecto de la temperatura en la bobina móvil, colocando un par de resistencias de manganina (ver fig. 153) y una de cobre, además de la resistencia propia de la bobina móvil.

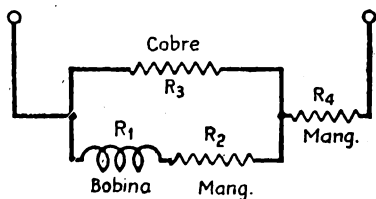


Fig. 153.

Al aumentar la resistencia la rama de cobre, por efecto del calor disminuye la intensidad de corriente, pero con ello baja la caída de tensión

en la resistencia  $R_4$ , disponéndose de mayor diferencia de potencial para la bobina móvil. Si se calculan las resistencias de manera

que la compensación sea automática, la corriente que pasa por la bobina móvil será la misma para cualquier temperatura. Para ello se debe tener la relación:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

Este criterio se aplica para aparatos de imán permanente, de precisión.

### § 140) Errores del método.

Esta clase de errores no deben ser adjudicados a los instrumentos en sí, sino al sistema de medición. Por ejemplo, si al conectar un voltímetro para medir la caída de tensión en una parte del circuito, se provoca una variación en dicha caída, por aumento de la intensidad de corriente, la lectura estará bien hecha, pero la caída leída no es la que hay si no estuviera conectada en paralelo la resistencia propia del voltímetro. Asimismo, si se inserta un amperímetro para determinar la intensidad de corriente, la resistencia propia del mismo aumenta la del circuito, y reduce la intensidad al nuevo valor que se podrá leer en la escala.

Lo mismo sucede cuando se mide la potencia con un wattímetro, pues la lectura incluye el consumo de la bobina de tensión o de intensidad del mismo, según la forma de hacer las conexiones.

Para reducir los errores del método, se construyen los instrumentos adecuadamente, es decir, los amperímetros con la menor resistencia interna posible y los voltímetros con resistencia elevada. Si aun así los errores fueran de importancia, hay que hacer las correcciones, siempre posibles, y que se verán en la parte correspondiente a MEDICIONES.

No se puede, entonces, sentar normas sobre esta clase de errores, pues dependen del circuito o forma de realizar la medición y no de la calidad del instrumento empleado. Contemplando las características señaladas para la construcción de los voltímetros y amperímetros, se puede reducir la influencia de los mismos en los circuitos, pero no evitarla totalmente.

### § 141) Normas sobre precisión de aparatos de medida.

Se pueden fijar límites máximos para los errores tolerables de los instrumentos de medida, de acuerdo con el tipo constructivo y el uso a que está destinado.

Así, se agrupan los distintos aparatos en clases, comúnmente en cuatro clases distintas, para cada una de las cuales se da el límite de error que debe aceptarse.

Damos en el cuadro siguiente los errores máximos para cada tipo de aparato, referidos a toda la escala.

	Clase de aparato	Error tolerado (%)
Clase E Instrumentos de laboratorio	Amperímetros y voltímetros de imán permanente .....	0,2
	Voltímetros y wattímetros de otros tipos .....	0,3
	Amperímetros de otros tipos .....	0,4
Clase F Instrumentos de precisión, portátiles	Amperímetros y voltímetros de imán permanente ..	0,3
	Voltímetros y wattímetros de otros tipos ..	0,5
	Amperímetros de otros tipos . . . .	0,6
Clase G Instrumentos de tablero	Cualquier tipo, excepto los de la clase H .....	1,5
Clase H Instrumentos de tablero	Aparatos de inducción y electrostáticos .....	3,0

## § 142) Contraste de instrumentos.

Contrastar un aparato de medida es verificar los errores de indicación en toda su escala. Para ello se comparan los valores del mismo con los de un aparato de precisión superior.

Para poder establecer comparaciones entre los valores de las dos escalas, es menester que a ambos aparatos, el sometido a contraste y el de precisión, se aplique la misma magnitud eléctrica, ya sea ella una intensidad, una tensión ó una potencia.

Es obvio que si se desea contrastar un instrumento de clase E, no hay otro de más precisión para comparar sus lecturas, de modo que se debe acudir a otros métodos.

Consideraremos entonces, aquí, solamente el contraste de aparatos de tablero, el que se puede realizar con instrumentos de precisión.



**CONTRASTE DE AMPERÍMETROS.** La figura 154 da el esquema a seguir. Los dos amperímetros, el de tablero y el de precisión se conectan en serie, y el circuito se cierra con una resistencia variable, a fin de regular la intensidad de corriente desde cero hasta el valor máximo de la escala.

Para evitar la influencia de los errores de lectura, se toman valores coincidentes con las divisiones marcadas en la escala del instrumento común, y se lee lo que resulte en el aparato de precisión, pues en este último dichos errores son mucho menores.

Los resultados de la medición se suelen llevar a un cuadro como el siguiente:

Valor medido	Valor exacto	Diferencia	Error relativo
$V_m$	$V_a$	$e_a$	$e_r$ (%)

donde la primera columna se puede llenar antes de comenzar el contraste, pues contiene todos los puntos de la escala del instrumento a contrastar. La segunda columna tiene las lecturas correspondientes al aparato de precisión. La tercera columna da el error absoluto y la cuarta el error relativo, calculados de acuerdo con el párrafo 137.

**CONTRASTE DE VOLTÍMETROS.** El esquema a seguir se ve en la figura 155. Se debe aplicar la misma diferencia de potencial a los dos voltímetros, el de precisión y el que se desea contrastar.

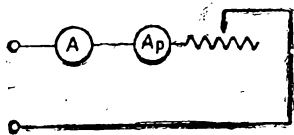


Fig. 154

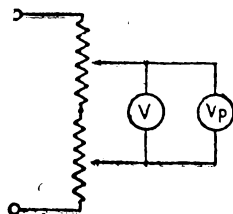


Fig. 155

Por las mismas razones dadas para el amperímetro, se toman valores que correspondan a las divisiones de la escala en el voltímetro común y se lee el valor correspondiente en el de precisión.

El cuadro de valores es idéntico al utilizado para amperímetros, solo que figuraran las tensiones en lugar de las intensidades.

Para la posición central de los dos cursores, la tensión aplicada a los voltímetros es nula, y para una posición más alejada se va elevando hasta llegar a la máxima indicación en el aparato a contrastar.

En ambos casos puede ser necesario variar el alcance de medida de los instrumentos de precisión, amperímetro y voltímetro, a fin de evitar las lecturas en el primer tercio de la escala.

**CONTRASTE DE WATTÍMETROS.** Los wattímetros de tablero pueden ser contrastados con un voltímetro y un amperímetro de precisión, siempre que se trate de corriente continua, o de corriente alternada con carga puramente óhmica. Para corriente alternada con carga inductiva o capacitiva, no debe emplearse este método de contraste.

El esquema a seguir se ve en la figura 156. Hay que cuidar que por la bobina de intensidad circule la misma corriente que por el amperímetro, y que a la bobina de tensión se aplique la misma diferencia de potencial que al voltímetro, por cuyo motivo se seguirá exactamente el esquema propuesto.

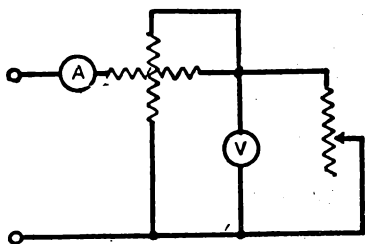


Fig. 156

Las lecturas a tomar en el wattímetro son las correspondientes a puntos exactos de su escala, es decir, que se hará coincidir la aguja con las divisiones marcadas en dicha escala, mediante ajuste de la resistencia variable que regula la potencia absorbida. Para cada división se leen los valores de los aparatos de precisión, que resulten.

El cuadro de valores difiere un poco del utilizado para el amperímetro o para el voltímetro, porque el valor exacto de la potencia se obtiene por producto de dos cantidades, la tensión y la intensidad, indicadas por el voltímetro y amperímetro, respectivamente.

Luego, dicho cuadro puede tener el siguiente aspecto:

Tensión	Intensidad	Valor medido	Valor exacto	Diferencia	Error relativo
E	I	$V_m$	$V_e = E I$	$e_a$	$e_r$

El valor medido se obtiene por lectura directa en el wattímetro. El valor exacto es el producto de la tensión e intensidad, leídas en los aparatos de precisión. La diferencia entre el primero y el segundo da el error absoluto, y el cociente entre éste y el valor exacto, da el error relativo (§ 137).

**CURVAS DE ERROR.** Los resultados obtenidos en el contraste de cualquiera de los aparatos mencionados se llevan a un gráfico. Para esto, se trazan dos ejes de coordenadas, y en las abscisas se toman los valores de la escala del aparato contrastado. Así, si se trata de un amperímetro de 0 a 10 Amperes, se marcan diez divisiones iguales (ver fig. 157).

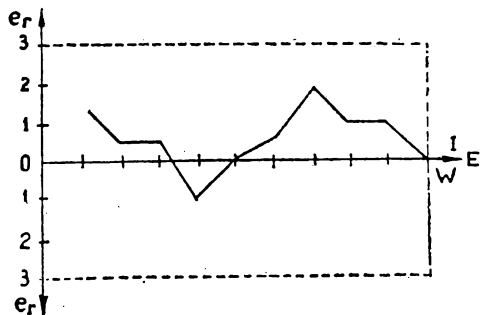


Fig. 157

En las ordenadas se tomarán los errores relativos con su signo, marcando los positivos hacia arriba del eje y los negativos hacia abajo. Para cada división de la escala hay un error que puede ser positivo, negativo o nulo. Se marca el punto correspondiente, y se unen todos los puntos con trazos rectos, obteniéndose la "curva de error"

Una curva de error por encima del eje indica que el aparato adelanta, y por debajo que atrasa. Si hay partes de atraso y adelanto, el aparato tiene errores de los dos signos.

Por encima y por debajo del eje se trazan las rectas de tolerancia, de acuerdo con el tipo de instrumento contrastado. Así tenemos que puede ser 1,5% o 3% (§ 141).

Si la curva de error está contenida dentro de las rectas de tolerancia, el aparato está en condiciones de funcionamiento. Si

sobresale por encima de la recta superior, únicamente, puede corregirse, mediante los compensadores, y se logra con ello que toda la curva de error se desplace hacia abajo, paralelamente, pero quedando comprendida entre las rectas mencionadas. Si el defecto está en un atraso excesivo, por estar parte de la curva de error por debajo de la recta inferior de tolerancia, se corrige el instrumento con los compensadores, en sentido contrario, y se levanta paralelamente toda la curva de error.

## CAPÍTULO XIX

### MEDICION DE RESISTENCIAS

#### § 143) Con voltímetro y amperímetro.

Mediante aplicación de la ley de Ohm se puede determinar el valor de una resistencia, conociendo la diferencia de potencia aplicada a sus extremos y la intensidad de corriente que la recorre. El cociente de esas dos magnitudes da el valor de la resistencia.

Supongamos que se sigue el esquema de la figura 158. El voltímetro mide, en realidad, la diferencia de potencial en los

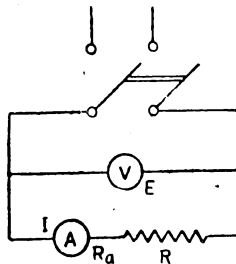


Fig. 158

extremos de la resistencia, más la caída de tensión en la resistencia interna  $R_a$  del amperímetro. De modo que al valor del cociente mencionado habrá que restarle la resistencia  $R_a$ . Se tiene:

$$R = \frac{E}{I} - R_a$$

que es el valor exacto de la resistencia a medir. Si la resistencia del amperímetro es muy pequeña con respecto a  $R$ , se puede prescindir de la resta en la expresión dada, y tomar directamente el cociente  $E/I$ .

Entonces, el esquema de la figura 158 resulta apropiado para los casos en que se midan resistencias de valor elevado con respecto a la interna del amperímetro, en cuyo caso se puede evitar la corrección en la fórmula.

Veamos el esquema de la figura 159. Ahora el voltímetro mide exactamente la caída de tensión entre los bornes de la resistencia, pero el amperímetro acusa, además de la corriente que pasa por dicha resistencia, la que absorbe el voltímetro.

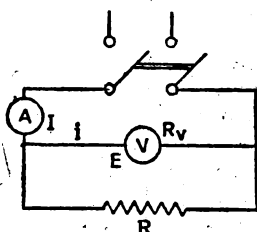


Fig. 159

De la indicación del amperímetro hay que descontar, entonces, la intensidad de corriente que pasa por el voltímetro, y que estará dada por el cociente entre la tensión aplicada a los bornes del aparato y la resistencia interna  $R_v$  del mismo.

De modo que la resistencia a medir estará dada por la ley de Ohm, pero en el denominador hay que tomar la verdadera corriente que pasa por la resistencia, en la siguiente forma:

$$R = \frac{E}{I - i} = \frac{E}{I - \frac{E}{R_v}}$$

que es el valor de la resistencia a medir.

La corrección hecha en el denominador, es decir, el término que se resta, se puede omitir, cuando la resistencia del voltímetro es de valor muy elevado con respecto a la resistencia a medir, pues, en tal caso, el primer término del denominador será mucho mayor que el segundo. Como se ve, este esquema es apto para distintos casos que el de la figura 158, de modo que se podrá elegir en cada caso el más apropiado.

### § 144) Puente de Wheatstone.

Si se dispone un circuito como el de la figura 160, es posible determinar el valor de una de las resistencias, conociendo los valores de las otras tres que forman el puente. Para ello supongamos que una de las resistencias es variable, a fin de que se pueda regular el puente y conseguir el equilibrio.

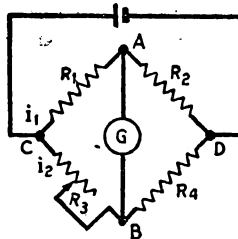


Fig. 160

Para un determinado valor de la resistencia  $R_3$ , el galvanómetro (es un amperímetro de una sensibilidad muy grande, capaz de acusar las más pequeñas intensidades) indicará cero, lo que revela que entre los puntos A y B no puede haber diferencia de potencial alguna.

De esto se deduce que la caída de tensión entre los puntos C y A, debe ser igual a la caída entre C y B, y que la caída entre A y D es idéntica a la que hay entre B y D. Llamando  $i_1$  e  $i_2$  a las corrientes en la rama superior e inferior, respectivamente, escribimos las igualdades siguientes:

$$i_1 R_1 = i_2 R_3$$

$$i_1 R_2 = i_2 R_4$$

Por simple cociente entre estas dos expresiones resulta:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

que es la condición de equilibrio del puente de Wheatstone, y que dice que cuando el galvanómetro acusa cero, los productos de las resistencias opuestas son iguales entre sí.

De manera que conociendo tres de las cuatro resistencias, se puede calcular el valor de la cuarta. Supongamos que la desconocida sea  $R_4$ . Resulta:

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

Para comodidad práctica, se pueden tomar las dos resistencias fijas y conocidas,  $R_1$  y  $R_2$ , de valores tales que su cociente, que va a la fórmula final dada, sea un número entero, y si es posible, múltiplo de 10. Si esas dos resistencias son iguales, es obvio que la resistencia desconocida es igual a la variable.

#### § 145) Puente de hilo.

Una modificación del puente de Wheatstone, debida a Kohlrausch, consiste en substituir dos de las resistencias por un hilo conductor calibrado, es decir, de sección y resistividad constante en toda su longitud. Las otras dos resistencias son una fija, conocida, y la que se desea medir,  $R$  y  $R_x$  respectivamente (ver figura 161).

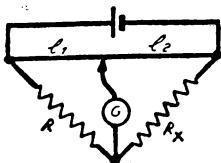


Fig. 161

Si se corre el cursor de contacto sobre el alambre conductor, se conseguirá el equilibrio del puente para una determinada posición, que dista una longitud  $l_1$  desde el extremo izquierdo y  $l_2$  desde el derecho. Escribamos la condición de equilibrio en esas condiciones:

$$R_1 R_x = R_2 R$$

donde  $R_1$  y  $R_2$  son las resistencias de los trozos izquierdo y derecho del alambre, respectivamente. Substituyendo el valor de la resistencia por su equivalente (§ 35):

$$r = \frac{l \rho}{s}$$



para los dos trozos del conductor, se tiene:

$$\frac{l_1 \varrho}{S} R_x = \frac{l_2 \varrho}{S} R$$

que permite, después de simplificar los términos iguales de ambos miembros, y despejar el valor de la resistencia desconocida, escribir:

$$R_x = \frac{l_2}{l_1} R$$

y con esto, el valor de dicha resistencia es igual al de la fija, conocida, multiplicado por el cociente entre las dos longitudes del hilo que quedan a cada lado del cursor.

En la práctica, las longitudes se leen directamente en una escala graduada, que está al lado o debajo del hilo. A veces, la escala ya tiene hecho el cociente entre las dos longitudes y tiene graduado el valor del mismo, por el que se debe multiplicar a  $R$  para tener  $R_x$ .

#### § 146) Localización de averías de aislación.

Es una aplicación inmediata de la medición de resistencias con el puente. Supongamos que se tiene una línea o un cable bifilar, y que se produce un corto-circuito entre los dos conductores (fig. 162). El problema consiste en averiguar la distancia que hay entre el arranque de la línea y el punto donde se ha producido la avería.

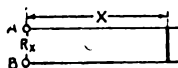


Fig. 162

Con el puente de resistencias se soluciona el asunto, fácilmente. Se determina la resistencia comprendida entre los extremos A y B de la línea, que, debido al corto-circuito, presentará un circuito cerrado. Esa resistencia sea  $R_x$ . Conocida la sección de la línea y la resistividad del material de que está hecha, es fácil determinar la longitud que nos interesa.

En efecto, si la resistencia entre A y B es  $R_x$ , la distancia  $x$  es la mitad de la longitud de la línea conectada sobre el puente, de modo que se tiene:

$$x = \frac{R_x S}{2 \rho}$$

De modo que basta conocer la resistencia que ofrece la línea averiada. Para calcularla, conectamos el puente como se ve en la figura 163, substituyendo una de sus resistencias por la de la línea cerrada. Ya sabemos que el valor de la última se determina por:

$$R_x = \frac{R R_2}{R_1}$$

para los valores indicados en la figura.

**CASO DE LÍNEAS O CABLES A TIERRA.** Si en lugar de producirse un corto-circuito se avería la aislación, y el conductor hace contacto con tierra, en el punto O, de la línea de la figura 164, cuyos puntos de arranque de sus dos conductores son A y B, veremos como se procede.

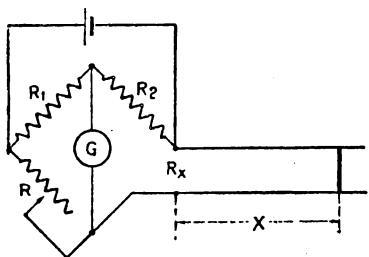


Fig. 163

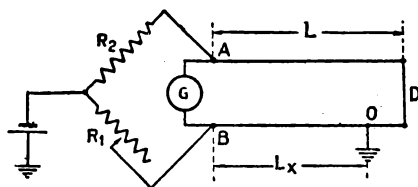


Fig. 164

El puente se conecta en la forma indicada en la figura, y se unen con un conductor los extremos libres de la línea, es decir, se la pone en corto-circuito en el otro extremo (D).

Conseguido el equilibrio del puente, los productos de las resistencias opuestas serán iguales. Un producto está formado por la resistencia  $R_1$  y la línea comprendida entre A y O, cuya longitud es:  $(2L - L_x)$ . El otro producto está formado por  $R_2$  y la línea entre los puntos B y O, de longitud  $L_x$ . Haciendo los productos, como si fuera un puente de hilo, se tiene:

$$L_x R_2 = R_1 (2L - L_x)$$

que permite hacer simplificaciones y deducir:

$$L_x (R_1 + R_2) = 2 R_1 L$$

y de aquí deducir finalmente el valor de la longitud desconocida o distancia hasta la avería, dada en metros:

$$L_x = \frac{2 R_1 L}{R_1 + R_2}$$

Puede suceder que el cable o la línea no se quiera desconectar para unir el extremo de la veta averiada con una veta sana, para poder continuar utilizando todas las vetas sanas mientras se busca la falla, o por otros motivos. En tales casos se puede utilizar para la experiencia, un hilo paralelo que acompañe a la línea, que se llama "*piloto*" y que suele tener distinta sección que la línea o cable.

En tal caso, las conexiones a realizar no se alteran, pero en la fórmula se tomará como longitud total del piloto, no la real  $L$ , sino la equivalente, reducida a sección de línea, es decir, se tomará un valor:

$$L_e = \frac{L S}{s}$$

siendo  $s$  la sección del piloto y  $S$  la de la línea, ambas en  $\text{mm}^2$ .

Estableciendo la condición de equilibrio para la misma figura 164, se tiene, si se supone que el conductor AD es el piloto:

$$R_2 L_x = R_1 (L_e + L - L_x)$$

de donde se puede deducir inmediatamente:

$$L_x = \frac{R_1 (L + L_e)}{R_1 + R_2}$$

Que permite calcular la distancia a la avería o contacto a tierra desde el arranque de la línea. Si se supone que el piloto tiene igual sección que la línea averiada, no hay más que substituir su longitud equivalente, que será idéntica a la de la línea, y la fórmula anterior se convierte en la dada para el caso de dos vetas de igual sección.

### § 147) Medición de resistencias pequeñas, con el puente doble de Thompson.

La aplicación del puente de Weathstone en la medición de resistencias muy pequeñas tiene sus inconvenientes, pues la longitud de los cables de unión afecta al resultado. Por tal motivo Thompson ha diseñado un puente doble, en el cual  $R_0$  (ver figura 165) representa la resistencia de los cables de unión.

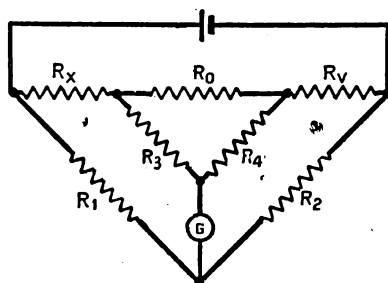


Fig. 165

Quando se ha conseguido el equilibrio, lo que se hace en la misma forma que para los demás puentes, el galvanómetro acusa cero, y en tal caso las intensidades a través de las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  son iguales, lo mismo que a través de los siguientes pares de resistencias:

$$R_3 \text{ y } R_4$$

$$R_x \text{ y } R_y$$

De la igualdad entre esos tres pares de intensidades se puede deducir, mediante aplicación de las leyes de Kirchhoff:

$$R_x R_4 = R_3 R_y$$

que es válida siempre que los dos cocientes siguientes tengan una razón de proporcionalidad

$$\frac{R_1}{R_2} = m \frac{R_3}{R_4}$$

siendo  $m$  un número entero igual a 1, 2, 3, etc.

La ecuación de equilibrio prescinde de  $R_0$ , de modo que hay independencia de la resistencia de los cables de unión.

En la práctica, para mantener la relación entre los dos cocientes dados últimamente, el puente de Thompson tiene doble

manivela, siendo ambas solidarias, de modo que al mover una se corre también la otra.

### § 148) Medición de resistencias elevadas con un voltímetro.

Es posible medir resistencias cuyo valor sea mayor que la interna de un voltímetro, en la forma señalada en la figura 166. El voltímetro se conecta en serie con la resistencia a medir, y se dispone un interruptor simple a efectos de cortocircuitar dicha resistencia y poder tomar la tensión de la toma.

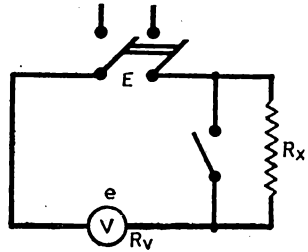


Fig. 166

Al estar en serie la resistencia interna del voltímetro con la resistencia desconocida, se producen en ambas caídas de tensión, que están en proporción con los valores de las resistencias. La caída de tensión en el voltímetro es la indicación que se lee en su escala, cuando está el interruptor abierto. Cuando se cierra éste, el voltímetro acusa la tensión de la toma, es decir, la tensión total en el circuito cuando estaba la llave abierta.

Entre las dos indicaciones del voltímetro hay una proporcionalidad conocida, ya que las caídas de tensión son directamente proporcionales a los valores de las resistencias (§ 39).

$$\frac{e}{E} = \frac{R_v}{R_v + R_x}$$

de donde puede deducirse fácilmente el valor de la resistencia desconocida:

$$R_x = R_v \left( \frac{E}{e} - 1 \right)$$

donde  $R_v$  es la resistencia interna del voltímetro, dada en Ohm.  $E$  es la tensión de la toma, o tensión, que se lee en el voltímetro cuando la llave simple está cerrada;  $e$  es la tensión leída en el voltímetro con esa llave abierta; las dos tensiones se toman en Volt.

Se puede tomar la resistencia del voltímetro en Megohm, resultando  $R_x$  en la misma unidad

Las operaciones a realizar, para hacer la medición, son las siguientes: con la llave cerrada se lee la tensión de la toma,

y abriendo la misma se lee la caída  $e$ . Lo que resta hacer son cálculos simples.

### § 149) Medición de resistencias por lectura directa: óhmetros y megóhmetros.

Basados en el método anterior, se pueden construir aparatos para medir resistencias por lectura directa. En efecto, disponiendo dentro del mismo una batería de pilas, cuya tensión se mantiene constante, y colocando un voltímetro en serie (ver fig. 167), se hacen lecturas de la escala, que está tarada directamente en Ohm.

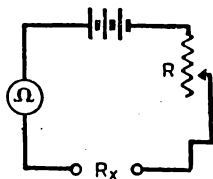


Fig. 167

Para tarar la escala, se calculan todos los valores de  $R_x$  que corresponden a cada división de la escala del voltímetro, y se cambia esta última por una nueva escala marcada en Ohm.

Como la batería puede sufrir pequeñas variaciones de tensión, que sería la tensión  $E$  de la fórmula, antes de comenzar la medición hay que ajustar el óhmetro, lo que se hace uniendo en cortocircuito las dos puntas libres que sirven para conectar la resistencia a medir. En tal caso, el aparato debe indicar resistencia exterior nula, que correspondía en el voltímetro a máxima escala, pues se aplica al mismo toda la tensión de la batería. Si no indicara cero el óhmetro, se ajusta el cero con una pequeña resistencia variable  $R$ , que se ve en la figura.

Otros óhmetros usan también un voltímetro, pero lo conectan en paralelo con la batería y con la resistencia a medir, trabajando por las variaciones que se producen en la caída de tensión.

Para tener distintos alcances de medida, se acostumbra a conmutar las baterías mediante una llave selectora. En tales casos, la escala resulta multiplicada por un valor cómodo (10, 100, etc.). La compensación de cero conviene que esté separada para cada alcance de medición, pues el desgaste de las baterías puede ser distinto en unas que en otras.

Los megóhmetros que se utilizan para medir únicamente resistencias elevadas, se basan en el mismo método (§ 148), pero en lugar de una batería, suelen utilizar un magneto a manivela, porque necesitan mayor tensión (generalmente 250 o 500 V.).

El procedimiento de medición es igual que para el óhmetro, pues la resistencia desconocida, que es generalmente la de aislación de una línea, máquina o aparato eléctrico, se conecta a los dos bornes del aparato. Si se quiere medir la aislación a tierra, se conecta un extremo vivo de la línea a un borne y el otro borne a tierra.

Como se requiere gran constancia de la fuente de tensión del aparato, el generador a manivela debe ser de diseño especial, a fin de que al girar a mano esa manija, la diferencia que pueda haber en la velocidad no influya en la tensión producida.

### § 150) Medición de la resistencia de aislamiento de una instalación.

Con un megóhmetro se puede medir la aislación entre conductores y a masa de una instalación de canalización eléctrica. Para ello se sigue el método indicado en la figura 168.

En (a) se conecta el megóhmetro entre un borne de la línea y tierra, con todos los artefactos conectados. Es la prueba de toda la instalación contra tierra.

En (b) se desconectan los artefactos y se prueba la aislación entre una de las líneas y tierra. En (c) se prueba la otra línea contra tierra.

En (d) se prueba la aislación entre las dos líneas, lógicamente, con todos los artefactos desconectados.

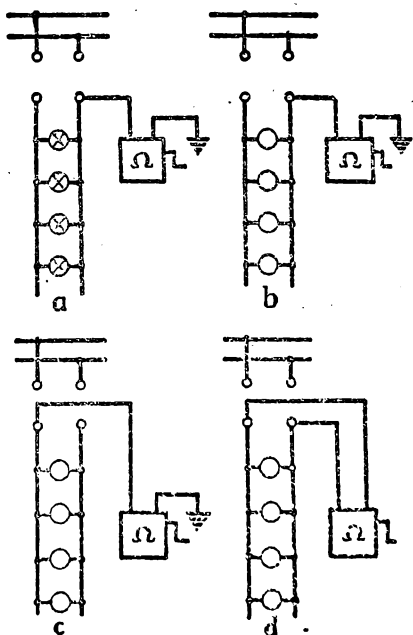


Fig. 168

Las prescripciones normales sobre estas pruebas aconsejan que las lecturas mínimas

aceptables sean de 1000 Ohm por cada Volt de la tensión de servicio. Así, para 220 Volt, se debe leer como mínimo 220.000 Ohm en el megóhmetro.

El mismo procedimiento se utiliza para medir la aislación del bobinado de una máquina, haciendo las pruebas entre cada borné y masa, y repitiendo el procedimiento para cada bobinado, separadamente.

### § 151) Medición de la resistencia de una toma de tierra.

Hay innumerables ocasiones en que se debe hacer una toma de tierra, para el descargador de un pararrayos, de una instalación, etc. La conexión se hace mediante una placa enterrada en lugar húmedo para mantener la bondad del contacto, por lo que suelen hacerse pozos de cierta profundidad.

La resistencia de la toma de tierra se caracteriza por la resistencia del contacto mismo, pues a cierta distancia de la placa su valor disminuye mucho. Por tal motivo la medición debe hacerse desde un punto alejado de la toma de tierra, para evitar la influencia de la zona que circunda a la placa.

Para medir la resistencia de la toma de tierra, se procede generalmente a enterrar otra placa y tomar la resistencia comprendida entre ambas. La mitad del valor obtenido corresponde a una sola toma, pues, como se dijo, la zona comprendida entre ambas no se considera, prácticamente, con resistencia de importancia.

Son tres los procedimientos más generalizados para medir la resistencia de la toma de tierra: el método de Nippoldt, el

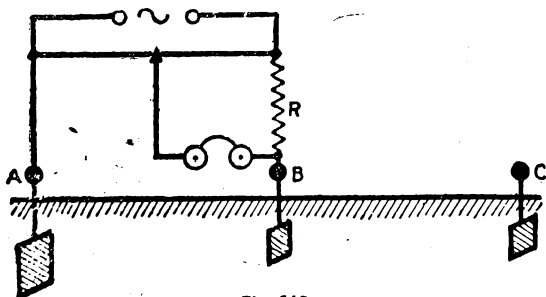


Fig. 169

de Wiechert y el de Behrend. Los dos primeros utilizan el sistema a puente y el tercero no.

El método de Nippoldt consiste en utilizar dos tierras auxiliares además de la to-

ma en estudio. A es la toma principal, B y C son las dos tierras auxiliares (ver fig. 169)



Mediante el puente de hilo de corriente alternada, en el cual se substituye la pila por una fuente de tensión alternada y el galvanómetro por un par de teléfonos o un indicador de pequeñas tensiones de ese carácter, se hacen las siguientes mediciones:

$$\text{Resistencia entre A y C} = R_1$$

$$\text{Resistencia entre A y B} = R_2$$

$$\text{Resistencia entre B y C} = R_3$$

y con esos tres valores se obtiene la resistencia de la toma de tierra, A, en la siguiente forma:

$$\frac{R_1 + R_2 - R_3}{2}$$

*El método de Wiechert* emplea una tierra auxiliar variable, mediante una zonda, utilizando además una tierra auxiliar fija (ver fig. 170). El puente de hilo de corriente alternada se conecta entre la tierra principal A y la auxiliar B. El punto central, que

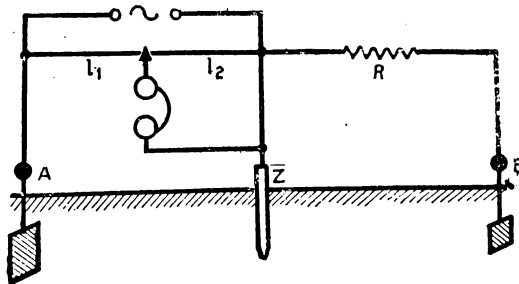


Fig. 170

es un extremo del teléfono, va a la zonda Z. Conseguido el equilibrio del puente, se tiene:

$$R_A = \frac{l_2}{l_1} R$$

es decir, que la resistencia de la toma de tierra, es igual a la resistencia fija del puente multiplicada por la relación de longitudes del hilo.

El método de Behrend consiste en hacer pasar por la toma de tierra una corriente alternada (ver fig. 171), y comparar la caída de tensión que se produce con la que se puede medir en una resistencia conocida. Se utiliza una placa auxiliar B y una zonda C. Hay además un transformador de intensidad T, de relación 1:1 y una resistencia calibrada  $r$ . El modo de operar es el siguiente:

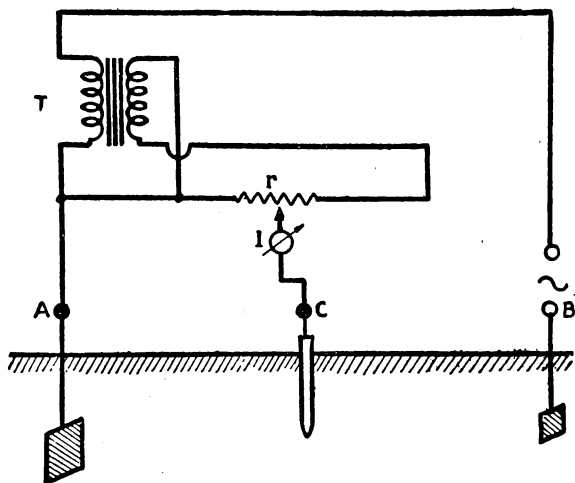


Fig. 171

Corriendo el cursor de la resistencia, se obtiene un punto para el cual el instrumento indicador  $I$  no acusa nada, lo que se produce cuando las caídas de tensión entre  $A$  y  $C$ , y en la porción de la resistencia comprendida entre  $A$  y el cursor, son iguales. Luego, las resistencias de la toma de tierra  $A$  y de la porción de la resistencia  $r$  son también iguales. Como en el momento de equilibrio no pasa corriente por la zonda no se afecta el resultado. De modo que la resistencia de la toma de tierra es igual a la de la porción  $r$  comprendida entre  $A$  y el cursor.

## CAPÍTULO XX

### MEDICION DE LA CAPACIDAD Y LA INDUCTANCIA

#### § 152) Medición de la capacidad con voltímetro y amperímetro.

Empleando una fuente de corriente alternada se puede determinar el valor de la capacidad de un condensador. En efecto, sabemos que la impedancia que presenta un condensador al paso de la corriente alternada depende de la capacidad y de la frecuencia (§ 103):

$$X = \frac{1}{2\pi f C}$$

donde  $X$  es la reactancia capacitiva, en Ohm;  $f$  es la frecuencia en ciclos por segundo y  $C$  es la capacidad en Farad. Como la reactancia se obtiene por cociente entre la tensión y la corriente alternada, empleando un circuito como el de la figura 172, se

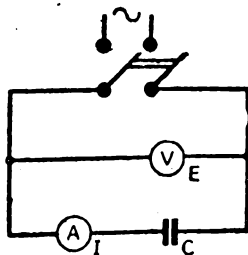


Fig. 172

hacen las lecturas del voltímetro  $E$ , y del amperímetro  $I$ , y su cociente da la reactancia  $X$ :

$$X = \frac{E}{I}$$

comando  $E$  en Volt e  $I$  en Amper, resulta  $X$  en Ohm. Luego, de la fórmula anterior resulta la capacidad, que expresamos en micro-Farad:

$$C = \frac{I}{2 \pi f E} 10^6$$

### § 153) Medición de la inductancia con voltímetro y amperímetro.

El coeficiente de autoinducción de una bobina también se puede determinar mediante un voltímetro y un amperímetro, en la forma indicada en la figura 173. Para ello debemos conside-

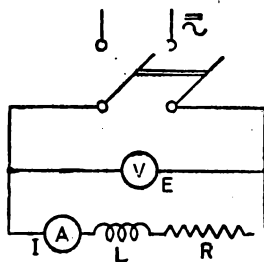


Fig. 173

rar que aplicando corriente alternada al circuito, la inductancia presentará una cierta impedancia, que se obtiene por cociente entre las lecturas del voltímetro y el amperímetro:

$$Z = \frac{E}{I}$$

pero también sabemos que esta impedancia está formada por la reactancia de la bobina y por su resistencia óhmica (§ 105):

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (2 \pi f L)^2}$$

de modo que si se mide la resistencia de esa bobina por cualquiera de los métodos indicados en el capítulo anterior, se puede deducir de la expresión dada el valor de la inductancia  $L$ .

Aplicando corriente continua al circuito de la figura 173, se obtiene por lecturas de los dos instrumentos y su cociente, el

valor de la resistencia  $R$ . Con el puente o el óhmetro también se puede conocer  $R$ . Luego, de la fórmula última se deduce:

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f}$$

en la que  $Z$  es la impedancia en Ohm;  $R$  es la resistencia óhmica de la bobina;  $f$  es la frecuencia que se utilizó en el circuito, es decir, la de la tensión de la red.  $L$  resulta en Henry.

#### § 154) Medición de la capacidad con el puente de hilo.

Utilizamos el puente de corriente alternada, porque con continua no pasaría corriente por los condensadores (ver fig. 174). La fuente de tensión es de alternada en lugar de la clásica pila o batería, y el galvanómetro se substituye por un teléfono o cualquier otro dispositivo indicador de tensiones alternadas. Los puentes modernos emplean válvulas termoiónicas, para ese fin.

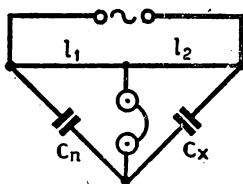


Fig. 174

Conseguido el equilibrio del puente, los productos de las impedancias opuestas deben ser iguales, para que no haya tensión entre los bornes del teléfono. La impedancia de los alambres a ambos lados del cursor son sus respectivas resistencias, dadas por sus dimensiones y la resistividad del hilo empleado. La impedancia de los condensadores es su reactancia, dada en función de la capacidad y la frecuencia. De modo que la condición de equilibrio se escribe:

$$\frac{l_1 \varrho}{S} \cdot \frac{1}{2\pi f C_n} = \frac{l_2 \varrho}{S} \cdot \frac{1}{2\pi f C_x}$$

de modo que si conocemos la capacidad  $C_n$  y los dos trozos de hilo entre cada extremo y el cursor, se puede calcular  $C_x$ , pues

simplificando los términos iguales de ambos miembros de la expresión anterior se tiene:

$$\frac{l_1}{C_x} = \frac{l_2}{C_n}$$

que permite deducir inmediatamente el valor de la capacidad desconocida, en función de la capacidad del condensador patrón y el cociente entre las dos longitudes del hilo:

$$C_x = \frac{l_1}{l_2} C_n$$

Debe observarse que el cociente entre las longitudes del hilo es inversa que para el puente de hilo aplicado en corriente continua para la medición de resistencias (§ 145).

Disponiendo de un juego de condensadores patrones, de varias capacidades, se tiene un amplio campo de medidas. Algunos puentes tienen graduado al lado del hilo directamente el cociente entre sus dos tramos, de modo que esa cifra multiplicada por la capacidad patrón da el valor de la capacidad a medir. Conviene, entonces, elegir los condensadores conocidos de capacidades cómodas para los cálculos, así como 1, 10, 100 micro-Farad, etc. Si se tiene esos valores en micro-Farad, la capacidad medida resulta en la misma unidad, y si se toma otra unidad cualquiera para la capacidad  $C_n$ , el valor de  $C_x$  estará expresado en esa misma unidad.

### § 155) Medida de la inductancia con el puente de hilo.

En forma similar a la conexión para medir capacidades con el puente, se conecta el hilo, empleando fuente de tensión alternada y un teléfono o indicador de tensión. El procedimiento exacto para determinar la inductancia de la bobina desconocida y su resistencia óhmica es el siguiente:

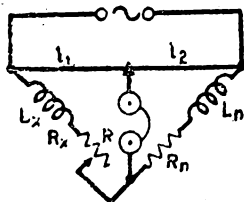


Fig. 175

Aplicando corriente continua al puente, mediante una batería, por ejemplo, y usando un galvanómetro como indicador, se encuentra el valor de la resistencia  $R_x$  de la bobina en estudio, mediante una resistencia patrón conocida, que es la resistencia

óhmica de la inductancia patrón  $L_n$  y  $R_n$ . Luego, la resistencia variable  $R$  se ajusta de modo que se tenga igual resistencia en las dos ramas del puente, es decir que:

$$R_x + R = R_n$$

Luego se aplica tensión alternada al puente, y se coloca un teléfono como indicador de tensión cero. Conseguido el equilibrio, los productos de las impedancias opuestas deben ser iguales, es decir:

$$Z_x \frac{Q l_2}{S} = Z_n \frac{Q l_1}{S}$$

donde se puede simplificar la sección y resistividad del hilo, en ambos miembros, y poner en vez de las impedancias sus equivalentes:

$$l_2 \sqrt{(R_x + R)^2 + (2 \pi f L_x)^2} = l_1 \sqrt{R_n^2 + (2(\pi f L_n))^2}$$

Elevando al cuadrado ambos miembros y despejando el valor de  $L_x$  se obtiene finalmente:

$$L_x = \frac{\sqrt{(2 \pi f L_n)^2 \frac{l_1^2}{l_2^2} + R_n^2 \left( \frac{l_1^2}{l_2^2} - 1 \right)}}{2 \pi f}$$

que es la expresión del valor de la inductancia desconocida, en función del valor de la inductancia patrón, de la resistencia de esa bobina patrón, de la frecuencia y de las dos longitudes del hilo a ambos lados del cursor.

En la práctica, es común que se pueda despreciar el valor  $R_n^2$  frente a  $(2 \pi f L_n)^2$ , de modo que la fórmula anterior puede quedar reducida, en tales casos a:

$$L_x = \frac{l_1}{l_2} L_n$$

sin intervención de las resistencias. Ambas inductancias se toman en Henry, y las longitudes en centímetros o en metros, las dos en idéntica unidad.

### § 156) Medida de la capacidad con el galvanómetro balístico.

Un galvanómetro es un amperímetro de construcción tal, que es capaz de acusar intensidades sumamente pequeñas. Se construyen bajo el principio de medición con imán permanente y bobina móvil (§ 126) o con un imán móvil, colocado dentro del campo magnético de una bobina. Cuando pasa corriente por esa bobina, el imán sufre una desviación, que es acusada

por una aguja. Los galvanómetros muy sensibles utilizan un rayo luminoso que sustituye la aguja, y el sistema móvil de los mismos tiene un espejo, en el cual incide el haz de luz, reflejándose en una escala graduada. En esta forma se tiene una aguja de un metro o más longitud (fig. 176).

En la figura, 1 es el imán; 2 es el hilo de suspensión de la bobina móvil; 3 es el espejo que refleja el haz de luz; 4 es un nivel esférico.

Cuando un galvanómetro no se utiliza, su sistema móvil, que pende de un delgado hilo, se hace apoyar en la base, mediante una palanca (5), que se ve en la figura.

La escala está tarada en centímetros, de modo que hay que obtener, mediante una corriente conocida, la equivalencia entre centímetros de es-

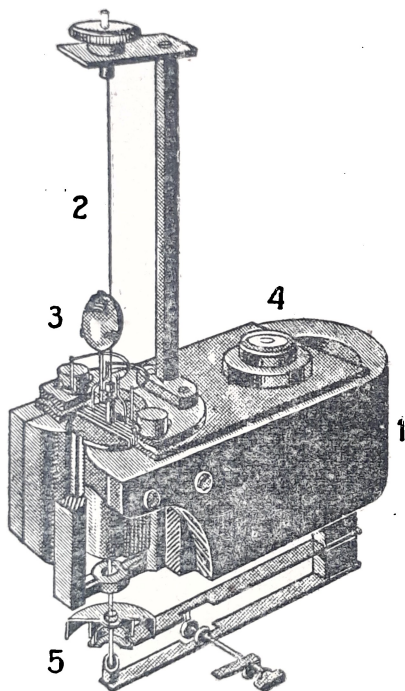


Fig. 176

cala y unidades de corriente, generalmente micro-amperes. Los galvanómetros balísticos tienen la particularidad de que si pasa por la bobina móvil de los mismos una cierta cantidad de electricidad, durante un tiempo muy breve, la primera elongación del rayo luminoso o de la aguja, es proporcional a esa cantidad de electricidad. Luego, es posible determinar la carga eléctrica



que descarga un condensador, la cantidad de electricidad que se produce por inducción en una bobina, etc. Para ello sólo basta conocer la constante del galvanómetro, pues si la desviación inicial es:  $a$  cm, la cantidad de electricidad será:

$$Q = k a$$

siendo  $k$  la constante balística que hay que determinar por tarado. Generalmente se produce sobre la bobina del galvanómetro la descarga de un condensador de capacidad conocida, de modo que la cantidad de electricidad de descarga también lo es.

Veamos cual es el método balístico para medir capacidades:

Se instala el galvanómetro balístico en la forma indicada en la figura 177. Una batería  $B$  se usa para cargar los condensadores, el patrón  $C_n$  y el desconocido  $C_x$ .

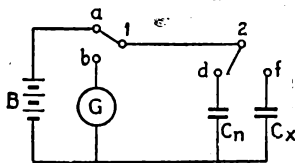


Fig. 177

Con la llave 1 en  $a$ , y la 2 en  $d$ , se carga el condensador patrón. Inmediatamente se corre la llave 1 al punto  $b$ , de manera que dicho condensador se descargue sobre el galvanómetro, y se lee la desviación que en él se producirá, que llamaremos  $A_1$ .

Se pasa la llave 1 al punto  $a$  y la 2 al  $f$ , de manera que se cargue el condensador desconocido, y luego se pasa la llave 1 al punto  $b$ , para que ese condensador se descargue sobre el galvanómetro. Se lee la desviación producida, que será  $A_2$ .

Pódomos decir que la descarga del condensador patrón produjo una cantidad de electricidad dada por:

$$Q_1 = k C_n = K A_1$$

puesto que la descarga es proporcional a la capacidad (ya que  $Q = CV$ ), y la indicación del galvanómetro es proporcional a la primera elongación de la escala.

Para el condensador desconocido, la primera desviación de la escala fué también proporcional a la cantidad de electricidad, que será en este caso:

$$Q_2 = k C_x = K A_2$$

y relacionando entre sí las dos ecuaciones escritas, tomando sólo los dos últimos miembros de esas igualdades, se tiene:

$$\frac{C_n}{A_1} = \frac{C_x}{A_2}$$

es decir, que las primeras elongaciones de la aguja son directamente proporcionales a las respectivas capacidades, ya que la constante  $k$  no es otra cosa que la tensión de la batería (puesto que  $Q = CV$ ) y ella se mantiene constante durante la operación. De la expresión última se deduce:

$$C_x = \frac{A_2}{A_1} C_n$$

que permite calcular la capacidad conocida en función de la patrón. Las dos capacidades se deben tomar en la misma unidad.

### § 157) Localización del corte de un cable por medio de la capacidad.

Es frecuente en los cables multifilares de secciones reducidas, que se corte una veta, quedando aislada del resto y de tierra. No es posible, entonces, aplicar el método del puente de resistencias (§ 146), pues no se establece ningún circuito cerrado.

Como entre las vetas de los cables hay una cierta capacidad, porque debido al paralelismo entre cada hilo y los próximos se forma un condensador de dos cilindros paralelos, es posible determinar la distancia desde el arranque de la línea hasta el corte.

En efecto, desde el extremo del cable hasta el corte, tenemos que la veta cortada forma la armadura de un condensador, y tomando una de las vetas sanas, ella formará la otra armadura, no interesando que sea más larga, pues el condensador tiene la capacidad dada por su armadura menor. Luego se toman dos vetas, la averiada y una sana, y se tiene un condensador, cuyos terminales para conectar son los extremos de esas vetas. Midiendo esa capacidad se puede encontrar la longitud del condensador.

En efecto, la capacidad de un condensador de dos cilindros paralelos es proporcional a la longitud (§ 28), de modo que se pueden reemplazar longitudes por capacidades en las relaciones que se establezcan.

Si se realiza un montaje como el de la figura 178, utilizando un galvanómetro balístico y un interruptor, en forma similar a la figura 177, del parágrafo anterior, se tiene:

Conectando en el extremo del cable que se ve en la figura, y haciendo las operaciones indicadas para la medición de la capacidad, es decir, con la llave en la posición superior, se carga el cable en el tramo  $L_x$ . Pasando la llave abajo, se descarga el cable cargado sobre el galvanómetro, anotándose su primera desviación  $A_1$ .

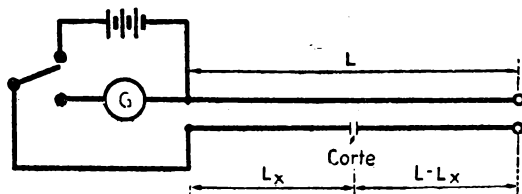


Fig. 178

Llevamos ahora el aparato al otro extremo del cable, desde el cual la avería dista una longitud:

$$L - L_x$$

siendo  $L$  la longitud total del cable.

Haciendo las mismas operaciones en este extremo, se tendrá que, cargando el cable y descargándolo sobre el galvanómetro, se podrá leer una desviación  $A_2$  en su escala.

Como las desviaciones son proporcionales a las capacidades y éstas lo son a las longitudes, se tiene:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{L_x}{L - L_x}$$

de donde se puede deducir inmediatamente la distancia entre el extremo del cable y la avería:

$$L_x = L \frac{A_1}{A_1 + A_2}$$

entendiéndose que la distancia debe tomarse desde el extremo donde se ha obtenido la desviación que se escribe en el numerador del quebrado. Si se cambia  $A_1$  por  $A_2$  en el numerador del segundo miembro, se tiene la distancia desde el otro extremo.

## CAPÍTULO XXI

### MEDICION DE LA POTENCIA ELECTRICA

#### § 158) Medición de la potencia en corriente continua.

a) CON VOLTÍMETRO Y AMPERÍMETRO. De acuerdo con la expresión de la potencia en corriente continua (§ 44), se ve que se puede determinar su valor mediante la conexión de un voltímetro y un amperímetro (ver fig. 179). Ahora bien, el voltímetro se puede conectar directamente en los bornes de la resistencia o en la toma (esquemas a y b), respectivamente.

La expresión de la potencia es:

$$W = E I$$

pero debe aclararse que  $E$  debe ser la diferencia de potencial entre los extremos de la carga que está absorbiendo la potencia a medir, e  $I$  es la corriente que pasa por esa carga,

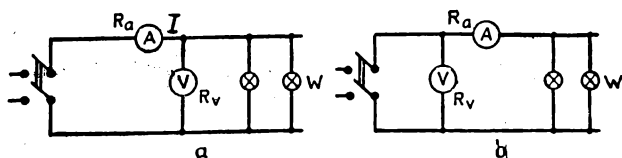


Fig. 179

En el caso del esquema (a), por el amperímetro pasa, además de la corriente a medir, la que absorbe el voltímetro, que se puede determinar en función de la tensión en los bornes del mismo, que es lo que indica su escala, y la resistencia interna,

Puede corregirse la fórmula anterior para este esquema, si se descuenta del producto dado la potencia que absorbe el voltímetro, en función de los valores mencionados:

$$W = EI - \frac{E^2}{R_v}$$

siendo  $R_v$  la resistencia interna del voltímetro. La potencia resulta dada en Watt.

Con el esquema (b), el voltímetro está conectado directamente a los bornes de la toma, de manera que su consumo no estará indicado por el amperímetro pero, en cambio, la tensión que indica no es la que hay en los bornes de la carga, sino que está incluida la caída de tensión en la resistencia interna del amperímetro.

La corrección a hacer en este caso es descontar la potencia que consume el amperímetro, de resistencia interna  $R_a$ . La fórmula de potencia queda, corregida, así:

$$W = EI - I^2 R_a$$

Según la importancia de las correcciones frente al producto de las lecturas, pueden omitirse, dejando la fórmula simple vista al comienzo del párrafo. Veamos cuando sucede esto:

En el caso del esquema (a), si la resistencia del voltímetro es muy grande con respecto a la que presenta la carga, el término correctivo será pequeño; y puede omitirse la corrección. Este circuito será apropiado, entonces, para los casos en que la carga consuma elevada intensidad de corriente.

El esquema (b) será apropiado cuando el amperímetro esté recorrido por intensidad de corriente reducida y cuando su resistencia propia sea pequeña con respecto a la de la carga. En tales casos el término correctivo será pequeño y puede omitirse.

Hay que hacer notar que los instrumentos deben estar previstos para la tensión e intensidad que hay en el circuito. En caso contrario se amplía su alcance de medida en la forma conocida (§ 132).

b) CON WATTÍMETRO. Sabemos que el wattímetro es un aparato que incluye dos bobinas: una de tensión y una de intensidad. La conexión se hará, entonces, en forma similar

figura 179, sólo que en lugar de instrumentos independientes, se tendrá uno solamente (ver fig. 180).

Hay también en este caso dos posibilidades, que corresponden a los esquemas (a) y (b) de esta figura y a los mismos esquemas de la figura 179.

Si la bobina de tensión del wattímetro se conecta directamente a los bornes de la carga, según el esquema (a), hay que descontar a la lectura del aparato la potencia que absorbe la bobina de tensión, que es:

$$\frac{E^2}{R_v}$$

cifra que se restará de la lectura del wattímetro. Obsérvese que hay que conocer la tensión que hay en la toma.

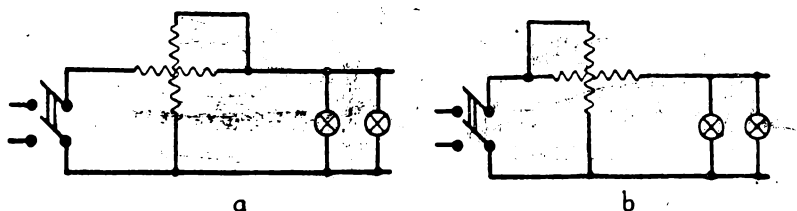


Fig 180

Si se usa el esquema (b), en el cual la bobina de tensión queda conectada directamente a la toma, hay que descontar el consumo de la bobina de intensidad, que es:

$$I^2 R_a$$

siendo  $R_a$  la resistencia de la bobina citada e  $I$  la corriente que la recorre, que se debe conocer para hacer la respectiva corrección.

En la práctica se prescinde de los términos correctivos a las lecturas del wattímetro, si se siguen las reglas dadas para el caso anterior, es decir, usar el esquema (a) para potencias grandes y el (b) para pequeñas.

La ampliación del campo de medida se hace en la forma señalada (§ 134).

### § 159) Medición de la potencia en corriente alternada monofásica.

Sabemos que la potencia en corriente alternada está dada por la expresión (§ 113):

$$W = E I \cos \varphi$$

siendo  $E$  la tensión en el circuito,  $I$  la corriente que lo recorre y  $\cos \varphi$  el coseno trigonométrico del ángulo de defasaje entre la corriente y la tensión.

Es lógico que sólo se podrá medir la potencia con voltímetro y amperímetro si el factor de potencia fuera unitario, lo que se cumple para ángulos nulos de defasaje, es decir, para carga óhmica pura.

Luego la potencia en corriente alternada se puede medir con un voltímetro y un amperímetro si la carga está formada por resistencias puras. En caso de haber reactancias inductivas o capacitivas conectadas, no es posible hacer la medición con esos aparatos.

Se recurre entonces al wattímetro (ver fig. 181), conectando además, frecuentemente, el voltímetro y el amperímetro, a efectos de calcular el factor de potencia.

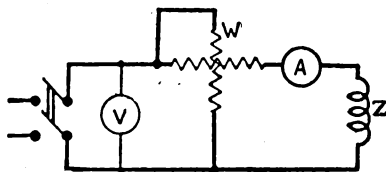


Fig. 181

La ampliación del campo de medida se hace en la forma recomendada para corriente alternada (§ 135 y 136), es decir, mediante transformadores de medida.

Debe cuidarse, al conectar wattímetros, que entre la bobina de tensión y la de intensidad no haya una diferencia de potencial importante, pues se presentan fenómenos de naturaleza electrostática que provocan errores en la medición. En el caso de conectar transformadores de medida, se recomienda unir entre sí los dos núcleos, mediante un conductor.

Para determinar el factor de potencia, se leen las escalas del wattímetro, del voltímetro y del amperímetro, y con ellas se aplica la fórmula:

$$\cos \varphi = \frac{W}{E I}$$

deducida directamente de la expresión de potencia en corriente alternada.

### § 160) Medición de potencia en corriente alternada trifásica.

a) EN CIRCUITOS EQUILIBRADOS EN ESTRELLA. Cuando una red en estrella está equilibrada, y es simétrica, es decir, sus tres tensiones e intensidades están defasadas de  $120^\circ$  y son iguales entre sí, la potencia total es igual a la de una fase, multiplicada por 3.

Si se conecta un wattímetro como se indica en la figura 182, su lectura da la potencia de una sola fase, y para obtener la total se debe multiplicar por tres:

$$W = 3 A$$

siendo A la lectura del wattímetro.

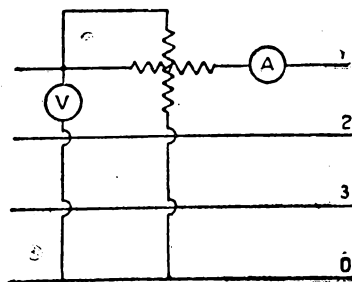


Fig. 182

Si además de leer la potencia, se toma la tensión y la intensidad de fase, se puede calcular el factor de potencia del sistema trifásico, como si se tratara de uno monofásico:

$$\cos \varphi = \frac{W}{E I}$$



b) EN CIRCUITOS EQUILIBRADOS Y DESEQUILIBRADOS EN GENERAL. Si el sistema trifásico tiene sus tres tensiones simétricas y el desequilibrio entre las corrientes no es muy grande, se puede medir la potencia mediante el *método de los dos wattímetros*.

Se utilizan dos wattímetros monofásicos, que se conectan en la forma indicada en la figura 183. Las dos bobinas de intensidad se conectan en dos fases, quedando libre la tercera y concurriendo a ella los bornes de las dos bobinas de tensión.

Para ver por qué en esta forma se puede medir la potencia total del sistema trifásico, veamos la figura 184. Representa el diagrama vectorial del circuito, con las tensiones de fase del generador, de modo que las tensiones de línea se obtienen por diferencia geométrica entre dos tensiones de fase (§ 120).

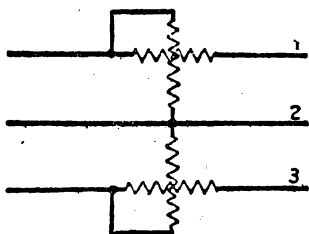


Fig. 183

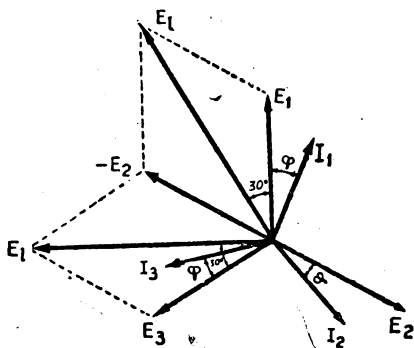


Fig. 184

Sumando las tensiones  $E_1$  y  $E_3$ , con la inversa geométrica de  $E_2$ , se obtienen las diferencias de potencial aplicadas a las bobinas voltimétricas de los dos wattímetros.

Como cada wattímetro indica una cantidad que es proporcional al producto de la tensión aplicada a su bobina voltimétrica, por la corriente que pasa por su bobina amperométrica, por el coseno del ángulo que forman esos dos vectores, se ve que las indicaciones de los dos wattímetros serán:

$$A_1 = E_l I_l \cos (30^\circ + \varphi)$$

$$A_2 = E_l I_l \cos (30^\circ - \varphi)$$

si sumamos las dos indicaciones  $A_1$  y  $A_2$ , se tiene:

$$A_1 + A_2 = E_l I_l [\cos (30 + \varphi) + \cos (30 - \varphi)]$$

pero la suma trigonométrica dentro del paréntesis puede ser substituída, de acuerdo con las reglas trigonométricas, por:

$$\begin{aligned} \cos (30 + \varphi) + \cos (30 - \varphi) &= \cos 30 \cos \varphi - \sin 30 \sin \varphi + \\ &+ \cos 30 \cos \varphi + \sin 30 \sin \varphi \end{aligned}$$

que resuelta algebraicamente da:

$$2 \cos 30 \cos \varphi = \sqrt{3} \cos \varphi$$

de modo que volviendo a la suma de las indicaciones de los dos wattímetros, se tiene:

$$A_1 + A_2 = \sqrt{3} E_l I_l \cos \varphi = W$$

que como vemos, no es otra cosa que la potencia total trifásica.

Luego, la suma de las indicaciones de las escalas de los dos wattímetros conectados como se ve en la figura 183, da la potencia total trifásica. Esa suma debe ser algebraica, pues si el ángulo  $\varphi$  que pasa de  $60^\circ$ , se ve en la figura 184 que el vector  $I_1$  forma con la tensión  $E_l$  un ángulo mayor de  $90^\circ$ , cuyo coseno es negativo, luego ese wattímetro indicará una potencia negativa, interpretándose esto como que debe restarse de la indicación del otro wattímetro.

Prácticamente, esto se nota porque es necesario invertir las conexiones de una de las dos bobinas del aparato, para que su aguja no marche hacia atrás.

El método de los dos wattímetros puede ser aplicado a un esquema en estrella, prescindiendo simplemente del conductor neutro y tratándolo como si tuviera tres conductores.

c) POTENCIA REACTIVA. Conectemos un wattímetro monofásico en la forma indicada en la figura 185. La bobina amperométrica está intercalada en la fase 1, y la bobina de tensión está conectada entre las fases 2 y 3.

Veamos el diagrama vectorial, para saber qué nos indicará este wattímetro (fig. 186):

La tensión aplicada a la bobina voltimétrica es la compuesta de las fases 2 y 3, es decir, la  $E_{2-3}$  que se ve en la figura como suma geométrica de  $E_2$  con la igual y contraria de  $E_3$ . La co-

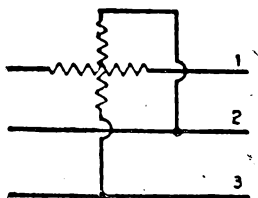


Fig. 185

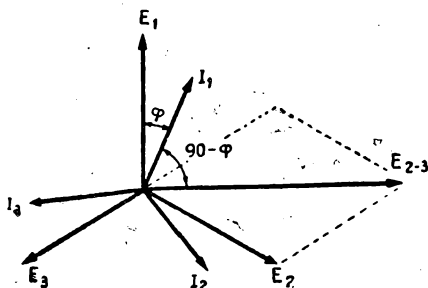


Fig. 186

rriente que pasa por la bobina amperométrica es la  $I_1$ , y el ángulo entre esos dos vectores es el complemento del defasaje entre la tensión e intensidad de línea, es decir:

$$90 - \varphi$$

Luego, la indicación del wattímetro será:

$$E_l I_l \cos (90 - \varphi) = E_l I_l \sin \varphi$$

pues el coseno de un ángulo es igual al seno del complemento.

Para que la fórmula anterior sea la potencia reactiva, le falta el factor  $\sqrt{3}$ , pues ella contiene la tensión compuesta o de línea, la corriente de línea y el seno del ángulo de fase (§ 123).

Luego, la potencia reactiva total trifásica, si  $A$  es la indicación del wattímetro conectado como se ve en la figura 185, será:

$$W_r = \sqrt{3} A$$

d) **POTENCIA REACTIVA CON EL MÉTODO DE LOS DOS WATTÍMETROS.** Si en vez de sumar las indicaciones de los dos wattímetros, las sumamos, se tiene:

$$A_1 - A_2 = E_l I_l [\cos (30 + \varphi) - \cos (30 - \varphi)]$$

que desarrollada por trigonometría, permite encontrar:

$$\begin{aligned} \cos (30 + \varphi) - \cos (30 - \varphi) &= \cos 30 \cos \varphi - \sin 30 \sin \varphi - \\ &- \cos 30 \cos \varphi - \sin 30 \sin \varphi = 2 \times 0.5 \times \sin \varphi = \sin \varphi \end{aligned}$$

es decir, que la resta de las indicaciones de los dos wattímetros da:

$$A_1 - A_2 = E_l I_l \sin \varphi$$

que para ser la potencia reactiva total trifásica le falta el factor  $\sqrt{3}$ . Luego, la potencia reactiva pedida es:

$$W_r = \sqrt{3} (A_1 - A_2)$$

es decir, igual a la raíz de tres por la diferencia de las lecturas de los dos wattímetros.

e) FACTOR DE POTENCIA. De la observación de las expresiones anteriores, vemos que si se dispone de las cifras de la potencia activa y reactiva totales trifásicas, se puede conocer el factor de potencia de la red, mediante simple cociente de esas dos expresiones. En efecto:

$$\frac{W_r}{W} = \frac{3 E_l I_l \sin \varphi}{3 E_l I_l \cos \varphi} = \operatorname{tg} \varphi$$

Es decir, notamos que el cociente entre la potencia reactiva y la activa nos da la tangente del ángulo de defasaje entre las corrientes y las tensiones de la red. Conociendo su tangente, es fácil hallar el ángulo, y con ello el coseno, es decir, el factor de potencia.

Si no se dispone de tabla trigonométrica, se puede calcular el coseno del ángulo  $\varphi$  mediante el conocimiento de la tangente del mismo ángulo.

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$$

f) WATTÍMETROS TRIFÁSICOS. Basados en el método de los dos wattímetros, se construyen aparatos que incluyen doble sistema de medida wattimétrica, es decir, tienen dos bobinas de intensidad y dos de tensión; estas últimas están fijas sobre un mismo eje.

En tal forma, y si se lo conecta como indica la figura 183, la lectura en la escala será la suma de las que corresponden separadamente a los dos sistemas de medida, puesto que las dos cuplas suman sus efectos sobre el único eje del aparato.

Aun en el caso que se deba restar las indicaciones, por haber un defasaje mayor de  $60^\circ$  entre la corriente y la tensión, el aparato hace automáticamente esa resta, pues las cuplas tienen sentidos contrarios.

Para obtener la potencia reactiva con un wattímetro trifásico, se invierte la conexión de una de las bobinas de intensidad, conmutando su entrada con su salida, con lo que la indicación de la escala será la diferencia de las dos cuplas en lugar de la suma. A la indicación del aparato se la debe multiplicar por  $\sqrt{3}$ , para tener la potencia reactiva total trifásica.

g) POTENCIA TRIFÁSICA EN SISTEMAS MUY DESEQUILIBRADOS. Si el sistema trifásico es muy desequilibrado y aun puede tener cierta disimetría entre las tensiones, la única forma de medir la la potencia con exactitud y sencillez consiste en disponer de tres wattímetros, iguales, si es posible, y conectarlos como indica la figura 187.

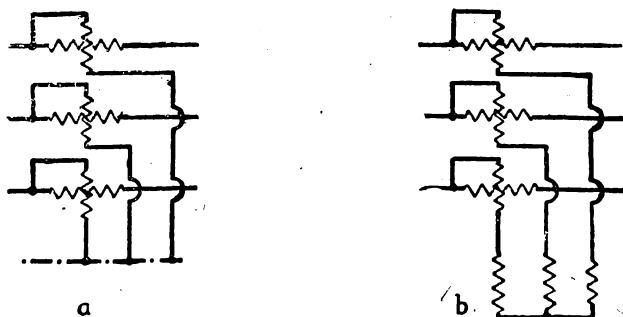


Fig. 187

En a, se indica la forma de conectar los tres aparatos para una red en estrella, donde los extremos libres de las bobinas de tensión se unen al hilo neutro.

En b, se indica la forma de proceder en redes en triángulo, o en las conectadas en estrella, pero sin neutro. Se utiliza un punto neutro artificial, mediante tres resistencias iguales de alto

valor, a las que se conectan las bobinas de tensión de los tres wattímetros.

Si las indicaciones de los aparatos son  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$ , es lógico que la potencia total trifásica será:

$$W = A_1 + A_2 + A_3$$

Para calcular el factor de potencia de una red en tales condiciones, se conectan voltímetros y amperímetros en cada fase, y se calcula el factor de potencia de cada fase por:

$$\cos \varphi = \frac{W}{E I}$$

siendo todos los valores de fase  $W$ ,  $E$  e  $I$ .

Si se desea conocer el factor de potencia de toda la red trifásica, se calcula mediante las tres potencias de cada fase y sus respectivas tensiones e intensidades:

$$\cos \varphi = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3}$$

Y si se desea conocer la potencia reactiva total, se calcula la de cada fase, y se suman las de las tres:

$$W_r = E_1 I_1 \sin \varphi_1 + E_2 I_2 \sin \varphi_2 + E_3 I_3 \sin \varphi_3.$$

## CAPÍTULO XXII

### MEDIDAS VARIAS

#### § 161) Medición de ff.ee.mm. por el método de compensación

La f.e.m. de una pila, acumulador u otro generador que tiene resistencia interna, no se puede medir con un voltímetro, debido a que este aparato consume corriente, produciéndose en consecuencia una caída de tensión interna en la pila. La indicación del voltímetro será, entonces, la tensión en los bornes y no la f.e.m. (§ 39).

Para medir la f.e.m. se debe utilizar un sistema que no haga circular corriente por la pila, y uno de ellos es el método de oposición o compensación (ver fig. 188).

Una resistencia variable está recorrida por corriente que proviene de un acumulador o batería, de tensión constante. Parte de la caída de tensión en esa resistencia se toma para equilibrar la f.e.m. de la pila, que se conecta en oposición con dicha caída. Cuando se ha logrado una compensación exacta, corriendo el cursor de la resistencia, el galvanómetro indica cero, por la pila no circula corriente, y su f.e.m. es igual a la caída de tensión en la porción  $r$  de la resistencia.

Conectando dos pilas, primero una patrón, de f.e.m. bien conocida, y luego la que se tiene en estudio, se establecen relaciones que permiten deducir la f.e.m. de la segunda. Para ello se coloca un conmutador unipolar para seleccionar una de las dos pilas en cada medición.

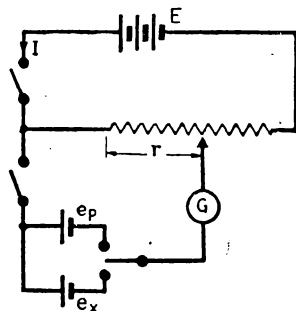


Fig. 188

Cerrando previamente el interruptor superior, circula una intensidad  $I$  por el circuito cerrado que forma la resistencia y la batería  $E$ . Cerrando luego el interruptor inferior y colocando el conmutador de manera que quede conectada la pila patrón, que puede ser una del tipo Weston, cuya f.e.m. es de 1,0184 V, o una del tipo Clark, con f.e.m. de 1,432 V, se regula el cursor de la resistencia variable.

Cuando se ha conseguido el equilibrio, el galvanómetro indica cero, y la f.e.m. de la pila patrón será igual a la caída en la porción  $r$  de la resistencia:

$$e_p = I r$$

Se corre el conmutador a la pila común, y se hace una nueva compensación, y ahora el cursor quedará detenido de modo que la resistencia desde el extremo hasta él tendrá un valor  $r'$ , distinto de  $r$ . Esa f.e.m. será igual a la caída en la nueva porción de resistencia:

$$e_x = I r'$$

donde hemos puesto la misma corriente  $I$ , porque si no varía la tensión de la batería  $E$ , como la resistencia variable en total, es constante, la corriente debe ser la misma, cualquiera que sea la posición del cursor, puesto que la rama inferior en equilibrio no consume corriente.

Relacionando entre sí las dos expresiones dadas, permiten deducir el valor de  $e_x$ :

$$e_x = e_p \frac{r'}{r}$$

dado en función del cociente de los dos valores que tiene la resistencia variable entre el extremo izquierdo y el cursor, en las dos operaciones, y del valor de la f.e.m. de la pila patrón.

## § 162) Medida de la inducción magnética con la espiral de bismuto.

El bismuto tiene la propiedad de variar su resistencia eléctrica al estar sumergido en un campo magnético. Construyendo una espiral con un hilo de ese material, y colocándola entre dos plaquitas de mica, para evitar su deterioro, se la puede introducir



en los entrehierros de las máquinas eléctricas, y en otros lugares donde se desea conocer la inducción magnética (fig. 189).

Los dos extremos de la espiral se unen a dos conductores que forman los bornes para la medición de la resistencia, que se hace una vez colocada dentro del campo.

Para establecer la variación de resistencia en función de la inducción magnética, se coloca la espiral dentro de un campo conocido y se anotan los sucesivos valores que toma la resistencia a respectivos valores de la inducción. Con esto se hace una curva donde se toman las resistencias como abscisas y la inducción como ordenadas, permitiendo conocer  $B$  con solo medir  $R$ , dentro de un campo determinado.

### § 163) Medida de la inducción magnética con el permeámetro de Köpsel.

Cuando se trata de medir la inducción magnética en un trozo de hierro, para determinar la curva de permeabilidad del mismo, se utiliza el aparato de Köpsel (ver fig 190). Tiene un núcleo

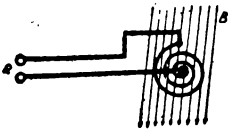


Fig. 189

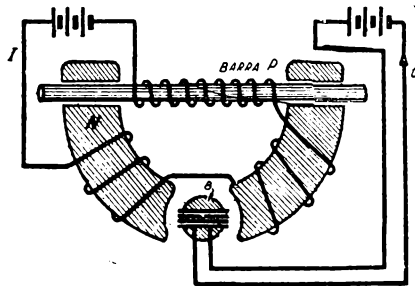


Fig. 190

de hierro,  $N$ , con dos perforaciones cilíndricas por donde se introduce una barra del hierro en estudio,  $P$ .

En el centro de la culata hay un hueco cilíndrico donde está colocado un sistema de medida de bobina móvil,  $B$ , que está recorrida por una corriente constante,  $i$ , proveniente de una batería. Sobre la barra de hierro está bobinado el circuito principal, algunas de cuyas espiras se arrollan sobre la culata de hierro, para compensar el efecto de la bobina principal sobre ésta. Por el

bobinado principal se hace pasar corriente constante, **I**, proveniente de otra batería.

La cupla actuante sobre la bobina móvil es (§ 126):

$$M = k B i$$

pero como  $i$  es constante, la indicación de la aguja de la escala será proporcional a la inducción magnética,  $B$ , dada directamente en Gauss.

Para trazar las curvas de magnetización de la barra de hierro en estudio, se toma la intensidad de campo:

$$H = K I$$

proporcional a la corriente en la bobina principal.

El aparato trae de fábrica una familia de curvas, para ser utilizado con correcciones debidas a la reluctancia de la culata.

#### § 164) Determinación de las pérdidas en el hierro.

Para el estudio de las pérdidas en el hierro, que se producen por histéresis y por corrientes de Foucault, se utiliza el *aparato de Epstein*.

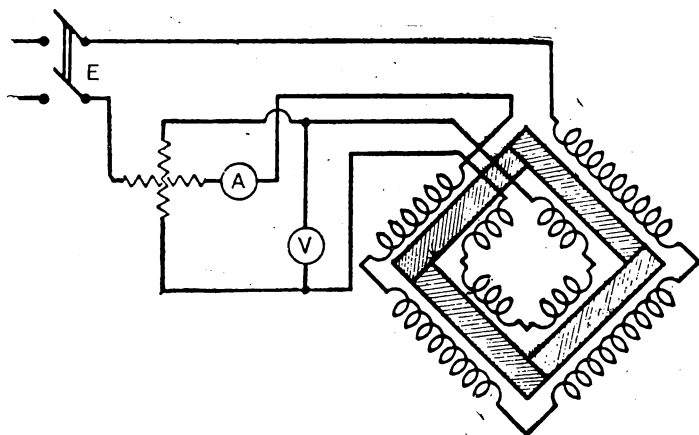


Fig. 192

Consiste en un cuadrado formado por cuatro trozos prismáticos de hierro laminado, que forman los núcleos de otros tantos transformadores, o pares de bobinas arrolladas sobre ellos (ver fig. 191). Los núcleos están normalizados, y se toman de modo

que su peso en conjunto sea de 10 Kg. con dimensiones de  $25 \times 30 \times 500$  mm, contruídos con el hierro que se desea estudiar.

Las bobinas primarias se conectan todas en serie, y en serie a su vez con la bobina de intensidad de un wattímetro y con un amperímetro, cerrando el circuito sobre la toma. Las otras cuatro bobinas secundarias, se conectan en serie entre sí, y se aplican en paralelo con la bobina de tensión del wattímetro y con el voltímetro.

La tensión E, a aplicar en la toma, se calcula en base a la expresión:

$$E = 4,44 f N S B 10^{-8}$$

donde E es la tensión necesaria, en Volt, para producir una inducción B prefijada. f es la frecuencia de la red, S es la sección de los núcleos en  $\text{cm}^2$  y N es el número de espiras secundarias del aparato, es decir, del circuito que incluye el wattímetro.

Una vez regulada la inducción deseada, mediante aplicación de la tensión E, se lee el wattímetro. Su lectura sea A. Como los núcleos pesan 10 Kg., las pérdidas unitarias serán:

$$W = \frac{A}{10} \text{ (Watt/Kg.)}$$

### § 165) Medición de la resistencia interna de una pila.

La resistencia interna de una pila es variable con el consumo de corriente que se le ocasione, por lo que no siempre resulta conveniente medirla en vacío. Para medir la resistencia interna con carga, Mance da un método basado en el puente de Wheatstone.

La pila substituye a una de las resistencias del puente y, además, es la fuente de tensión. Una de las diagonales tiene el galvanómetro con un interruptor (ver fig. 192) y la otra diagonal tiene un simple interruptor.

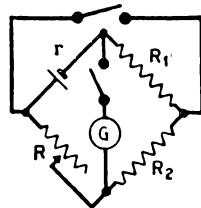


Fig. 192

El equilibrio de este puente se consigue cuando cerrando o abriendo el interruptor superior, no se modifica la desviación del galvanómetro. Conseguido esto se tiene:

$$r R_2 = R R_1$$

siendo r la resistencia interna de la pila.

Otros autores recomiendan la utilización del puente normal de corriente alternada, con un teléfono como indicador de tensión cero. La pila forma una de las ramas del puente, y se usa una fuente de tensión alternada.

### § 166) Medición de la resistividad.

a) DE UN CUERPO SÓLIDO. Desde que la resistencia de un cuerpo está dada por:

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

no hay más que deducir de esa expresión la resistividad, para ver como se la puede medir:

$$\rho = \frac{RS}{l}$$

De modo que se tomará un trozo del material en estudio preferiblemente en forma de alambre y se medirá exactamente la longitud entre sus extremos. Si se conecta el alambre a un puente, debe tomarse la longitud entre bornes, y no contar la parte de él arrollada en los mismos. La longitud se toma en metros.

La sección se calcula por medición, y se da en mm<sup>2</sup>. Si es circular se toma el diámetro con un palmer.

Finalmente, solo resta tomar la resistencia del alambre con cualquiera de los métodos expuestos en el capítulo XIX.

b) DE LOS LÍQUIDOS. Algunos líquidos al paso de la corriente continua sufren efectos de electrólisis, de modo que se prefiere medir su resistividad empleando corriente alternada. Se utiliza el puente de hilo, alimentado con alternada e indicador con teléfono (ver fig. 193).

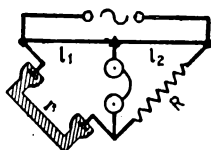


Fig. 193

El líquido se coloca en una cubeta especial, tarada con dos placas platinadas. El procedimiento a seguir es el siguiente:

Se coloca previamente un líquido de resistividad conocida, a la temperatura del ambiente. Se mide su resistencia con el puente, en base a:

$$r = \frac{l_1}{l_2} R$$

de acuerdo con la teoría del puente de hilo (§ 145).

Luego se coloca el líquido en estudio en la probeta y se vuelve a determinar su resistencia con el mismo puente. Sea  $r'$  el valor obtenido.

Es evidente que como la sección y la longitud de la porción de líquido comprendida entre las placas no ha variado, las resistencias medidas estarán en la misma proporción que las resistividades, es decir que se calcula la resistividad desconocida con la expresión:

$$\varrho' = \frac{r'}{r} \varrho$$

siendo  $\varrho$  la resistividad del líquido conocido, dada en la misma unidad que la del que se está midiendo.

Hay que aclarar que la resistividad de un líquido depende de dos factores, que se deben especificar siempre: su concentración y su temperatura. Así, se dirá: "ácido sulfúrico al 30 % que está a 20°C", por ejemplo.

### § 167) Determinación de la constante dieléctrica.

Para determinar la constante dieléctrica de materiales (§ 13), es decir, el aumento de capacidad que experimenta un condensador que tiene entre sus armaduras esa substancia en lugar del aire, no hay más que observar la definición dada.

En efecto, si se toma un condensador plano, con dieléctrico de aire, y se mide su capacidad por cualquiera de los métodos conocidos (§ 152, 154 y 156), y luego se le coloca al mismo condensador el dieléctrico en estudio, cuidando de conservar el

espesor o distancia entre armaduras, se puede establecer la relación siguiente:

$$\text{Capacidad con dieléctrico de aire} = C_a$$

$$\text{Capacidad con dieléctrico en estudio} = C_x$$

$$\text{Constante dieléctrica} = \frac{C_x}{C_a} = \epsilon$$

Si el espesor del dieléctrico no es exactamente igual a la distancia entre las placas del condensador, hay que introducir una corrección en la relación anterior, pues se considera como si hubiera dos condensadores en serie. La corrección es:

$$\epsilon = \frac{C_x e}{C_a d - C_x (d - e)}$$

siendo  $C_x$  la capacidad del condensador con el dieléctrico desconocido, de espesor  $e$  (mm.);  $C_a$  la capacidad del mismo condensador cuando entre sus armaduras, que distan  $d$  (mm), hay aire.

### § 168) Determinación de la rigidez dieléctrica.

La rigidez dieléctrica, o tensión capaz de perforar una sustancia de un centímetro de espesor, colocada como dieléctrico de un condensador (§ 30), puede ser medida también por observación de la definición.

Para ello se coloca la placa del material en estudio entre las armaduras de un condensador, y se aplica una diferencia de potencial conocida entre ellas.

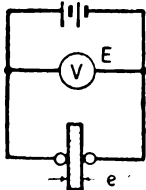


Fig. 194

Generalmente, se prefiere hacer la determinación empleando una máquina productora de altas diferencias de potencial, por lo que suele utilizarse corriente alternada con un transformador elevador de tensión; y la placa en estudio se coloca entre las esferas de un descargador (fig. 194). Un voltímetro mide constantemente la tensión, que se va aumentando paulatinamente. En el momento que se produce

la perforación del dieléctrico, la tensión es  $E$ , y el espesor de la lámina es:  $e$ . La rigidez dieléctrica se calcula con la relación:

$$R_d = \frac{E}{e}$$

siendo  $e$  expresado en cm y  $E$  en Volt.

Hay que indicar, para la cifra obtenida, el espesor de la lámina en ensayo, pues es importante. Para los líquidos, se procede en forma similar, sólo que las esferas del descargador se introducen en la cubeta donde se halla el líquido en estudio, y se colocan a una distancia conocida.

### § 169) Determinación del rendimiento de un aparato de calefacción.

Los elementos de calefacción: calentadores, cocinas, estufas, etc., tienen pérdidas de calor por radiación, absorción, etc. Se puede determinar su rendimiento, es decir, la relación entre el calor entregado al cuerpo a calentar y el absorbido en forma de energía eléctrica, simplemente.

En efecto, conectando un wattímetro, y cuidando de que la tensión de la red se mantenga constante, el trabajo eléctrico absorbido por el calentador será:

$$T = W t$$

siendo  $W$  la potencia en Watt, y  $t$  el tiempo en segundos.  $T$  se da en Joules.

La cantidad de calor producida por esa energía eléctrica, sabemos que es (§ 49):

$$Q = 0,24 W t$$

La cantidad de calor que absorbe la substancia a calentar, que podría ser el agua contenida en un recipiente, está dada por:

$$Q' = M c (t_r - t_i)$$

siendo  $M$  el peso del agua en gramos;  $c$ , su calor específico, que es igual a 1;  $t_r$  la temperatura final, y  $t_i$  la inicial, ambas en  $^{\circ}\text{C}$  y tomadas con un termómetro (ver fig. 195).

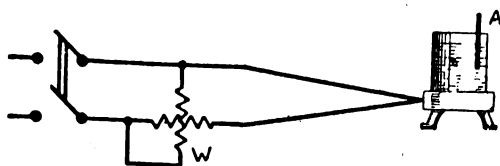


Fig. 195

Medidas las dos cantidades de calor durante un tiempo dado, el rendimiento del elemento de calefacción estará dado, en %, por:

$$r = \frac{Q'}{Q} 100$$



## CAPÍTULO XXIII

### MEDIDORES DE ENERGIA ELECTRICA

#### § 170) Medidores de corriente continua, tipo Amper-hora.

El trabajo eléctrico está expresado por:

$$T = E I t$$

es decir, por el producto de la tensión en la toma, por la intensidad que recorre el circuito, por el tiempo que dura esa circulación.

En la utilización práctica de energía eléctrica, se ha adoptado una unidad más cómoda que el Joule, y es el Kilo-Watt-hora. La energía consumida se factura, pues, con una tarifa, que es el costo de esa unidad (§ 46).

Los aparatos que indican la cantidad de energía consumida, se llaman: "*medidores*" o contadores eléctricos.

Los primeros medidores se basaban en el sistema de medida de imán permanente y bobina móvil, diferenciándose de los amperímetros y voltímetros de igual tipo, en que, en lugar de equilibrar la cupla motora como para que el movimiento sea sólo de un ángulo menor de media vuelta, se le coloca una cupla antagónica menor, de modo que permita que el sistema móvil adquiriera un movimiento uniforme de rotación. Puesto que la cupla depende de la intensidad de corriente (§ 126), si se cuentan las vueltas que da la bobina en un tiempo  $t$ , ellas serán proporcionales al producto:

$$Q = I t$$

es, decir, a la cantidad de electricidad. Si en la expresión del trabajo eléctrico se supone a  $E$  constante, la cantidad de vueltas del disco puede ser proporcional a la energía consumida durante ese tiempo  $t$ .

Los medidores contruídos bajo este principio (ver fig. 196), tienen un disco de aluminio, en el cual está fija la bobina móvil, contruída en forma chata. El disco puede moverse dentro del campo magnético de dos imanes permanentes. La corriente del circuito de consumo se hace pasar por un shunt, S, para derivar parte de ella y hacerla pasar por la bobina móvil, mediante un par de escobillas elásticas que hacen contacto en un sector metálico aislado del eje.

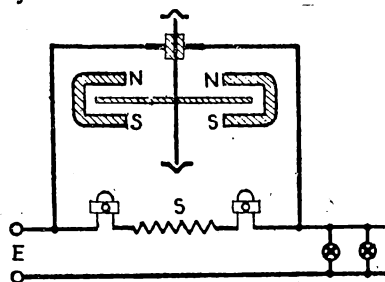


Fig. 196

El eje está provisto de un tornillo sin fin, que mueve el mecanismo integrador, que es un simple cuenta vueltas. El shunt tiene dos extensiones en los extremos, con una pieza metálica que las pone en cortocircuito, a los efectos de ajustar la corriente derivada para el medidor, por variación de la resistencia del shunt. Corriendo hacia arriba o hacia abajo las piecitas, se varía la velocidad del disco, y con ella la indicación del medidor.

El integrador está contruído de modo que un cierto número de revoluciones que dé el disco equivalen a un Kilowatt-hora, cifra que se llama: "*constante del medidor*".

### § 171) Medidores de corriente continua, tipo Watt-hora.

El inconveniente principal de los medidores tipo Amper-hora, es que la cifra indicada suponía que la tensión de la toma se mantenía constante. Como esto no es posible en la práctica, pues la tensión de la red fluctúa continuamente ante las variaciones de la carga, se substituyeron por los del tipo Watt-hora.

Estos contadores se basan en el principio de medida de los instrumentos electrodinámicos (§ 127), es decir, tienen una bobina fija, que reemplaza al imán permanente de los anteriores, y

una bobina móvil. Su conexión se asemeja a la de un wattímetro, pues la bobina fija es la de intensidad y la móvil la de tensión, solidaria al eje que tiene el disco.

Como la cupla actuante sobre la bobina móvil es proporcional a la potencia, el número de vueltas que da el disco será proporcional al producto:

$$T = W t$$

es decir, al trabajo eléctrico, directamente.

Veamos las partes que componen a un medidor de este tipo (fig. 197):

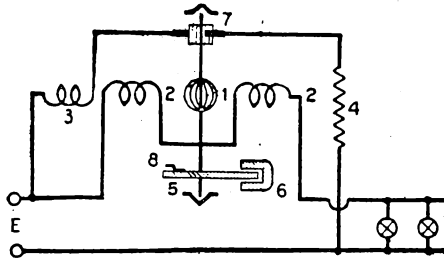


Fig. 197

1 es la bobina móvil y 2 son las dos fijas, una a cada lado. La bobina móvil está fija a un eje, que tiene una serie de sectores metálicos (7), por los que entra la corriente que recorre esa bobina. El mismo eje tiene un disco de aluminio (5), con un imán permanente fijo (6), de frenado, para ajustar la velocidad de giro. El alambre de hierro (8), tiene por objeto evitar que el disco camine en vacío, pues al pasar frente al imán, como aquél es de hierro, el disco se detiene.

A bajo consumo, es decir, a reducida velocidad de giro, el rozamiento tiene mucha influencia, para lo cual tiene una bobina (3), cuyo campo se suma a la intensidad, y cuya posición es ajustable. La resistencia (4), es un multiplicador de tensión, para aplicar a la bobina móvil solo una parte de la tensión de la toma E.

El eje mueve al mecanismo integrador, que acusa directamente la energía consumida por el circuito de carga. El medidor tiene su "constante", que es la cantidad de vueltas que debe dar el disco para un consumo de un Kilowatt-hora.

El ajuste del medidor para velocidades reducidas, se hace con la bobina de compensación (3), variando su posición respecto de la bobina de tensión. Para velocidades mayores se actúa sobre el imán de freno (6), variando su posición con respecto al disco de aluminio.

## § 172) Medidores de corriente alternada.

Su funcionamiento se basa en el principio de Ferraris, que dice que si sobre un conductor que pueda girar actúan dos campos magnéticos que estén apartados geométricamente y que tengan entre sí un desfase eléctrico, el conductor se pondrá en movimiento.

La cupla actuante es proporcional al producto de las intensidades de los dos campos y al desfase. Mediante construcción especial, se puede conseguir que esa cupla sea proporcional a la potencia en corriente alternada:

$$W = E I \cos \varphi$$

para lo cual una de las bobinas se conecta en serie con el consumo (ver fig. 198), de modo que su campo sea proporcional a la intensidad de corriente; la otra se conecta directamente a los bornes, para que su campo sea proporcional a la tensión aplicada al circuito.

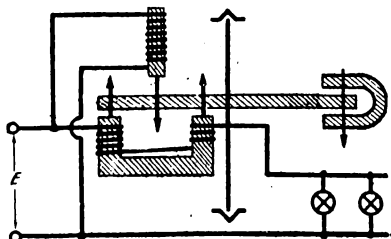


Fig. 198

La cupla frenante o antagonista la suministra un imán, colocado de modo que su flujo corte perpendicularmente al disco de aluminio, y cuya posición es ajustable, a fin de regular la velocidad.

La cupla auxiliar para compensar el efecto del rozamiento a bajas velocidades, se consigue mediante deformación del flujo

voltimétrico, haciendo irregular la superficie del frente del núcleo, poniendo una espira en cortocircuito que abarque parte de ese núcleo, o intercalando una chapita de hierro en el camino de parte de las líneas de fuerza. En todos los casos se origina un defasaje de una parte del flujo con respecto al resto, y como hay un apartamiento geométrico, se produce el efecto Ferraris, con una cupla de giro que se suma a la principal.

Los medidores se colocan dentro de cajas de hierro, para evitar los efectos de campos magnéticos externos. Al ajustarlo, se debe tener en cuenta esta circunstancia, tratando de hacer las comprobaciones dentro de su caja.

El eje mueve, también en este caso, al mecanismo integrador, y hay una "constante", o cantidad de vueltas del disco por Kilo-watt-hora.

### § 173) Medidores trifásicos.

Se construyen bajo el mismo principio que los medidores de inducción para corriente alternada monofásica, y tienen dos medidores en un solo aparato. Es decir, tienen dos sistemas de bobinas con disco, pero un solo eje, de manera que las cuplas se suman.

Se aplica el principio de medición de potencia de los dos wattímetros (§ 160), de modo que las dos bobinas de intensidad se conectarán en dos fases (ver fig. 199), y las dos de ten-

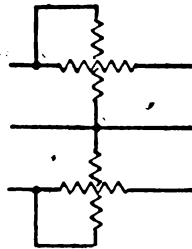


Fig. 199

sión se conectarán como si fueran las voltimétricas de los wattímetros. En el sistema de medición de potencia citado, la suma de las indicaciones de los dos wattímetros daba la potencia total trifásica. En este caso, la suma de las dos cuplas de giro será

proporcional a dicha potencia, pero como los dos discos están sobre un mismo eje, esa suma se hace automáticamente

Otros medidores trifásicos tienen tres sistemas de medida, con un solo eje; se utilizan en redes con conductor neutro, y cada sistema, que corresponde a uno de sus discos, se conecta como un wattímetro monofásico, sumándose las tres potencias automáticamente sobre el eje, en forma de adición de las tres cuplas motoras.

La cantidad de vueltas que da el disco en un cierto tiempo, será proporcional al producto de la magnitud que expresa la cupla (potencia total trifásica), por el tiempo transcurrido. Luego, el mecanismo integrador movido por el eje da, directamente, la energía eléctrica consumida. El medidor tiene su constante, que es la cantidad de revoluciones por Kilowatt-hora.

#### § 174) Contraste de medidores de corriente continua.

Para contrastar un medidor, no se verifica la cifra indicada por su mecanismo integrador, pues ello implicaría un tiempo muy grande, ya que generalmente un KWh equivale a unos cuantos miles de vueltas del disco.

Se toma, en cambio, una potencia conocida, que se mantiene constante, y se mide el tiempo durante el cual se consume esa potencia. El producto entre esos dos factores da el trabajo eléctrico

Es costumbre reducir la energía eléctrica medida a vueltas del disco del medidor, a efectos de comparar esa cifra con la constante de aquél, y saber cuál es el error que comete en la indicación. Para reducir el trabajo eléctrico a vueltas del disco, se calculan las revoluciones que daría durante una hora si la potencia fuera un KW:

$$C_1 = \frac{N \times 3600 \times 1000}{E I t}$$

donde N es el número de vueltas que se ha contado en el medidor durante el tiempo t segundos. E e I son la tensión y la intensidad, que se miden con un voltímetro y un amperímetro. Puede también conectarse un wattímetro y entonces ese producto está hecho, y es la indicación W del mismo.

El resultado de la fórmula anterior es la constante obtenida para el medidor con ese consumo. Su constante teórica, indicada en la chapa de características, es C. El error de indicación del medidor es:

$$e = \frac{C_1 - C}{C} 100 \quad .$$

**CIRCUITO COMÚN.** La figura 200 da el esquema de conexiones para hacer el contraste "in situ", donde se dispone como única fuente de tensión la misma red de canalización. Se desconecta el circuito de utilización y se colocan en su lugar resistencias conocidas, variables, para regular la carga a valores fraccionales de la plena carga normal, la que se lee en el amperímetro. Antes de proceder al contraste, se regula la bobina de compensación para que con un 10 % de carga, el medidor tenga un error en adelante de 2 %. Además, el imán de frenado se ajusta de manera que a plena carga no haya error alguno de indicación.

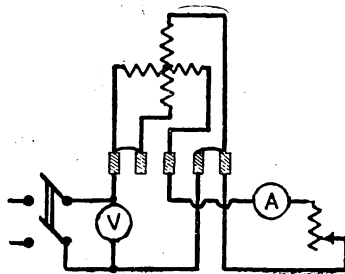


Fig. 200

Se suele verificar, además, si el medidor no arranca en vacío con una sobretensión de 20 % y si el alambre de frenado funciona correctamente. Es evidente que estas indicaciones son válidas para un contraste en laboratorio, donde se puede regular la tensión y hacer las verificaciones con comodidad.

Se calculan los errores para varias cargas, en la forma indicada y se llevan a un gráfico, donde las abscisas son los % de carga y las ordenadas los errores en %, con su signo, es decir, hacia arriba los positivos (adelanto) y hacia abajo los negativos (atraso).

Para comodidad del operador, se puede improvisar un cuadro como el siguiente:

E	I	N	T	C <sub>1</sub>	C	e %
	.					

donde las intensidades de consumo se eligen antes de comenzar el contraste, como fracciones de la corriente de plena carga indicada en el medidor. El número de vueltas  $N$ , que se le hace dar al disco, se elige como un número cómodo (10, 20, etc.), y el tiempo,  $t$ , se mide con un cronómetro.

**MÉTODO ECONÓMICO.** Para contrastar medidores en un laboratorio, no hace falta absorber de la red toda la energía necesaria para obtener indicaciones a distintas cargas. Desde que la indicación depende de la potencia eléctrica, puede alimentarse independientemente la bobina de tensión y la de intensidad, de modo que se tenga una potencia aparente igual al producto de esas dos cantidades.

Supongamos el esquema de la figura 201. La bobina de intensidad se alimenta con una batería de manera que la corriente tenga los valores necesarios para el contraste, pero consumida de

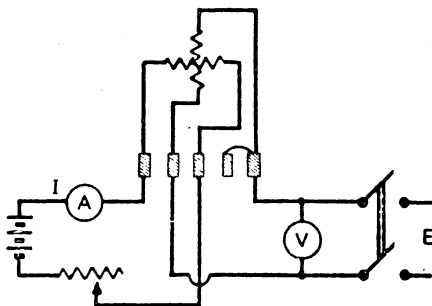


Fig. 201

un circuito de baja tensión. La bobina de tensión se alimenta desde la red normal. La indicación del medidor será la misma que si se absorbiera una potencia dada por el producto:

$$W = EI$$

y en realidad se está consumiendo una potencia mucho menor.



Las indicaciones hechas para el método anterior, así como los cálculos de la constante obtenida y del error, son los mismos para este caso.

### § 175) Contraste de medidores de corriente alternada.

Los medidores de corriente alternada se contrastan en forma similar a los de continua, salvo en el detalle que se suele emplear carga óhmica e inductiva, separadamente, haciendo dos verificaciones separadas. Se tienen, entonces, dos curvas de error. El esquema se ve en la fig. 202.

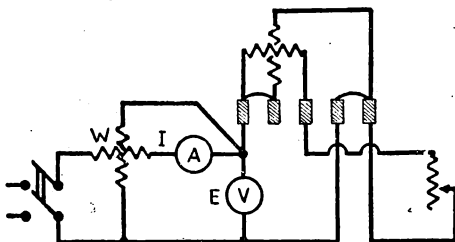


Fig. 202

Se suele, para ello, conectar un wattímetro, a fin de leer la potencia, que va a la fórmula que permite calcular la constante real del medidor:

$$C_1 = \frac{N \times 3600 \times 1000}{W t}$$

donde  $W$  es la lectura del wattímetro en Watt;  $N$  es el número de vueltas del disco, que se ha contado en un tiempo  $t$ , segundos.

El amperímetro está para regular el consumo, a fin de tener fracciones de carga normal  $I$ , que se da en Amperes, y al mismo tiempo permite verificar el factor de potencia que tiene la carga conectada, mediante el cociente:

$$\cos \varphi = \frac{W}{E I}$$

El error se calcula en la misma forma que para los medidores de corriente continua, es decir, si  $C$  es la constante indicada en el medidor y  $C_1$  la obtenida con la fórmula anterior:

$$e = \frac{C_1 - C}{C} 100$$

que da el error en %.

Los errores obtenidos se llevan a un gráfico, similar al descrito en el párrafo anterior, empleando un cuadro de valores como la muestra, sólo que se coloca directamente la potencia en un columna en lugar de  $E$  e  $I$

**CASO DE LOS MEDIDORES TRIFÁSICOS.** La figura 203 muestra el esquema de contraste de un medidor trifásico, por el método de los dos wattímetros, o mediante un wattímetro trifásico. Salvo en el detalle que el circuito de consumo variable debe ser también trifásico, no hay ninguna diferencia entre un contraste de estos medidores con los monofásicos

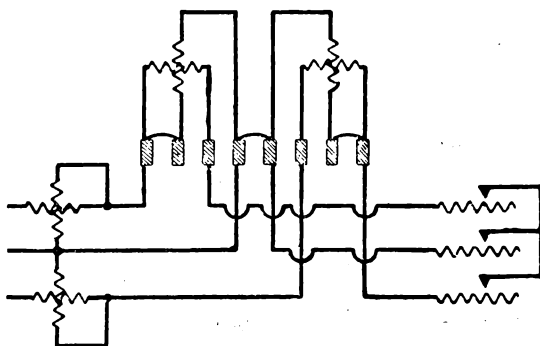


Fig. 203

Se obtienen los errores por la misma expresión, se calculan los valores del cuadro y se traza la curva de errores.

Actualmente el contraste de los medidores "in situ" se hace con medidores pilotos, que dan directamente en una escala el valor del número de vueltas. Se los construye en forma portátil, y suministran cifras que, si bien no son tan exactas como las obtenidas en laboratorio, permiten encontrar valores aceptables para trazar la curva de error

P A R T E   S E X T A

**GENERACION  
DE ELECTRICIDAD POR  
ACCION QUIMICA**

PILAS ELECTRICAS — ACUMULADORES ELECTRICOS

## CAPÍTULO XXIV

### PILAS ELECTRICAS

La observación de fenómenos químicos producidos por la electricidad o viceversa es anterior a casi todas las aplicaciones de aquélla en la industria. No es extraño que se hayan preocupado de experimentar con las acciones químicas de las corrientes eléctricas numerosos investigadores, cuyas conclusiones se aplican todavía hoy con ligeras variantes.

Para describir el funcionamiento de los dispositivos electroquímicos que llamaremos pilas y acumuladores, es menester un estudio previo de Química, aunque basta que se conozcan las leyes generales. Daremos las definiciones estrictamente indispensables, ya que el tema escapa a nuestro objeto.

#### § 176) Algunas nociones de Química.

Se distingue la Química de la Física, en que la primera estudia los fenómenos que afectan a la composición y estructura íntima de la materia, mientras que la segunda se ocupa de todos los que no la afectan. Así, combinar dos gases como el oxígeno y el hidrógeno para formar agua, es un fenómeno químico, mientras que reducir el agua a vapor o convertirla en hielo, son fenómenos físicos; en el primer caso partimos de dos cuerpos simples y formamos un tercero distinto mientras que en el segundo caso tenemos un mismo cuerpo en tres estados diferentes.

Para la Química no interesa clasificar los cuerpos en sólidos, líquidos y gaseosos, sino en *metales* y *metaloides*. Se tienen así dos grandes grupos en los que se encuentran todos los cuerpos

simples, y la distinción entre ellos se hace por su distinto comportamiento ante las reacciones o combinaciones que tuvieran lugar. Así, la combinación de un metal con el oxígeno forma un *óxido*, mientras que un metaloide con el oxígeno forma un *anhidrido*; combinando un óxido con un anhidrido se obtiene una *sal* y combinando un anhidrido con el hidrógeno se obtiene un *ácido*. Estas consideraciones son de carácter general, pues hay ácidos que no tienen oxígeno y sales que tampoco lo tienen; ejemplo típico del primer caso es el ácido clorhídrico y del segundo, son todos los sulfuros, cloruros, etc. Pero nuestro objeto no es entrar en tales consideraciones, sino estudiar los fenómenos electroquímicos elementales.

Cuando estudiamos las características conductoras de la corriente eléctrica de los cuerpos, atribuimos el carácter de buenos conductores a los metales y de aisladores a los metaloides. Veremos que ello se cumple generalmente, y que tiene influencia en el transporte de partículas a través de los líquidos conductores.

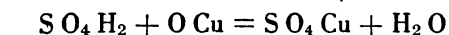
La unión de un metal con el oxígeno forma un óxido que toma el nombre de ese metal, así como óxido de hierro, de cobre, de plomo, etc. Se suele diferenciar en el nombre de la substancia la cantidad de partes de oxígeno que ha tomado para formarse; así el óxido ferroso tiene menos oxígeno que el férrico, o también el protóxido de hierro tiene menos oxígeno que el peróxido de hierro. Los ácidos toman el nombre del metaloide que los ha formado, como el ácido sulfúrico (de azufre), el nítrico (de nitrógeno), etc. Si cambiamos el hidrógeno de un ácido por un metal, se obtiene una sal que toma el nombre de dicho metal; así el ácido sulfúrico está formado por azufre, oxígeno e hidrógeno, pero si quitamos el hidrógeno y colocamos cobre, se tiene sulfato de cobre. En el caso de las sales, también se distingue la proporción de metal en la designación, pues hay sulfato y sulfito de cobre; etc.

Todos los cuerpos simples tienen un símbolo, que los caracteriza, y que consiste en la inicial de su nombre; a veces se ha tomado el nombre en latín, como el azufre, que se llama "sulfurus" y se ha tomado la S; otras veces, cuando hay dos o más

cuerpos que comienzan con la misma letra, se toman las **dos** primeras letras como C (carbono) Co (cobalto) y Cu (cobre de "cuprus"). Un compuesto químico tendrá entonces una serie de letras, que indican los distintos cuerpos que lo forman, con números que indican las cantidades proporcionales de dichos cuerpos que se han combinado. Así, el óxido de hierro, el ácido sulfúrico, etc., se escriben del siguiente modo:

Oxido de hierro .....	$\text{Fe}_2 \text{O}_3$
Acido sulfúrico .....	$\text{S O}_4 \text{H}_2$
Sulfato de cobre .....	$\text{S O}_4 \text{Cu}$
Agua o protóxido de hidrógeno	$\text{H}_2 \text{O}$
Oxido de cobre .....	$\text{O Cu}$

Cualquier combinación química debe tener igual número total de cuerpos simples antes y después de la reacción que se haya producido; es decir, que se pueden formar varios cuerpos como **pues** os partiendo de otros cuerpos, pero no se gana ni se pierde ninguna molécula de ninguno de ellos. Si combinamos ácido sulfúrico con óxido de cobre se formará sulfato de cobre y agua, en la siguiente forma:



Y se nota que la cantidad total de moléculas de cada elemento o cuerpo simple no se ha alterado, pues siempre nos quedan cinco partes de oxígeno, dos de hidrógeno, una de cobre y una de azufre. Han variado los cuerpos, pues con un líquido ácido y un metal oxidado hemos formado un sulfato y agua, pero no se ha perdido ni ganado ningún elemento ni molécula.

Como veremos esto es muy importante para el estudio de las reacciones químicas que se producen en los elementos eléctricos, aunque para saber las proporciones normales necesarias para formar un compuesto habría que ahondar el estudio de la Química. Sin embargo, nos será posible considerar las reacciones que tienen lugar, pues son simples.

### § 177) Par voltaico-Pila de Volta.

En sus numerosas investigaciones Volta encontró que al poner dos metales diferentes en contacto, aparecía una diferencia de potencial eléctrico entre ellos; esa diferencia de potencial no dependía de la superficie ni espesor de las placas en contacto, pero sí de la naturaleza de los metales. Posteriormente se encontró que el fenómeno dependía en grado sumo del hecho que las placas estuvieran humedecidas o no, y que si se colocaba entre las placas un líquido ácido, el fenómeno adquiría proporciones notables. Así, si se arriman placas de mercurio y zinc, la diferencia de potencial al vacío es de 0,17 Volts, pero si se exponen al aire, con humedad normal, la cifra se eleva a 0,68 Volts. La diferencia de potencial de contacto se llamó fuerza electromotriz, y se constató que si se colocaban capas superpuestas de dos metales alternándolas, se sumaban las fuerzas electromotrices (f.e.m.), de donde surgió el nombre de *pila* que todavía conserva el elemento o par voltaico.

Experimentando con cuerpos diferentes, se comprobó que se podía formar una serie de ellos en la cual el que está colocado más arriba adquiere potencial positivo con respecto al que le sigue, y negativo con respecto al que precede, al mismo tiempo que cuerpos más alejados en la lista dan ff.ee.mm. de contacto más elevadas. Tal lista es la siguiente:

1 - Carbón	6 - Estaño
2 - Platino	7 - Plomo
3 - Plata	8 - Zinc
4 - Cobre	9 - Aluminio
5 - Hierro	10 - Magnesio

Tomando dos placas de cobre y zinc, por ejemplo, se constata la aparición de una f.e.m. de 1 Volt aproximadamente, lo que se comprueba fácilmente. Este par formó la *pila de Volta*, que construyó el genial físico hace unos 150 años. La pila de Volta estaba formada por las dos placas citadas sumergidas en agua con ácido

sulfúrico, según se ve en la figura 204. Un galvanómetro o aparato acusador del pasaje de corriente eléctrica indicaba una corriente decreciente con el tiempo hasta su extinción, lo que se atribuyó a la disminución de la f.e.m. en forma progresiva. Comprobaciones y estudios posteriores permitieron llegar a la conclusión de que la

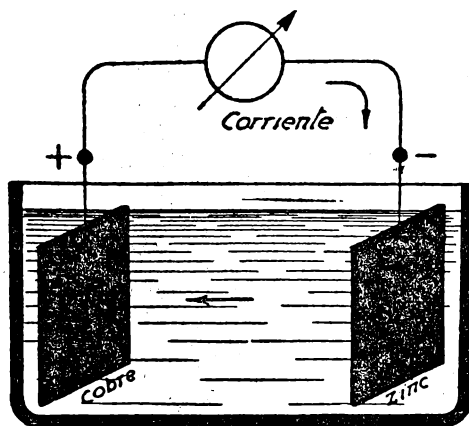


Fig. 204

disminución de la f.e.m., y por ende, de la corriente de descarga de la pila se debía a un fenómeno ocasionado por la circulación de la corriente misma, al cual se denominó "*polarización*". Para describirlo es necesario investigar los efectos que produce la corriente eléctrica al pasar por la solución de agua y ácido sulfúrico.

### § 178) Polarización de la pila.

El pasaje de corriente eléctrica por una solución ácida o *electrolito* produce una reacción química que separa al líquido en dos partes diferentes; los metales siguen el sentido de la corriente y van al electrodo o placa positiva y los demás componentes van al electrodo o placa negativa. En el caso de la pila de Volta, el agua que tiene el electrolito se descompone en hidrógeno y oxígeno. El hidrógeno, que es un gas que se comporta igual que los metales, al extremo que algunos clasificadores lo consideran como metal, se dirige al electrodo positivo, depositándose sobre la placa de cobre en forma de burbujas. El oxígeno se dirige al electrodo negativo formando burbujas sobre la placa de zinc.



El resultado de la descomposición del agua por el pasaje de la corriente es entonces la presencia de hidrógeno sobre la placa de cobre y de oxígeno sobre la de zinc. En este último electrodo se produce un ataque del ácido sulfúrico, que está disuelto en el electrolito, sobre el zinc, produciéndose sulfato de zinc que queda adherido sobre dicho electrodo en forma de una capa pulverulenta blanquecina. Pero es interesante estudiar lo que sucede en el electrodo positivo, o sea en la placa de cobre, al recubrirse de una capa de hidrógeno.

Hemos dicho que el hidrógeno se comporta como un metal, y como tal debe tener un lugar en la serie de metales que producen ff.ee.mm. de contacto; en efecto, lo tiene, y está colocado más abajo que el zinc, es decir que el hidrógeno con el zinc forma una segunda pila, según se ve en la figura 205. Lo interesante es que ahora el zinc forma el polo positivo de esta pila, y el hidrógeno

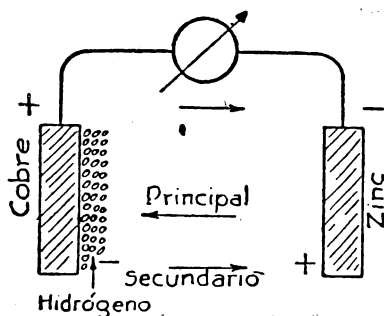


Fig. 205

el negativo. En la figura 204 hemos indicado el sentido de circulación de la corriente de la pila, que va en el interior, del zinc al cobre, y en el exterior, del cobre al zinc, al formar el circuito cerrado. En la segunda pila, formada por el zinc con el hidrógeno, es evidente que el sentido de la corriente eléctrica será el que va del negativo al positivo en el interior de la pila, es decir, del hidrógeno al zinc, según la indica la figura 205.

El fenómeno descrito se denomina *polarización* de la pila, y se ve que la corriente secundaria se resta de la principal, ocasionando la reducción que ya observó Volta. Al transcurrir el tiempo, el hidrógeno depositado aumenta, y con ello la polarización se va

acentuando, llegando a inutilizar la pila. De esto se deduce que el electrolito ofrece una resistencia al paso de la corriente llamada resistencia inferior de la pila; la polarización aumenta esa resistencia interna, puesto que tenemos dos nuevos elementos en el camino de la corriente: la capa gaseosa de hidrógeno en la placa de cobre y el oxígeno y la capa de sulfato de zinc sobre la placa de zinc. El aumento de la resistencia interior de la pila hace que se reduzca en mayor grado la intensidad de corriente circulante, con lo cual el fenómeno se acentúa notablemente.

### § 179) Despolarizante.

Para evitar, o por lo menos reducir, el fenómeno de la polarización se ideó impedir que el hidrógeno llegue a la placa positiva, para tal fin se colocó el electrodo positivo dentro de un vaso poroso, en el cual se introduce una sustancia química capaz de absorber o neutralizar al hidrógeno. El vaso debe ser poroso para permitir la circulación de la corriente, además de la función de impedir la reacción química entre el electrolito y la sustancia neutralizadora o despolarizante.

En la figura 206 se muestra la disposición que ha tomado la pila así modificada, con los dos electrodos o placas, el vaso poroso dentro del cual está el despolarizante y allí sumergido el electrodo positivo; todo el conjunto está colocado dentro del electrolito.

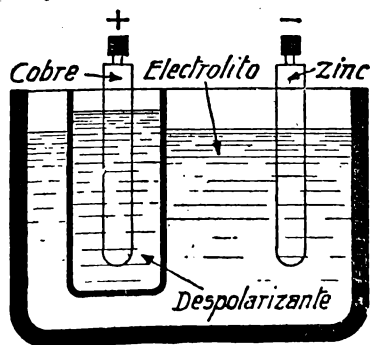


Fig. 206

El despolarizante debe ser una materia capaz de combinarse químicamente con el hidrógeno, y generalmente se usan sustancias ricas en oxígeno, a efecto de que el exceso de éste forme agua con el hidrógeno. No siempre se busca la formación de agua, pues en

los tipos comunes de pilas veremos que se pueden usar otros tipos de reacciones químicas, basta que neutralicen el hidrógeno, que es el objeto de la despolarización.

### § 180) Tipos de pilas usuales.

Desde la pila de Volta, surgieron numerosos reformadores, que trataron todos de obtener elementos que suministraran mayor f.e.m., que carecieran de polarización, y que tuvieran reducida resistencia interna, a fin de permitir una mayor corriente de descarga. Entre los tipos usuales merecen citarse los de Daniell, Bunsen, Leclanché, Poggendorff, etc. Citaremos las características de las mencionadas con fines de ilustración general.

### § 181) Pila Daniell.

En el modelo de la figura 207, el electrodo positivo es de cobre y el negativo de zinc; como líquido activo o electrolito

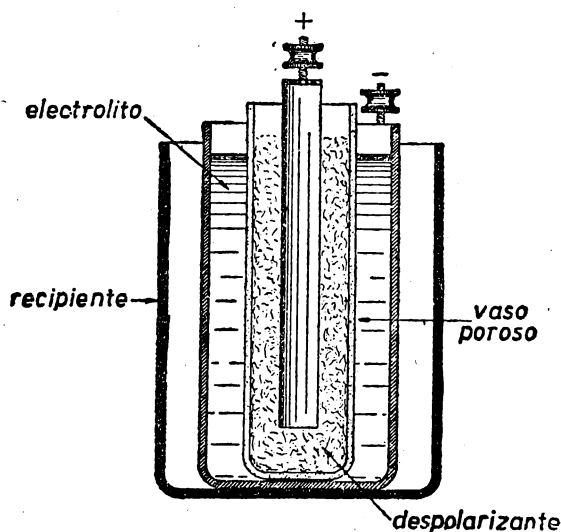
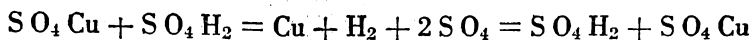


Fig. 207

se emplea una solución de ácido sulfúrico en agua. El despolariante es una solución saturada de sulfato de cobre; la acción de este despolariante se basa en el hecho de que la polarización de un

metal es imposible si él se encuentra sumergido en una solución salina del mismo metal, y en este caso el cobre sumergido en sulfato de cobre no puede polarizarse. El sulfato de cobre se disocia, lo mismo que el ácido sulfúrico; el hidrógeno que llega a este electrodo forma ácido nuevo con el componente sulfato y el cobre liberado forma sulfato con el componente del ácido, según la reacción:



De manera que durante la operación hay descomposición del electrolito y del despolarizante y regeneración automática de ambos. La f.e.m. de esta pila es de unos 1,07 Volts, bastante constante; la resistencia interna varía desde unas décimas hasta algunos Ohms, según la estructura del vaso poroso. El electrodo negativo es una lámina cilíndrica de zinc, el cual se amalgama, es decir se somete a la acción del mercurio en la superficie para evitar la disolución del metal por el ácido. Para dar al zinc esa capa protectora se sumerge la placa en agua acidulada con ácido sulfúrico, después de haberlo desoxidado; en la solución se agrega mercurio de modo, que el ácido flota sobre él. Introduciendo el zinc se cubre de la amalgama protectora, después de lo cual se lava frotándolo fuertemente.

### § 182) Pila Bunsen.

De construcción similar a la anterior, se diferencia en sus elementos (fig. 207), pues el electrodo positivo es de carbón, el negativo es de zinc amalgamado, el electrolito es una solución de ácido sulfúrico en agua y el despolarizante es una solución de ácido nítrico formando compuestos nitrogenados que se disuelven.

### § 183) Pila Leclanché.

Su construcción es similar a las anteriores, por lo que está representada también en la figura 207, aunque el modelo original tenía una barra de zinc al costado en lugar del cilindro. Sus electrodos son de carbón y zinc amalgamado, como la Bunsen, pero el electrolito es una solución de clorhidrato de amoníaco y el despolarizante es un aglomerado de polvo de carbón de coke y bióxido de manganeso. La f.e.m. es del orden de 1,47 Volts y la resistencia

interior en el modelo primitivo era de 3 a 4 Ohms. En el funcionamiento, el hidrógeno que llega al polo positivo es absorbido por el bióxido rico en oxígeno. El inconveniente es que la absorción es lenta por ser sólido el despolarizante, de modo que este tipo de pila conviene para pequeñas corrientes de régimen, o cuando se utilizan en servicio intermitente, como en el caso de las campanillas eléctricas.

### § 184) Pila Poggendorff o de bicromato.

En esta pila la construcción es distinta a las anteriores y carece de vaso poroso (ver fig. 208). El electrodo negativo es una placa de zinc amalgamado colocado entre dos placas de carbón, que forman juntas el polo positivo, pues están conectadas entre sí en la parte exterior. El electrolito es ácido sulfúrico y agua y el

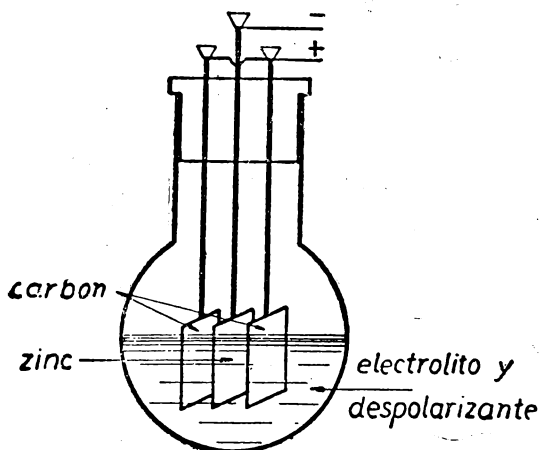


Fig. 208

despolarizante es bicromato de potasio, y presenta la particularidad de que están mezclados. Al funcionar, para lo cual se debe sumergir la lámina de zinc empujándola dentro del líquido, el hidrógeno que tiende a acumularse sobre el polo positivo es absorbido por el bicromato de potasio. La *f.e.m.* es de 2 Volts cuando el ácido está en proporción de 25 % y el bicromato de 12 % en 100 partes de agua. La resistencia interna es del orden de unas centésimas de Ohms.

### § 185) Pilas secas.

Actualmente se ha generalizado el uso de una pila que es una versión modernizada de la Leclanché. Se denomina seca porque se prepara el electrolito en forma pastosa, a fin de hacerla transportable y que pueda trabajar en cualquier posición. Los componentes son los mismos que en la pila Leclanché, pero la diferencia está en la disposición; el vaso poroso se reemplaza por una bolsa de tela que contiene el despolarizante de coke y bióxido de manganeso (ver fig. 209). El recipiente exterior se suprime, pues el

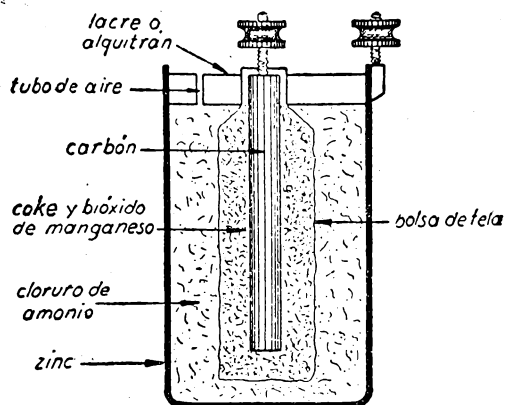


Fig. 209

mismo cilindro de zinc lo reemplaza, y se protege al conjunto con una capa externa de cartón. En la parte superior se cubre el contenido con una capa dura de lacre o de alquitran, que sirve al mismo tiempo para inmovilizar la barra central de carbón o polo positivo. En esa capa hay que dejar un tubo u orificio para salida de los gases que se forman durante las reacciones. Es costumbre asignarles una f.e.m. de 1,5 Volts.

### § 186) Pilas normales o patrones.

A fin de tener elementos de f.e.m. perfectamente constante y conocida con exactitud, para ciertos usos en mediciones eléctricas, se construyen pilas con componentes de gran pureza. Se consigue también que la fuerza electromotriz no dependa o varíe poco con

la temperatura. Hay tres tipos clásicos de pilas normales que responden con ligeras variantes a la ilustración de la figura 210. En ellos el electrodo positivo está formado por mercurio puro y el despolarizante lo forma una capa de óxido o sulfato de mercurio que cubre completamente al mercurio. El polo o electrodo negativo es de amalgama de mercurio y cadmio en la de Weston y mercurio y zinc en la de Gouy y en la de Latimer-Clark. El electrolito es una solución de sulfato de cadmio en la Weston y sulfato de zinc en las otras dos.

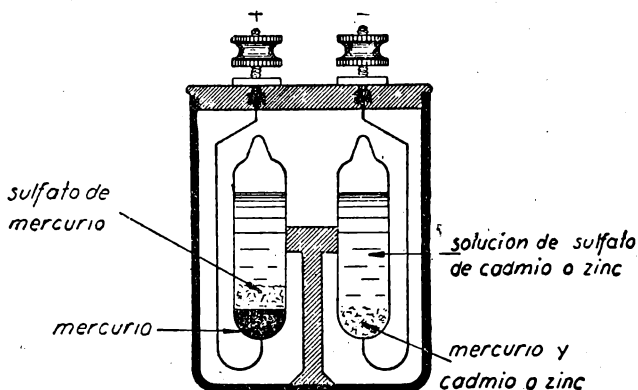


Fig. 210

Las ff. ee. mm. de estas pilas se dan para una temperatura fijada, así la de Weston tiene 1,0184 Volts a  $20^{\circ}\text{C}$  y varía en 0,00004 Volts por grado, disminuyendo con el aumento de temperatura. La de Gouy tiene 1,39 Volts a  $15^{\circ}\text{C}$  y disminuye en 0,00014 Volts por grado. La de Latimer-Clark tiene 1,432 Volts a  $20^{\circ}\text{C}$  y disminuye en 0,0004 Volts por grado. En estas pilas la corriente de régimen se limita a 0,05 a 0,1 miliamper, pues si se sobrepasa ese valor se altera profundamente la fuerza electromotriz; su uso entonces está limitado a circuitos especiales de mediciones, donde se guardan las precauciones del caso.

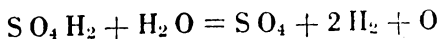
## CAPÍTULO XXV

### ACUMULADORES ELECTRICOS

#### § 187) Voltímetros-Electrólisis del agua acidulada.

La circulación de la corriente eléctrica por los metales no produce ninguna acción química, pero cuando atraviesa líquidos conductores, hemos visto que se ocasionan toda clase de reacciones químicas. Hemos llamado electrolito al líquido atravesado por la corriente y electrodos a las dos placas o barras de metal que colocábamos sumergidas en el líquido para permitir la entrada y la salida de la corriente. Es usual designar al electrodo positivo con el nombre de *ánodo* y al negativo con el de *cátodo* y así lo haremos en lo sucesivo. El fenómeno de la descomposición de los líquidos por el pasaje de la corriente se llama *electrólisis*.

Si se sumergen dos electrodos de platino en agua acidulada con ácido sulfúrico, y se colocan dos probetas invertidas en la forma que ilustra la figura 211, se puede observar lo siguiente: el pasaje de la corriente descompone al ácido y al agua, obteniéndose:



Y sabemos que el hidrógeno es transportado en el sentido de la corriente, mientras que el oxígeno y el radical sulfato en sentido

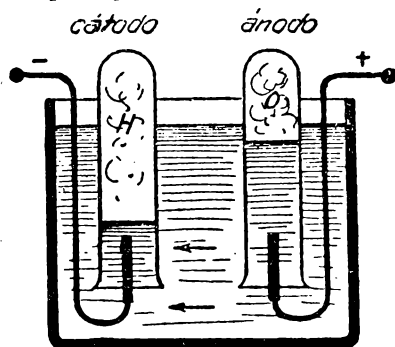


Fig. 211



contrario. De acuerdo con la polaridad indicada en la figura, hemos unido el ánodo al polo positivo de una fuente exterior, y el cátodo al polo negativo, de modo que la corriente circula en el sentido de la flecha.

Al cátodo llega el hidrógeno y al ánodo el radical sulfato, según ilustra la figura 212; el hidrógeno se combina con el radical sulfato y forma ácido, desprendiéndose el hidrógeno excedente y recogiendo en la probeta; el radical sulfato que llega al ánodo se combina con el hidrógeno del agua descompuesta, formando ácido y desprendiéndose el oxígeno excedente, que se recoge en la probeta. Observando las probetas, se ve que se recoge doble volumen

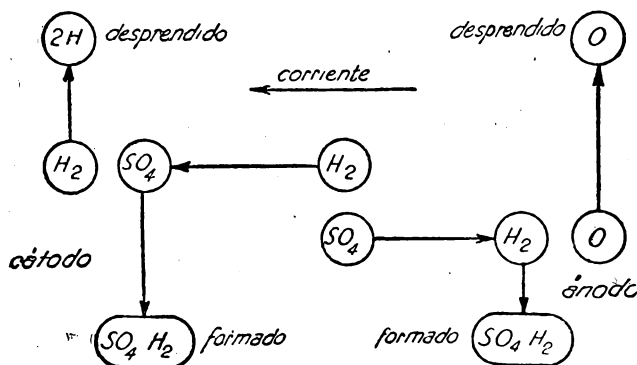


Fig. 212

de hidrógeno que de oxígeno, lo que se comprueba por la disminución del nivel del líquido en el interior de las mismas, según muestra la figura 211. A primera vista parecería que lo único que sucedió es que el agua se descompuso en oxígeno, que se dirigió al ánodo y en hidrógeno, que se dirigió al cátodo, pero hemos demostrado que la realidad es distinta. Esto es muy importante para el estudio de los acumuladores.

El aparato descrito toma el nombre de *voltámetro*, y tiene muchas variantes, según sean las reacciones que se obtengan colocando distintas soluciones y electrodos. Si por ejemplo, se coloca una solución de sulfato de cobre, la corriente descompone a dicha sal en radical sulfato y cobre, dirigiéndose el radical al ánodo

y el cobre al cátodo, sobre cuya placa se deposita, cubriéndola. Tal sería el voltámetro de cobre.

Otro voltámetro que tiene importancia práctica es el de plata, porque la definición del Amper internacional lo utiliza, según hemos visto. Consta de un vaso de platino que forma el electrodo negativo o cátodo; dentro de él se suspende una barra de plata pura que forma el ánodo. El electrolito se forma con una solución de 20 partes de nitrato de plata en 100 de agua destilada, completamente libre de impurezas, especialmente de cloro. De acuerdo con la definición del Amper internacional, cuando el paso de una corriente por este voltámetro deposita una cantidad de 1,118 miligramos de plata por segundo sobre el cátodo de platino, se dice que tiene una intensidad de un Amper.

De los hechos descriptos en párrafos anteriores se debe sacar la siguiente conclusión: Si se colocan placas de metales distintos en una solución acidulada y se cierra el circuito exterior entre las dos placas, se forma una pila, en la forma que se ha estudiado. Y si se colocan dos placas del mismo metal en una solución acidulada o metalizada y se hace pasar corriente por ella, y aquí está la diferencia fundamental, se produce una descomposición de la solución, con depósito de distintos productos en los electrodos. La corriente en el interior del vaso va del cátodo al ánodo en el caso de la pila, y del ánodo al cátodo en el caso del voltámetro, o sea en sentido contrario. Estos fenómenos permiten plantear la posibilidad de establecer reacciones reversibles, o sea, construir pilas secundarias, elementos secundarios, o acumuladores eléctricos.

### § 188) Acumulador de plomo-Principio de funcionamiento.

Hemos planteado la posibilidad de producir reacciones en un electrolito utilizando dos electrodos de la misma naturaleza; veamos cómo se obtiene tal elemento, que toma el nombre de acumulador, y que si las placas son de plomo se denomina *acumulador de plomo*. Para tal fin, tomemos dos placas de plomo puro, que al contacto con el aire se habrá oxidado, es decir, estarán recubiertas de una capa de óxido de plomo, y sumerjámoslas en un vaso que

contiene una solución de ácido sulfúrico. Conectamos un generador eléctrico cualquiera a las dos placas, en la forma que muestra la figura 213, de modo que su polo positivo queda unido a una placa y el negativo a la otra; con esto ya denominaremos ánodo a la placa de la izquierda y cátodo a la de la derecha.

Como el electrolito es conductor, pasará corriente por él, y se producirá la descomposición del ácido y del agua, en la forma conocida y vista por los voltímetros, de modo que el hidrógeno llegará al cátodo y el oxígeno al ánodo. El hidrógeno neutraliza el oxígeno que tiene el óxido que cubre la placa negativa, la que quedará formada por el plomo puro; el oxígeno que llega a la

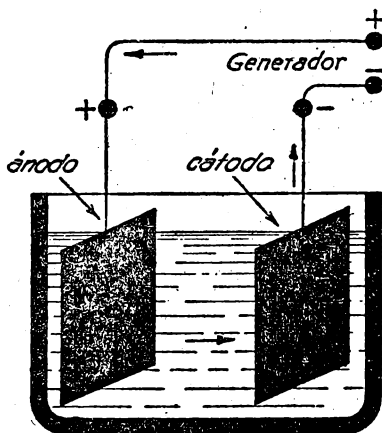


Fig. 213

placa positiva aumenta el grado de oxidación de ella, lo que se llama peroxidación, obteniéndose peróxido de plomo. En tal situación se dice que el acumulador está cargado y listo para funcionar.

Si ahora unimos los dos polos del acumulador con un conductor externo, o resistencia exterior o de carga, se constata que por ella circula una corriente eléctrica que va del ánodo al cátodo, es decir, del positivo al negativo, por el circuito exterior, y por lo tanto del cátodo al ánodo por el interior del vaso. Veamos las

reacciones que se producen mientras se está descargando el acumulador; la figura 214 ilustra sobre el circuito formado.

El ácido se descompone en sulfato e hidrógeno, dirigiéndose el primero al cátodo y el hidrógeno, que sigue a la corriente, al ánodo; en el ánodo hay peróxido de plomo, ácido y el hidrógeno que llega, formándose:

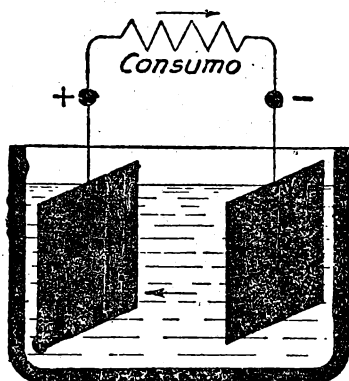
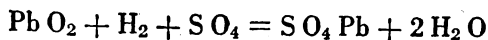
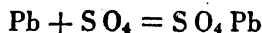


Fig. 214

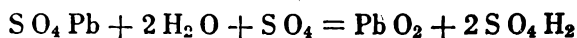
De modo que en el ánodo se forma sulfato de plomo y agua, que reduce la proporción ácida del electrolito. Al cátodo llega el radical sulfato, que ataca al plomo formando también sulfato de plomo:



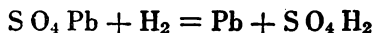
El resultado de la descarga es que hemos perdido parte del ácido, se ha aumentado la cantidad de agua del electrolito, y las dos placas están recubiertas de sulfato de plomo. Cuando deja de pasar corriente por el circuito, o cuando la f.e.m. entre placas se reduce desmesuradamente, se dice que el acumulador está *descargado*. Ahora, para poder volver a utilizarlo, es menester cargarlo.

Para tal fin, volvemos a conectarlo de acuerdo con la figura 213, a un generador eléctrico, respetando la polaridad indicada. El paso de la corriente se cumple ahora en sentido contrario,

y el electrolito se descompone, yendo el radical sulfato a la placa positiva, y el hidrógeno a la negativa. Las reacciones que se producen son: en el ánodo, tenemos sulfato de plomo, agua y el radical sulfato que llega:



Y vemos que se vuelve a tener la placa positiva con peróxido de plomo, y se pierde agua recuperando ácido sulfúrico. Es decir, se regenera el electrodo y el electrolito. A la placa negativa o cátodo llega el hidrógeno, el cual con el sulfato que tenemos en esa placa forma:



Y se ve que volvemos a tener plomo puro en el cátodo y regeneración del electrolito. Cuando termina la carga del acumulador, el hidrógeno que llega no puede combinarse y se desprende en forma de burbujas, avisando que ha terminado la carga y el acumulador queda *cargado* y listó para volver a utilizarlo.

El nombre de acumulador se le ha dado por la propiedad de acumular energía eléctrica para usarla en el momento deseado. Como se ve se trata de un dispositivo reversible, capaz de almacenar energía eléctrica para utilizarla después.

### § 189) Formación de las placas.

El proceso inicial descripto anteriormente para formar la capa de óxido y el plomo puro de ambas placas, positiva y negativa, respectivamente, no es tan sencillo como parecería; para obtener un funcionamiento prolongado mientras el acumulador alimenta la carga, es menester que la capa formada sobre las placas tenga un espesor considerable. Además, a mayor superficie de placas mayor será la capacidad, es decir, la cantidad de electricidad que se puede acumular y luego utilizar.

Por esas razones, conviene construir placas de gran superficie útil, pero sin que ocupen mucho lugar, para reducir el volumen del

acumulador completo. El aumento de la superficie útil se consigue haciendo acanaladuras profundas en la forma que se puede ver en la figura 215, o construyendo la placa con una serie de nervaduras salientes.

El proceso de formación de las placas se puede hacer en dos formas netamente distintas, que se denominan: *natural* o Planté y *artificial* o Faure. La diferencia en los procesos hace que la de formación natural sean más costosas, por lo que se las emplean

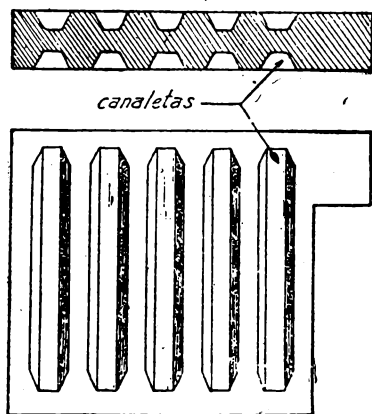


Fig. 215

en instalaciones fijas de usinas o fuentes estables, mientras que las artificiales se emplean en acumuladores para servicios móviles, más económicos.

La formación natural consiste en someter a la placa a una serie de cargas y descargas prolongadas a régimen lento, colocadas en un baño de menor concentración ácida que el normal. En esta forma las placas positivas se cubren de una espesa capa de bióxido de plomo y las negativas se convierten en plomo esponjoso, así llamado por el aumento de volumen y la aparición de multitud de celdillas cuyo aspecto es similar al de las esponjas.

- La formación artificial ideada por Faure consiste en construir la placa con sus celdas, generalmente de forma rectangular según

muestra la figura 216, y rellenarlas con pastas activas. El conjunto se cubre con una placa de plomo y ácido sulfúrico o, como se hace actualmente, se rellenan las celdas de la placa positivas con minio y las de las negativas con litargirio; una vez rellenas se cubren con un enrejado que mantiene las pastas en su lugar.

El inconveniente de las placas de formación artificial es que las pastas aumentan de volumen mientras trabaja el acumulador, y esa expansión produce roturas en la malla y desprendimiento de pastas. Por tal motivo se construyen muchas veces acumulado-

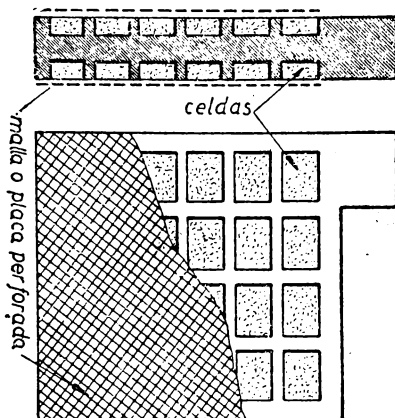


Fig. 216

res de formación mixta, en los cuales la placa positiva se hace con formación artificial pero recubriéndola con una placa perforada de plomo; las negativas son de formación natural, pero se aumenta la superficie mediante nervaduras transversales (fig. 215) o conjuntos de nervaduras cruzadas. La razón de adoptar placas negativas naturales es el mayor deterioro de éstas durante el funcionamiento. La formación mixta del acumulador con placas positivas artificiales y negativas naturales se suele llamar Tudor.

Las placas de formación natural en estado normal tienen coloraciones que las distinguen, pues las positivas son de marrón violáceo y las negativas gris azulado. Cualquier alteración en la coloración es indicio de *sulfatación*, es decir, alteración química por falta de uso, exceso de descarga, etc. Las positivas se vuelven grisáceas y las negativas blanco lechoso. En las de formación

artificial esos indicios hay que basarlos en las deformaciones que sufren las placas al sulfatarse. Las placas sulfatadas pueden regenerarse sometiéndolas a procesos prolongados de cargas y descargas a régimen lento.

Los acumuladores no tienen una sola placa positiva y una negativa, sino que se unen varias en paralelo, según muestra la figura 217. Se consigue así un aumento de la superficie útil, a la vez que las placas trabajan en las dos caras, excepto las extre-

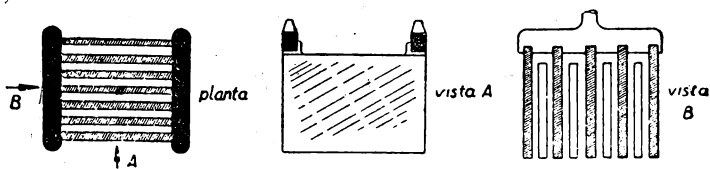


Fig. 217

mas. Las partes superiores de las placas tienen salientes para sujetar los soportes puentes que las conectan entre sí alternativamente, por un lado las de un signo y por el otro las otras. Entre las placas se colocan piezas separadoras para evitar que se toquen, las cuales deben ser de material no atacado por el ácido; se utiliza madera tratada químicamente, gutapercha, etc.

#### § 190) Electrolito para acumuladores.

El líquido activo que se coloca en el vaso del acumulador está formado por una mezcla de agua destilada y ácido sulfúrico, la cual debe ser preparada vertiendo el ácido en el agua y no al contrario, para evitar salpicaduras del ácido. Al preparar la mezcla se notará una elevación de temperatura, por lo que se dejará enfriar hasta unos 30° C, después de lo cual puede verterse en el vaso.

La proporción de ácido con respecto al agua varía para acumuladores fijos y portátiles, y se establece en peso o en volumen. Los acumuladores fijos tienen solución al 25 % en peso, lo que quiere decir que en 100 partes de electrolito hay 25 de ácido y 75 de agua, en peso, y dado que el peso específico del ácido puro es 1,9 y el del agua destilada 1,0 esas proporciones en peso se transforman en 15 partes de ácido y 85 de agua para 100 partes de electrolito en volumen.



Para acumuladores portátiles, el electrolito adquiere una proporción mayor en ácido, ya que se trata de economizar tamaño y peso del acumulador, por lo cual se lo somete a condiciones de trabajo más rudas. En este caso las proporciones en peso son 40 de ácido y 60 de agua en 100 partes de electrolito, lo cual reducido a proporciones en volumen resulta 30 partes de ácido y 70 de agua, aproximadamente, es decir, 2 volúmenes de ácido por cada 5 volúmenes de agua, en cifras medias.

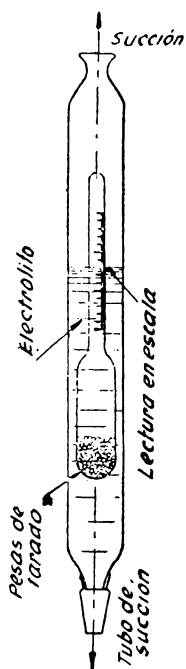


Fig. 218

La densidad del electrolito varía durante la carga y descarga, por la alteración de las proporciones del ácido que vimos en el principio de funcionamiento. Midiendo entonces esa densidad en cualquier estado de carga o descarga, se puede tener una idea de cuál es ese estado. Para acumuladores fijos la densidad varía desde 1,15 totalmente descargado hasta 1,20 totalmente cargado. Para acumuladores portátiles esos límites son 1,10 descargado y 1,30 cargado totalmente.

La comprobación de la densidad del electrolito se hace con el densímetro, aparato que está ilustrado en la figura 218 y que se basa en lo siguiente: para medir la densidad de los líquidos se puede aprovechar el empuje hacia arriba que experimentan los cuerpos sumergidos, que es igual al peso de igual volumen del líquido que desalojan. Así, si se coloca un tubo con contrapesos sumergidos parcialmente en el electrolito, se sumergirá más o menos según sea la densidad del líquido; colocando una escala graduada por tarado en el tubo flotador se puede leer en ella la densidad del electrolito. Por comodidad, el tubito se coloca dentro de otro de mayor diámetro, con dos orificios en los extremos; por el orificio inferior se aspira electrolito mediante un tubo de goma sumergido en el acumulador, y por el orificio superior se hace la succión necesaria con un émbolo o con una esfera o pera de goma. Una vez que tenemos en el tubo mayor suficiente nivel de líquido,

se observa hasta qué nivel queda sumergido el tubito flotante y se hace lectura.

En la descripción del electrolito se dijo que se empleaba agua destilada, y la razón de ello es evitar que las impurezas o sustancias químicas extrañas que tiene el agua común puedan intervenir en las reacciones. El agua destilada se prepara condensando vapores de agua en ebullición; la forma usual de hacerlo es mediante un aparato llamado *alambique*, que está ilustrado en la figura 219, y que consta de dos recipientes unidos por un tubo.

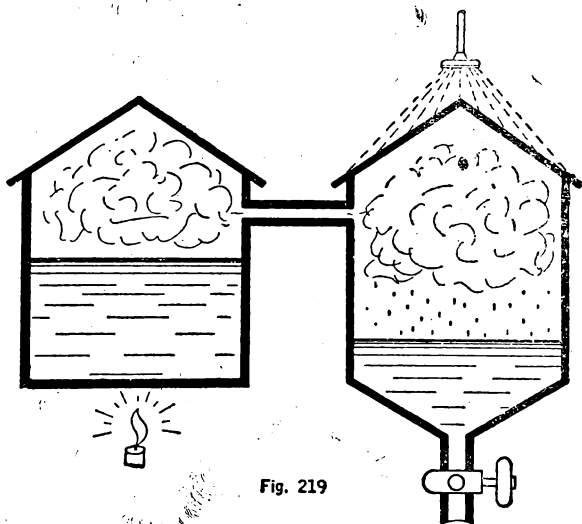


Fig. 219

En el primero se hace entrar el agua en ebullición mediante la aplicación de una fuente de calor; en el segundo se enfrían bruscamente los vapores de agua, mediante una lluvia de agua fría externa, como se ve en la figura, o mediante circulación por un serpentín. El agua condensada se recoge por un tubo provisto de una válvula de contención.

En el uso de acumuladores se debe verificar periódicamente el electrolito con el densímetro, que es el acusador directo de las proporciones de agua y ácido. Cualquiera que sea el elemento que falta en la proporción correcta se agrega siguiendo las normas

ya establecidas. Los acumuladores portátiles tienen en la tapa un orificio con tapón para este fin, de modo que se puede verter el líquido con ayuda de un embudo.

### § 191) Régimen de carga y descarga.

En cifras redondas se acostumbra a especificar que la f.e.m. de un acumulador de plomo es de 2 Volts por elemento, pero analizando la cuestión veremos que esa cifra sólo representa la f.e.m. media durante la descarga. En efecto, hemos visto las reacciones y procesos de carga del acumulador, que comenzaba cuando se tenía sulfato de plomo en las dos placas y terminaba cuando se desprendían burbujas de las placas, que era el hidrógeno excedente.

Si se desea cargar un acumulador, hay que conectarlo a un generador eléctrico que tenga entre sus bornes la tensión necesaria. Esta tensión no es constante, sino que al principio, cuando el acumulador está totalmente descargado, es del orden de 2,1 Volts necesarios para iniciar el proceso. En cuanto comienza la carga aumenta la densidad del electrolito y se hace necesario aumentar la tensión aplicada, la que ahora es de unos 2,2 Volts; cuando está por terminar el proceso de carga la densidad del líquido es máxima y hay que aumentar la tensión para llegar al fin de la carga, llegándose hasta 2,7 Volts.

Gráficamente se pueden representar las variaciones de la tensión durante la carga en un diagrama como el de la figura 220.

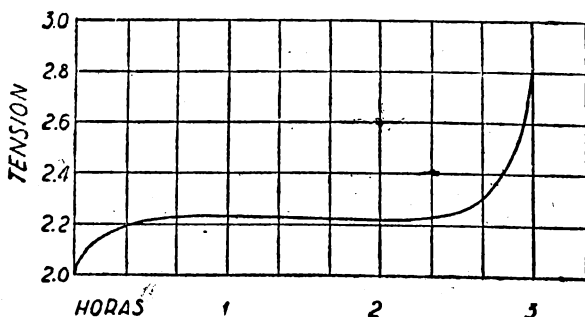


Fig. 220

En las abscisas se toma el tiempo, y el hecho de que en la figura sea de tres horas es porque se ha admitido convencionalmente

que ese es el período normal de carga. Habitualmente, y siempre que sea posible, se carga a mayor tiempo, que es más o menos en cifras la décima parte de la capacidad de la batería; así una batería de 80 Amper-hora se carga en 8 horas, con una intensidad de corriente de 10 Amperes.

La descarga del acumulador sobre el circuito de consumo también se hace a un régimen determinado por las condiciones del servicio. La f.e.m. del elemento varía durante la descarga en la forma como se muestra en la figura 221. El valor medio está alrededor de los 2 Volts, comenzando por 2,1 a 2,15 en el momento

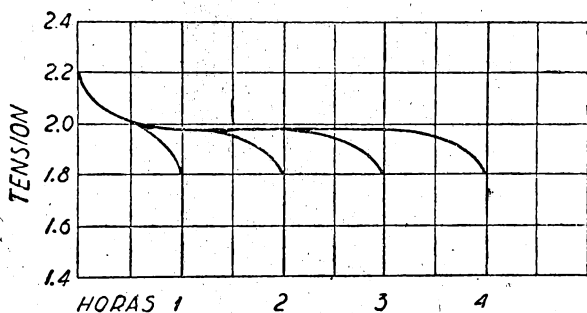


Fig. 221

en que está totalmente cargado y bajando durante la descarga en proporción que depende del tiempo que dure la misma. Así para descarga rápida la f.e.m. cae más que para descarga lenta, como se observa en el diagrama.

Además del efecto sobre la f.e.m. del acumulador, la duración de la descarga influye también sobre la capacidad útil de la batería; ello se debe a que los procesos químicos acelerados no se completan como cuando se hacen lentos, de modo que si la intensidad de corriente se mantiene en valores reducidos, el proceso se completa y se obtiene mayor cantidad de electricidad que con descargas bruscas en tiempo breve.

Para notar la influencia que tiene el tiempo de descarga total, recordaremos que la capacidad del acumulador vale:

$$Q = I t$$

Donde  $I$  es la corriente en Amperes y  $t$  el tiempo en horas; si se especifica como capacidad normal la que tiene para régimen de 3 horas, la intensidad normal de descarga sería:

$$I = \frac{Q}{3}$$

Es decir, la tercera parte de la cifra de capacidad en Amper-horas del acumulador. Si la descarga se hace en distinto tiempo, por tenerse mayor o menor intensidad de corriente, la capacidad se altera en la forma como lo muestra el gráfico de la figura 222.

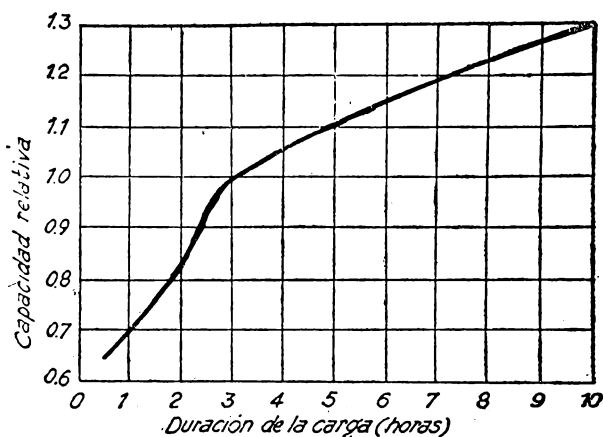


Fig. 222

Las ordenadas dan la capacidad relativa, que vale la unidad para 3 horas. Es interesante destacar que para descarga en 10 horas la capacidad resulta aumentada en un 30 % y que para descarga en una hora se reduce en 30 %, lo que da idea de la influencia que tiene este detalle.

### § 192) Rendimiento del acumulador.

La cantidad de electricidad que absorbe el acumulador para cargarse es mayor que la que entrega al circuito de consumo; en cifras medias, la relación entre la cantidad útil y la gastada para cargarlo es de 0,85 a 0,95, es decir, que el rendimiento se mantiene entre 85 % a 95 %, correspondiendo las cifras mayores

a los acumuladores fijos y las menores a los portátiles. No debe confundirse este rendimiento, llamado "en *cantidad*", con el denominado "en *energía*", en el cual relacionamos la energía eléctrica utilizada en el circuito de consumo y la gastada para cargarlo, lo que da una cifra de 70 % a 85 % en valores medios.

### § 193) Carga a tensión o a corriente constante.

La carga de un acumulador se puede hacer en dos formas distintas, según se mantenga constante la tensión de carga o la corriente. El uso de una u otra forma está regido por el tipo de generador o fuente empleado en el proceso, y la comodidad de la operación. Por de pronto, para cargar un elemento de acumulador será menester una tensión mayor que la f.e.m. del elemento, pues hay que vencer o cubrir las caídas internas de potencial. Tales caídas no son otras que las producidas por el pasaje de la corriente de carga por la resistencia interna del acumulador o resistencia de todas las sustancias que se encuentran entre las placas.

La resistencia interna de un acumulador depende de diversos factores, como ser la superficie y distancia entre placas, estado y densidad del electrolito, temperatura del mismo, etc. En todos los casos esa resistencia es mayor cuando está descargado, ya que al disminuir la proporción de ácido el electrolito se hace menos conductor, o sea, de mayor resistencia.

Ayrton dió una fórmula empírica para calcular la resistencia interna de un acumulador cargado, dado en Ohms para una superficie  $S$  en  $\text{dm}^2$  de todas las placas positivas:

$$r = 0,0015 S$$

Y se especificó que estando descargado la resistencia aumentaba hasta  $2r$ .

Para acumuladores portátiles, la resistencia interna es bastante uniforme en los diversos modelos, y puede estimarse que vale, en cifras medias:

0,0015 a 0,007 Ohms, estando totalmente cargado

0,015 a 0,025 Ohms, estando totalmente descargado

Y se ve que en los portátiles, la resistencia aumenta unas tres veces al descargarse, con respecto a 2 veces que aumentaba en los fijos, debido al régimen más severo que tienen los primeros.

Conocida la resistencia interna, se puede calcular la tensión necesaria en el generador para cargar un acumulador. Se sobreentiende que las cifras que obtendremos valen para un solo elemento, cualquiera sea el número de placas, pero un solo acumulador. Para baterías de varios elementos en serie, formadas por agrupación, debe tomarse una tensión  $N$  veces mayor, si  $N$  es el número de elementos conectados en serie.

La tensión necesaria para cargar a tensión constante se calcula sumando a la f.e.m. máxima que era de 2,5 Volts, la caída que produce la corriente de carga en la resistencia interna máxima, que es cuando está descargado y vale  $2r$ . De modo que calculamos la tensión  $V$  necesaria, sumando a 2,5 esa caída de tensión:

$$V = 2,5 + 2rI$$

Y la corriente  $I$  es la que se ha adoptado, dividiendo la capacidad del acumulador en Amper-horas por el tiempo en horas en que se desea cargarlo.

Para cargar el acumulador a corriente constante debemos tener un generador de tensión variable, pues al principio hace falta una tensión menor que al final, como se deduce del gráfico de carga en la figura 220. Además, como la resistencia interna es distinta en el momento inicial que en el final, la caída de tensión que se produce en ella también será distinta, teniéndose lo siguiente:

Para iniciar el proceso de carga la tensión debe tener el valor mínimo de la curva de carga más la caída de tensión en la resistencia interna, que vale  $2r$  para estado de total descarga; se tiene entonces:

$$V = 1,8 + 2rI$$

Para finalizar el proceso, cuando el acumulador termina su carga, la tensión se habrá aumentado paulatinamente hasta un valor dado por la suma del valor mayor del gráfico de carga, más la caída interna en la resistencia, que vale sólo  $r$ :

$$V = 2,5 + rI$$

Y como este segundo valor de tensión es mayor que el anterior, el generador debe tener un regulador que permita hacer el ajuste gradual desde el primer valor hasta el segundo. Existen dispositivos automáticos que se encargan de ello, para lo cual su funcionamiento se basa en la mantención de un régimen constante de la corriente de carga.

### § 194) Acumuladores alcalinos.

Tratando de diseñar acumuladores que fueran más livianos que los de plomo, Edison dió la pauta con los de hierro-níquel, los que en virtud de no emplear ácidos como electrolitos se denominan alcalinos, que en química expresa lo opuesto a ácido. Estos acumuladores se construyen con placas positivas o ánodos de hidróxido de níquel y placas negativas o cátodos de hierro; el vaso es de una delgada lámina de acero, y como las placas son consistentes se hacen de espesor reducido, todo lo cual redundará en un menor tamaño y peso, al extremo que se ha conseguido fabricarlos para capacidades de 12 a 16 Amper-hora por Kg de peso.

El electrolito es una solución de potasa cáustica (KOH) al 21 % en peso, con densidad normal de 1,2, es decir, que en 100 partes de electrolito hay 21 de potasa y 79 de agua, relacionadas en peso. Las reacciones que se cumplen son las siguientes:

Estando el acumulador cargado, el ánodo es de hidróxido de níquel, el cátodo de hierro puro y el electrolito es potasa cáustica, que se descompone al paso de la corriente de descarga en potasio y radical oxidrilo; el primero va al ánodo, pues es metal y sigue la corriente que en el interior va del cátodo al ánodo según se vió anteriormente; el radical va al cátodo, de manera que se tiene:

reacciones de descarga: electrolito:  $2\text{KOH} = 2\text{K} + 2\text{OH}$

ánodo:  $2\text{Ni(OH)}_3 + 2\text{K} = 2\text{Ni(OH)}_2 + 2\text{KOH}$

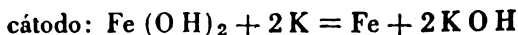
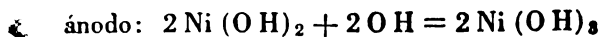
cátodo:  $\text{Fe} + 2\text{OH} = \text{Fe(OH)}_2$

Y resulta que el ánodo se desoxida, el cátodo se convierte en hidróxido de hierro y el electrolito se regenera automáticamente. Para cargarlo, una vez que ha terminado la descarga, se lo conecta a un generador, circulando corriente en sentido contrario, según sabemos, y cumpliéndose las siguientes reacciones:

reacciones de carga: electrolito:  $2\text{KOH} = 2\text{K} + 2\text{OH}$



El metal potasio sigue la corriente y va al cátodo, mientras que el radical va al ánodo.



Y volvemos a obtener los dos electrodos en su composición original, con regeneración automática del electrolito.

Las curvas de carga y descarga son similares a las que vimos para los acumuladores de plomo, sólo que hay diferencia en los números, pues la tensión para la carga comienza por valer 1,6 Volts al fin de la carga, siguiendo una curva similar a la que vimos para los de plomo. La tensión durante la descarga comienza por valer 1,4 Volts al principio y baja hasta 1,0 Volts cuando está totalmente descargado. Para los fines prácticos se toma como valor medio de la f.e.m. 1,3 Volts, así como en el de plomo adóptábamos la cifra de 2 Volts.

El rendimiento en cantidad de los acumuladores alcalinos varía según las diferentes construcciones desde 70 % a 85 %, en valores medios. Como se ve es algo inferior a los de plomo. El rendimiento en energía oscila entre 50 % a 70 %. La menor cifra de rendimiento de los de ferro-níquel con respecto a los de plomo queda compensada por su menor tamaño y peso, que los hace muy aptos para servicios móviles, ya que presentan gran resistencia a las trepidaciones y solidez constructiva.

En cuanto a la formación de placas, se siguen procedimientos análogos a la formación artificial o Faure de los de plomo, rellenando celdillas de las placas con las pastas activas, y envolviendo el conjunto en placas perforadas o mallas metálicas. Las fábricas suelen recomendar que periódicamente se hagan cargas más lentas que las normales, a doble tiempo, por lo menos cada diez cargas, a fin de reactivar el electrolito y las pastas.

#### § 195) Tratamiento de acumuladores.

Para maniobrar con acumuladores de plomo hay que tener en cuenta varias recomendaciones, muchas de las cuales pueden encontrarse en los catálogos de las fábricas que los proveen. En primer lugar debemos referirnos al electrolito, por ser el elemento de más peligroso manejo. El ácido sulfúrico para acumuladores

debe ser puró, pero no el químicamente refinado pues es costoso. Hay un tipo puro comercial, color verde claro, que es el que se emplea generalmente. Debe conservarse en botellas de vidrio con tapones del mismo material, pues cualquier otro sería quemado por las emanaciones.

El agua destilada debe ser químicamente pura, pudiendo ser llovida, pero recogida en recipientes de vidrio o loza, para evitar que contenga partículas extrañas. También debe guardarse en recipientes de vidrio. Si no se dispone de agua llovida, se preparará agua destilada con el alambique.

Para preparar el electrolito se debe verter el ácido en el agua y nunca lo contrario, pues las salpicaduras del ácido son fuertemente corrosivas. Las proporciones han sido indicadas, pero se advierte que para usar el densímetro hay que remover bien la mezcla de agua y ácido y esperar que se enfríe, pues la reacción provoca aumentos de temperatura. Una vez obtenida la proporción correcta se vertirá en los vasos, hasta un nivel que sobrepase en un centímetro a las placas.

Cuando se carga una batería, debe cuidarse que se sequen bien todos los vasos, pues las burbujas suelen humedecerlos. Los vasos deben tenerse en lugares bien secos y, teniendo en cuenta las emanaciones ácidas, bien ventilados. No debe darle el sol ni el calor de cualquier elemento térmico cercano. Las evaporaciones del electrolito se compensan agregando agua destilada únicamente, hasta el nivel inicial. La carga de acumuladores se hace con generadores eléctricos de corriente continua o con rectificadores para enderezar la corriente alternada si no se dispone de continua.

Al retirar las placas de un vaso, no deben dejarse expuestas mucho tiempo al aire, pues se resquebrajan. Es preferible dejarlas sumergidas en agua destilada.

# **INDICE GENERAL**

## PARTE PRIMERA

### ELECTROSTATICA

#### CAPÍTULO I

	pág.
<i>Materia y electricidad</i> .....	9
§ 1. Definiciones .....	9
§ 2. Estructura íntima de la materia .....	10
§ 3. Constitución de los átomos .....	10
§ 4. Electrización del átomo .....	12
§ 5. Masa eléctrica .....	13
§ 6. Aptitud de la materia para conducir la electricidad .....	15
§ 7. Electrización por frotamiento .....	17

#### CAPÍTULO II

<i>Campo eléctrico</i> .....	19
§ 8. Ley de Coulomb .....	19
§ 9. Campo de fuerzas .....	20
§ 10. Líneas de fuerza .....	21
§ 11. Intensidad de campo .....	21
§ 12. Influencia de la materia contenida en el campo eléctrico .....	22
§ 13. Constante dieléctrica .....	23
§ 14. Generalización de las expresiones referentes al campo .....	23
§ 15. Representación objetiva del campo eléctrico .....	24
§ 16. Flujo eléctrico .....	26
§ 17. Potencial eléctrico .....	27
§ 18. Superficies equipotenciales .....	30
§ 19. Energía potencial de un cuerpo electrizado .....	31
§ 20. Densidad de carga superficial .....	33
§ 21. Presión eléctrica .....	36
§ 22. Sistemas de cuerpos electrizados .....	38
§ 23. Experiencias de electrostática .....	41

## CAPÍTULO III

	<u>Pág.</u>
<i>Capacidad eléctrica</i> .....	46
§ 24. Definiciones .....	46
§ 25. Capacidad de un sistema de conductores .....	47
§ 26. Condensadores .....	49
§ 27. Condensador plano .....	50
§ 28. Capacidad de algunos condensadores .....	52
§ 29. Acoplamiento de condensadores .....	55
§ 30. Rigidez dieléctrica .....	61

## PARTE SEGUNDA

## ELECTRODINAMICA

### CAPÍTULO IV

<i>Corriente eléctrica</i> ..	65
§ 31. Transporte de cargas eléctricas .....	65
§ 32. Intensidad de corriente eléctrica .....	66
§ 33. Ley de Ohm .....	68
§ 34. Unidades internacionales .....	70
§ 35. Resistencia eléctrica .....	70
§ 36. Resistencia de cuerpos aisladores .....	74
§ 37. Resistencia de contacto .....	75
§ 38. Agrupamiento de resistencias .....	76

### CAPÍTULO V

<i>Circuitos eléctricos</i> .....	83
§ 39. Pilas eléctricas .....	83
§ 40. Agrupamiento de pilas .....	89
§ 41. Leyes de Kirchhoff .....	92
§ 42. Circuitos eléctricos .....	93

### CAPÍTULO VI

<i>Energía eléctrica</i> .....	97
§ 43. Trabajo eléctrico .....	97
§ 44. Potencia eléctrica .....	99
§ 45. Potencia y trabajo eléctricos en circuitos prácticos .....	100
§ 46. Unidades de potencia y trabajo usuales en la industria eléctrica .....	102
§ 47. Consumo de energía eléctrica .....	105

## CAPÍTULO VII

	PÁG.
<i>Efectos térmicos de la electricidad</i> .....	109
§ 48. Transformación de la electricidad en calor .....	109
§ 49. Ley de Joule .....	110
§ 50. Calor que absorbe la sustancia .....	111
§ 51. Variación de la resistencia eléctrica con la temperatura .....	113
§ 52. Temperatura límite de conductores .....	115
§ 53. Otros efectos térmicos .....	117

## PARTE TERCERA

## ELECTROMAGNETISMO

### CAPÍTULO VIII

<i>Magnetismo</i> .....	121
§ 54. Generalidades .....	121
§ 55. Imanes .....	121
§ 56. Masa magnética .....	123
§ 57. Campo magnético .....	124
§ 58. Líneas de fuerza .....	125
§ 59. Intensidad de campo magnético .....	126
§ 60. Flujo magnético .....	127
§ 61. Potencial magnético .....	128
§ 62. Influencia de la materia contenida en el campo magnético .....	129
§ 63. Inducción magnética .....	130
§ 64. Saturación magnética .....	132
§ 65. Desmagnetización de los imanes .....	133

### CAPÍTULO IX

<i>Electromagnetismo</i> .....	135
§ 66. Campo magnético producido por una corriente eléctrica .....	135
§ 67. Ley de Biot y Savart .....	136
§ 68. Fuerza magneto-motriz .....	137
§ 69. Solenoide .....	138
§ 70. Intensidad del campo en el interior del solenoide .....	139
§ 71. Solenoide con núcleo de hierro .....	140
§ 72. Ley de Hopkinson .....	141
§ 73. Agrupamiento de reluctancias magnéticas .....	143
§ 74. Curvas de imantación .....	145
§ 75. Histéresis .....	149
§ 76. Electrolimanes .....	151

## CAPÍTULO X

	<u>PÁG.</u>
<i>Fuerzas electromagnéticas</i> .....	155)
§ 77. Acción recíproca entre un campo magnético y una corriente eléctrica .....	153
§ 78. Sentido del desplazamiento .....	155
§ 79. Rueda de Barlow .....	156
§ 80. Cupla motora .....	156

## CAPÍTULO XI

<i>Inducción electromagnética</i> .....	161
§ 81. Corriente inducida en un conductor que se mueve en un campo magnético .....	161
§ 82. Sentido de la f.e.m. inducida .....	162
§ 83. Ley de Faraday .....	163
§ 84. Caso del desplazamiento oblicuo .....	164
§ 85. Ley de Lenz. Corrientes de Foucault .....	165
§ 86. Inducción mutua .....	167
§ 87. Valor de la f.e.m. de inducción mutua .....	169
§ 88. Carrete de Ruhmkorff .....	171
§ 89. Autoinducción .....	172
§ 90. Valor de la f.e.m. de autoinducción .....	173
§ 91. Coeficiente de acoplamiento magnético .....	174
§ 92. Establecimiento de la corriente en circuitos con auto inducción .....	177

## PARTE CUARTA

## CORRIENTE ALTERNADA

## CAPÍTULO XII

<i>Propiedades de la corriente alternada</i> .....	183
§ 93. Producción de una corriente alternada .....	183
§ 94. Valores instantáneos de la f.e.m. alternada .....	184
§ 95. Representación gráfica de la f.e.m. alternada .....	185
§ 96. Valor medio de la corriente alternada .....	188
§ 97. Valor eficaz de la corriente alternada .....	190
§ 98. Suma de corrientes alternadas ... ..	193
§ 99. Representación vectorial .....	197
§ 100. Diagramas vectoriales .....	198

## CAPÍTULO XIII

	<u>PÁG.</u>
<i>Circuitos de corriente alternada</i> .....	201
§ 101. Efecto de la inductancia .....	201
§ 102. Valor de la f.e.m. de autoinducción .....	203
§ 103. Efecto de la capacidad .....	205
§ 104. Valor de la corriente producida .....	207
§ 105. Circuitos con resistencia e inductancia .....	209
§ 106. Ley de Ohm para corriente alternada. Triángulo característico .....	211
§ 107. Circuitos con resistencia y capacidad .....	213
§ 108. Circuito general, con resistencia, inductancia y capacidad .....	216
§ 109. Agrupamiento de impedancias en serie .....	221
§ 110. Impedancias en paralelo. Solución gráfica .....	226
§ 111. Impedancias en paralelo. Solución analítica .....	232

## CAPÍTULO XIV

<i>Potencia de la corriente alternada</i> .....	239
§ 112. Potencia en un circuito con resistencia óhmica .....	239
§ 113. Potencia en un circuito con resistencia e inductancia .....	240
§ 114. Potencia aparente y reactiva .....	241
§ 115. Potencia en un circuito con resistencia y capacidad .....	244
§ 116. Mejoramiento del factor de potencia .....	246

## CAPÍTULO XV

<i>Circuitos trifásicos</i> .....	251
§ 117. Circuitos monofásicos .....	251
§ 118. Sistemas bifásicos .....	251
§ 119. Sistemas trifásicos .....	254
§ 120. Circuitos trifásicos en estrella .....	256
§ 121. Circuitos trifásicos en triángulo .....	259
§ 122. Características de los sistemas trifásicos .....	260
§ 123. Potencia en sistemas trifásicos perfectos .....	262

## PARTE QUINTA

### MEDICIONES ELECTRICAS

## CAPÍTULO XVI

<i>Instrumentos de medida</i> .....	267
§ 124. Generalidades .....	267
§ 125. Instrumentos de hierro móvil .....	269
§ 126. Instrumentos de imán permanente .....	273



	PÁG.
§ 127. Instrumentos electrodinámicos .....	275
§ 128. Amperímetros térmicos .....	280
§ 129. Voltímetros electrostáticos .....	281
§ 130. Frecuencímetros .....	283
§ 131. Fasímetros .....	284

## CAPÍTULO XVII

<i>Ampliación del campo de medida de instrumentos</i> .....	287
§ 132. Amperímetros de corriente continua .....	287
§ 133. Voltímetros de corriente continua .....	290
§ 134. Wattímetros de corriente continua .....	293
§ 135. Amperímetros de corriente alternada. Transformadores de intensidad .....	294
§ 136. Voltímetros de corriente alternada. Transformadores de tensión .....	296
Wattímetros de corriente alternada .....	297

## CAPÍTULO XVIII

<i>Precisión de instrumentos de medida</i> .....	299
§ 137. Errores que se cometen en las mediciones .....	299
§ 138. Errores de lectura .....	300
§ 139. Errores de indicación .....	303
§ 140. Errores del método .....	305
§ 141. Normas sobre precisión de aparatos de medida .....	305
§ 142. Contraste de instrumentos .....	306

## CAPÍTULO XIX

<i>Medición de resistencias</i> .....	311
§ 143. Con voltímetro y amperímetro .....	311
§ 144. Con el puente de Wheatstone .....	313
§ 145. Puente de hilo .....	314
§ 146. Localización de averías de aislación .....	315
§ 147. Medición de resistencias pequeñas, con el puente doble de Thompson .....	318
§ 148. Medición de resistencias elevadas por un voltímetro .....	319
§ 149. Medición de resistencias por lectura directa: óhmetros y megóhmetros .....	320
§ 150. Medición de la resistencia de aislamiento de una instalación .....	321
§ 151. Medición de la resistencia de una toma de tierra .....	322

## CAPÍTULO XX

	<u>PÁG.</u>
<i>Medición de la capacidad y la inductancia</i> .....	325
§ 152. Medición de la capacidad con voltímetro y amperímetro .....	325
§ 153. Medición de la inductancia con voltímetro y amperímetro .....	326
§ 154. Medición de la capacidad con el puente de hilo ....	327
§ 155. Medición de la inductancia con el puente de hilo ...	328
§ 156. Medición de la capacidad con el galvanómetro balístico .....	330
§ 157. Localización del corte de un cable por medio de la capacidad .....	332

## CAPÍTULO XXI

<i>Medición de la potencia eléctrica</i> .....	335
§ 158. Medición de la potencia en corriente continua ....	335
§ 159. Medición de la potencia en corriente alterada monofásica .	338
§ 160. Medición de la potencia en corriente alterada trifásica .	339

## CAPÍTULO XXII

<i>Medidas varias</i> .....	347
§ 161. Medición de f.f.e.e.m.m. por el método de compensación	347
§ 162. Medición de la inducción magnética con la espiral de bismuto ..	348
§ 163. Medida de la inducción magnética con el permeámetro de Köpsel .....	349
§ 164. Determinación de las pérdidas en el hierro ....	350
§ 165. Medición de la resistencia interna de una pila ....	351
§ 166. Medición de la resistividad .....	352
§ 167. Determinación de la constante dieléctrica .....	353
§ 168. Determinación de la rigidez dieléctrica .....	354
§ 169. Determinación del rendimiento de un aparato de calefacción .....	355

## CAPÍTULO XXIII

<i>Medidores de energía eléctrica</i> .....	357
§ 170. Medidores de corriente continua, tipo Amper-hora ..	357
§ 171. Medidores de corriente continua, tipo Watt-hora ....	358
§ 172. Medidores de corriente alterada .....	360
§ 173. Medidores trifásicos .....	361
§ 174. Contraste de medidores de corriente continua .....	362
§ 175. Contraste de medidores de corriente alterada .....	365

## PARTE SEXTA

# GENERACION DE ELECTRICIDAD POR ACCION QUIMICA

### CAPÍTULO XXIV

	PÁG.
<i>Pilas eléctricas</i> .....	369
§ 176. Algunas nociones de Química .....	369
§ 177. Par voltaico-Pila de Volta .....	372
§ 178. Polarización de la pila .....	373
§ 179. Despolarizante .....	375
§ 180. Tipos de pilas usuales .....	376
§ 181. Pila Daniell .....	376
§ 182. Pila Bunsen .....	377
§ 183. Pila Leclanché .....	377
§ 184. Pila Poggendorff o de bicromato .....	378
§ 185. Pilas secas .....	379

### CAPÍTULO XXV

<i>Acumuladores eléctricos</i> .....	381
§ 187. Voltámetro-Electrólisis del agua acidulada .....	381
§ 188. Acumulador de plomo-Principio de funcionamiento .....	383
§ 189. Formación de placas .....	386
§ 190. Electrolito para acumuladores .....	389
§ 191. Régimen de carga y descarga .....	392
§ 192. Rendimiento del acumulador .....	394
§ 193. Carga a tensión o a corriente constante .....	395
§ 194. Acumuladores alcalinos .....	397
§ 195. Tratamiento de acumuladores .....	398

**Este libro se terminó de imprimir en la  
Imprenta BALMES, Rauch 1847, Bs. As.  
el día 16 de Febrero de 1960**

**H.A.S.A.**

**EDITORIAL HISPANO AMERICANA S. A.**

Digitalizado sin fines de lucro  
por Pato del Averno,  
para su blog educativo  
[blogtecnicodidactico1.blogspot.com](http://blogtecnicodidactico1.blogspot.com)  
en Buenos Aires, 2024,  
con gratitud hacia los dueños,  
autores, y editores originales,  
y sus descendientes.